文章编号: 0258-7025(2010)06-1574-05

用模拟退火算法设计的云母 λ/2 消色差复合波片

郭丽娇^{1,2} 吴福全^{1,2} 宋连科^{1,2} 郝殿中^{1,2} 崔祥霞^{1,3}

(¹山东省激光偏光与信息技术重点实验室,山东曲阜 273165;²曲阜师范大学激光研究所,山东曲阜 273165 ³泰山学院物理与电子工程学院,山东泰安 271000

摘要 为了设计适用于可见光波段的云母 λ/2 消色差复合波片,根据三元复合波片理论,利用模拟退火算法,设计 出了消色差 λ/2 复合波片。理论结果表明,在 400~700 nm 范围,复合波片的相位延迟偏差在 2%以内。根据光相 位延迟量的归一化偏振调制测量法,选用 4 个激光光源对该复合波片进行测试。实验结果表明,在可见光范围,以 平均等效快轴为基准,器件的相位延迟偏差在 4.8%以内;分别以测试波长对应的等效快轴为基准,其相位延迟偏 差在 2.9%以内。用模拟退火算法设计的云母 λ/2 消色差复合波片在可见光范围内实现了较好的消色差效果,具 有一定的实用价值。

关键词 物理光学;消色差;模拟退火算法;复合波片;延迟偏差 中图分类号 O436.3 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL20103706.1574

Design of Mica Achromatic Half Wave-Plate with Simulated Annealing Algorithm

Guo Lijiao^{1,2} Wu Fuquan^{1,2} Song Lianke^{1,2} Hao Dianzhong^{1,2} Cui Xiangxia^{1,3}

¹ Shandong Provincial Key Laboratory of Laser Polarization and Information Technology, Qufu, Shandong 273165, China

² Institute of Laser, Qufu Normal University, Qufu, Shandong 273165, China

³ Department of Physics and Electronics, Taishan College, Tai'an, Shandong 271000, China

Abstract According to three composite wave-plate theory and simulated annealing algorithm, a mica achromatic half wave-plate used in visible range is designed. Theoretical analysis shows that the retardation deviation of this device is within 2% covering the spectrum scope of $400 \sim 700$ nm. This device has been measured over the visible range by normalized polarizing modulation measurement. The retardation deviation is within 4.8% based on the average equivalent fast axis. The retardation deviation of the device is within 2.9% based on the equivalent fast axis corresponds to the measuring wavelength. This mica achromatic half wave-plate can be applied in many fields. Key words physics optics; achromatic; simulated annealing algorithm; composite wave-plate; retardation deviation

1 引 言

在现代激光偏光技术与信息技术的应用中,光 相位延迟器作为光相位调制及光偏振态变换的重要 器件,越来越受到人们的重视。通常所说的 λ/4 波 片和 λ/2 波片等,仅适用于单一波长或极窄的波长 范围,不适用于较宽光谱范围,这给使用带来诸多不 便。于是提出了消色差相位延迟器,它削弱了相位 延迟量对波长的依赖程度,可用于较宽的光谱范围。 消色差相位延迟器的设计形式多种多样^[1~3],设计 思路也不尽相同,其中双折射型消色差相位延迟器 可由一种、两种或两种以上材料制成^[4.5],由同种材 料制成的消色差相位延迟器有二元、三元等复合形

作者简介:郭丽娇(1984—),女,硕士研究生,主要从事偏光器件设计与测试等方面的研究。

E-mail: guolijiao0123@126.com

导师简介:吴福全(1952—),男,教授,博士生导师,主要从事激光技术与器件设计等方面的研究。

E-mail: fqwu@mail. qfnu. edu. cn(通信联系人)

收稿日期: 2009-07-16; 收到修改稿日期: 2009-09-17

式,在可见光波段^[6~12]和红外波段^[13,14]已有广泛的 研究。其中文献[8]是用三片对中心波长λ。为λ/4, λ/2,λ/4的云母波片构成的消色差复合波片,将其 称为QHQ复合波片。文献[9,10,14]是在文献[8] 的设计基础上,通过改变其中一个或两个参数来拓 宽消色差范围或提高相位延迟精度,其他的参数固 定不变,而消色差复合波片是一个多参数、多约束的 系统,仅改变其中几个参数,无法达到最佳效果。基 于模拟退火算法具有极强的搜索能力,不会陷入局 部最优解的特点,本文利用模拟退火算法来设计消 色差复合波片;与上述设计方法相比,这种设计方法 不需要首先设定几个参数然后调整其他参数,通过 一次次的调整来获取优化方案;而是将每个参数均 视为变量,并设定每个变量的取值范围,运用模拟退 火算法,在每个变量的取值范围内分别随机取值组 成一组值,微机无限循环计算,直到满足某一条件停止循环,这时得到的一组值为消色差复合波片的最 佳设计参数。基于模拟退火算法设计消色差复合波 片既可提高器件的消色差性能,同时又是一种快捷、 方便的设计方法。

2 设计原理

2.1 三元复合波片原理

三波片组合的复合波片如图 1 所示,设 δ_1 , δ_2 , δ_3 分 别为 C₁,C₂,C₃ 三个波片在波长 λ_0 处的相位延迟量。 令 C₁,C₃ 波片的相位延迟量相等,即 $\delta_1 = \delta_3$,且两波片 的快轴方向平行,C₂ 的快轴与 C₁,C₃ 波片快轴夹角为 θ ,也称复合角,相位延迟器在 λ_0 处的延迟量为 δ_0 ,等效 快轴与 C₁,C₃ 波片快轴夹角为 φ ,则有^[9]

$$\cos(\delta_0/2) = \cos \delta_1 \cos(\delta_2/2) - \sin \delta_1 \sin(\delta_2/2) \cos(2\theta),$$
(1)

$$\cot(2\varphi) = \csc(2\theta) [\sin \delta_1 \cot(\delta_2/2) + \cos \delta_1 \cos(2\theta)].$$
(2)

率变化,则其在任意波长 λ 处的相位延迟量为

$$\delta = 2\arccos\left[\cos\left(\frac{2\pi\Delta nd_1}{\lambda}\right)\cos\left(\frac{2\pi\Delta nd_2}{2\lambda}\right) - \sin\left(\frac{2\pi\Delta nd_1}{\lambda}\right)\sin\left(\frac{2\pi\Delta nd_2}{2\lambda}\right)\cos(2\theta)\right],\tag{3}$$



图 1 三元复合波片结构图

Fig. 1 Configuration of three-element compound waveplate

式中 d_1 为 C_1 , C_3 的厚度, d_2 为 C_2 的厚度, Δn 为任 意波长 λ 处材料的双折射率。由于用云母制作波片 工艺简单、易于解理、成本低廉、容易制成单级片^[5], 因此以云母为原材料,在可见光范围内,云母的双折 射率可近似为一常数,即 $\Delta n = -0.00474$ 。

为了设计可见光范围内的消色差 $\lambda/2$ 复合波 片,要求在此范围内任意波长对应的 $\delta \approx \pi$,在可见 光范围内相位延迟量评价函数之和为

$$f = \sum_{\lambda} \left\{ 2 \arccos \left[\cos \left(\frac{2\pi \Delta n d_1}{\lambda} \right) \cos \left(\frac{2\pi \Delta n d_2}{2\lambda} \right) - \sin \left(\frac{2\pi \Delta n d_1}{\lambda} \right) \sin \left(\frac{2\pi \Delta n d_2}{2\lambda} \right) \cos(2\theta) \right] - \pi \right\}^2.$$
(4)

为了表明每一波长对应的评价函数都很重要,在此 将可见光内的波长以 0.01 μm 为间隔来求和。(4) 式取最小值时对应的解为最优解,基于模拟退火算 法具有较强的搜索能力,而不会陷入局部最优解的 特点,本文以(4)式为目标函数,用模拟退火算法寻 求其近似最小值,得到近似最优解,即得到消色差复 合波片的设计参数 d₁,d₂,θ。

2.2 消色差复合波片的模拟退火算法设计

1982年,Kirkpatrick等首先意识到固体退火过 程与组合优化问题之间存在的类似性,Metropolis 等对固体在恒定温度下达到热平衡的模拟也给他们 以启迪:应该把 Metropolis 准则引入到优化过程中 来。最终他们得到一种对 Metropolis 算法进行迭 代的组合优化算法,这种算法模拟固体退火过程,称 之为"模拟退火算法",已应用于诸多方面^[15,16]。

设组合优化问题的一个解 i 及其目标函数 f(i)分别与固体的一个微观状态 i 及其能量 E_i 等价,令 随算法进程递减其值的控制参数 t 担当固体退火过 程中温度的角色,则对于控制参数 t 的每一取值,算 法持续进行,产生新解 j 及其目标函数 f(j),由 Metropolis 准则确定是否接受新解为当前解, 1576

$$P(i \leftarrow j) = \begin{cases} 1, & f(j) \leqslant f(i) \\ \exp\left[\frac{f(i) - f(j)}{t}\right], & f(j) > f(i) \end{cases}$$
(5)

这个过程就对应着固体在某一恒定温度下趋于热平衡的过程,也就是执行了一次 Metropolis 算法, Metropolis 算法执行的次数用 L 表示。

经过多次试验,令*t*的初始值为50,然后以0.95 的衰减因子来减小控制参数*t*的值,*t*的每一取值, 重复*L* = 10000 次 Metropolis 算法,就可以在控制 参数 *t* 趋于零时,最终求得组合优化问题的整体最 优解,终止条件是两次最优解之差为 5×10⁻³。将 (4)式作为目标函数,考虑到云母解理层的厚度,设 波片厚度范围为 40 μ m $\leq d_1 \leq 60 \mu$ m,40 μ m $\leq d_2 \leq$ 60 μ m,复合角的范围为 0 $\leq \theta \leq \pi$,在 400~700 nm 的波长范围内运用模拟退火算法求目标函数的最小 值。在 C # 环境中运行以上程序得到的结果为 $d_1 =$ 0.5377 × 10² μ m, $d_2 = 0.5374 × 10² \mu$ m, $\theta =$ 1.0103 rad。

考虑到加工工艺和使用上的方便,把设计参数 取为: $d_1 = 54 \ \mu m$, $d_2 = 54 \ \mu m$, $\theta = 57^\circ$ 。将设计参 数代入(3)式得到相位延迟量随波长变化的理论曲 线如图 2 中曲线 2 所示;曲线 1 为以 550 nm 为中心 波长的 QHQ 复合波片的相位延迟量随波长变化的 理论曲线。复合波片的等效快轴与 C₁, C₃ 波片快 轴的夹角随波长变化的理论曲线如图 3 所示,图中 两曲线所对应的复合波片与图 2 中所对应的复合波 片一致。若用 Δ 表示消色差复合波片的相位延迟 偏差,则有



图 2 δ随λ变化的理论曲线 Fig. 2 Theoretical curve of δ as a function of the wavelength λ





从图 2 中曲线 1 可以看出在 494~620 nm 范围 内 Δ 在 2% 以内;曲线 2 在 400~700 nm 范围内 Δ 在 2% 以内,消色差范围为 300 nm。对比两曲线可 以看出,基于模拟退火算法设计的消色差复合波片 在具有小延迟偏差的同时还具有很宽的消色差范 围。从图 3 中曲线 2 与曲线 1 的对比可以看出, QHQ 复合波片的 φ 随波长变化较大,在 494~ 620 nm范围内,浮动角度为 10°11′;而基于模拟退 火算法设计的消色差复合波片在 400~700 nm 范 围内, φ 的浮动角度仅为 5°7′。可见基于模拟退火 算法设计的复合波片的 φ 在较宽的光谱范围内变化 很小。在这里对角度做如下规定,迎着 z 轴看,以 x轴正方向为起始方向顺时针转为正,逆时针转为负。 根据图 3 中曲线 2,取 φ 的平均值 31°10′为复合波片 的平均等效快轴与 x 轴的夹角。

3 实验测试

3.1 测试样品

根据第 2 节的设计参数及分析,在 400 ~ 700 nm光谱范围内实现消色差相位延迟,三片云母 波片的厚度均为 54 μ m。经计算,若三片的厚度是 完全一致的,当相对 54 μ m 的厚度误差为±1 μ m 时,在400~700 nm 光谱范围 Δ 始终在 2%以内;如 果两云母波片的厚度完全一致,而另一片与之不一 致,当相对 54 μ m 的厚度误差均为±1 μ m 时,在 400~700 nm 范围内 Δ 将不小于 3.3%。由此可 见,保证三个波片厚度的一致性可以有效地减小云 母波片的厚度误差对消色差复合波片相位延迟偏差 的影响,而采取将一张大面积云母波片割为三片的 方法完全可以保证三波片厚度的一致性。

测试中选取的一张大面积的云母波片的厚度为 55 μm,将其两面镀宽带减反膜以消除多次反射产 生的相位延迟误差,然后将该云母波片切割成三片, 以 θ为 57°组成复合波片,放入光路中进行测试。

3.2 测试原理

采用归一化偏振调制法^[17]测量复合波片的相位延迟量,实验光路如图 4 所示。分别用输出波长为 473,532 和 670 nm 的半导体激光器和 633 nm 的氦氛激光器作为光源, P_1 , P_2 为起偏器,R 为与上述激光器对应的 $\lambda/4$ 云母波片, R_x 为待测复合波片,W 为渥拉斯顿(Wollaston)棱镜, D_1 , D_2 为两光

电探测器,其中之一型号为 1931-C,可测皮瓦量级 光强。光源发出的光经 P₁,R 后变为圆偏振光,经 P₂ 起偏变为线偏振光,经待测波片后被 Wollaston 棱镜分为两束光,用两个探测器同时接收这两个光 强信号。对角度的规定同上,选 x 轴为参考方向, 令 P₁ 透射光光矢量与 x 轴成 0°,R 的快轴与 x 轴 成 45°,P₂ 透射光光矢量与 x 轴成 90°,R_x 的等效快 轴与 x 轴成 φ 角,Wollaston 棱镜一透射光光矢量 与 x 轴成 90°,



图 4 实验光路图

Fig. 4 Schematic for measuring the mica achromatic half wave-plate

经 λ/4 波片 R 后,光矢量可表示为

$$\boldsymbol{E} = \sqrt{\frac{I_0}{2}} \begin{bmatrix} 1\\ i \end{bmatrix},\tag{7}$$

式中 I_0 为其光强。延迟量为 δ 的待测复合波片 R_x 的琼斯矩阵为

$$\boldsymbol{J}_{\boldsymbol{R}_{x}} = \begin{bmatrix} \cos(\delta/2) + i\sin(\delta/2)\cos(2\varphi) & i\sin(\delta/2)\sin(2\varphi) \\ i\sin(\delta/2)\sin(2\varphi) & \cos(\delta/2) - i\sin(\delta/2)\cos(2\varphi) \end{bmatrix},$$
(8)

根据 P2 和 Wollaston 棱镜的琼斯矩阵^[18]及(8)式可得

$$I_{N} = \left[\frac{I_{2}I_{1}'}{I_{1}I_{2}'}\right]^{1/2} = \frac{G_{2}^{2}}{G_{1}^{2}} \left[\frac{1}{\sin^{2}\left(\delta/2\right)\sin^{2}\left(2\varphi\right)} - 1\right],\tag{9}$$

式中 I_N 为归一化参数, I_1 , I_2 为 P_2 透射光光矢量与 *x* 轴成 90°时从 Wollaston 棱镜出射的两束光的光 强, I'_1 , I'_2 为 P_2 透射光光矢量与 *x* 轴成 0°时从 Wollaston 棱镜出射的两束光的光强, G_1 , G_2 分别 表示两探测器的增益。 I_N 与入射光光强 I_0 无关,但 与两探测器的增益系数有关,两探测器在不同波长 处的增益系数也不相同。测试时使 R_x 的等效快轴与 *x* 轴成 45°。根据测试光强 I_1 , I_2 , I'_1 , I'_2 及(9) 式可以 得到待测样品 R_x 的相位延迟量。

3.3 测试结果

测试结果如图 5 所示,图中曲线 1 为将 55 μ m 和 θ =57°代入(3)式得到相位延迟量随波长变化的 理论曲线;将 55 μ m 和 θ =57°代入(2)式得到复合 波片的等效快轴与 C₁,C₃ 波片快轴(即 x 轴)的夹 角 φ 随波长变化的理论值,取其平均值 31°12′为复 合波片的平均等效快轴 与 x 轴的夹角。曲线 2 是 以与 x 轴成 31°12′的平均等效快轴为基准,沿着顺 时针方向转动复合波片,使平均等效快轴与 x 轴成 45°,进行测试得到相位延迟量随波长变化的曲线。 曲线 3 为分别以不同测试波长所对应的等效快轴为 基准,沿着顺时针方向转动复合波片,使等效快轴与 x 轴成 45°,进行测试得到相位延迟量随波长变化的 曲线;复合波片的 φ 在 4 个波长处各不相同,对于每 个测试波长调整对应的等效快轴使其与 x 轴的夹 角为 45°,分别进行测试得到曲线 3。

从图 5 可以看出,曲线 3 与曲线 1 符合得很好, 最大偏差为 2°23′。曲线 2 与曲线 1 在 670 nm 波长 处偏差最大为 6°49′,这是由于平均等效快轴方向与 测试波长所对应的等效快轴方向偏差较大所致,由 此可知 φ 的波动对复合波片相位延迟精度也有很大 的影响。为了提高相位延迟精度,在设计消色差复 合波片时也应考虑等效快轴的波动。经测试,该消 色差复合波片在平均等效快轴下, Δ 在 4.8%以内, 满足使用要求;如果对相位延迟精度要求较高,在使



图 5 相位延迟量随波长变化的测试曲线



用时可以以不同波长所对应的等效快轴为基准,此 时 △ 在 2.9%以内。

误差来源有两方面:1)在测试中,虽然已考虑两 探测器增益系数,但探测器响应的热不稳定性和空 间不均匀性仍可引起一定的误差;2)起偏器 P₁,P₂ 以及 Wollaston 棱镜的方位角也会引起一定的 误差。

4 结 论

根据三元复合波片理论,利用模拟退火算法,设 计出了消色差 $\lambda/2$ 复合波片。理论结果表明,在 400~700 nm 范围,复合波片的相位延迟偏差在 2%以内,等效快轴变化在5°7′以内。根据光相位延 迟量的归一化偏振调制测量法,选用4个激光光源 对该复合波片进行测试,实验结果表明,在可见光范 围,以平均等效快轴为基准,器件的相位延迟偏差在 4.8%以内;分别以测试波长对应的等效快轴为基 准,其相位延迟偏差在2.9%以内。与 QHQ 设计 方法相比其优点为:1)基于模拟退火算法设计的消 色差复合波片在具有小延迟偏差的同时还具有很宽 的消色差范围,同时又是一种快捷的设计方法。2) 加工基于模拟退火算法设计的消色差复合波片,其 工艺简单、方便、快捷。这表明用模拟退火算法设计 的云母消色差 $\lambda/2$ 复合波片具有一定的实用价值。

参考文献

- 1 Jörg Schirmer, Theodor Schmidt-Kaler. Liquid crystal phase retarder with broad spectral range[J]. Opt. Commun., 2000, 176(1-3): 313~317
- 2 Li Jingzhen. Handbook of Optics [M]. Xi'an: Shaanxi Science and Technology Press, 1986. 573~583 李景镇. 光学手册 [M]. 西安: 陕西科技技术出版社, 1986. 573~583
- 3 Ma Jianling, Song Lianke. Orientation effect on phase retardation of rhomb-type achromatic retarder[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(3): 492~496

马建玲, 宋连科. 菱体型消色差相位延迟器延迟相位的方位效应 [J]. 光学学报, 2008, **28**(3): 492~496

- 4 Parameswaran Hariharan. Achromatic and apochromatic halfwave and quarterwave retarders [J]. Opt. Eng., 1996, **35**(11): 3335~3337
- 5 Liao Yanbiao. Polarizer Optics [M]. Beijing: Science Press, 2003. 213~215
 - 廖延彪. 偏振光学[M].北京:科学出版社,2003. 213~215
- 6 A. V. Samoylov, V. S. Samoylov, A. P. Vidmachenko et al.. Achromatic and super-achromatic zero-order waveplates [J]. J. Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 2004, 88: 319~325
- 7 Song Lianke, Li Guohua. Design of the three-element combination achromatic retarder made of mica and quartz[J]. J. Optoelectronics • Laser, 2000, 11(1): 51~53 宋连科,李国华. 云母、石英晶体三元组合式消色差延迟器的设 计[J]. 光电子 • 激光, 2000, 11(1): 51~53
- 8 Yun Maojin, Li Guohua, Wang Mei *et al.*. Three-in-one composite achromatic λ/4 wave-plate [J]. J. Optoelectronics Laser, 2001, 12(6): 562~564
 云茂今,李国华,王 美等. 三元复合式消色差 λ/4 波片[J]. 光

电子・激光, 2001, **12**(6): 562~564 9 Zheng Chunhong, Song Lianke, Liang Rongrao. Optimizational design scheme for three-in-one composite achromatic $\lambda/4$ wave-

- design scheme for three in one composed atmoniate $\lambda/4$ wave plate[J]. Chinese J. Lasers, 2004, **31**(6): 662~664 郑春红, 宋连科, 梁荣饶. 三元复合式消色差 $\lambda/4$ 波片的优化设 计[J]. 中国激光, 2004, **31**(6): 662~664
- 10 Wang Jing, Song Lianke, Ni Zhibo. A new design based on enlarge composite λ/2 wave-plate's achromatic range [J]. J. Optoelectronics • Laser, 2007, 18(2): 194~196
 王 静,宋连科,倪志波. 拓宽复合式 λ/2 波片消色差范围的新 设计[J]. 光电子 • 激光, 2007, 18(2): 194~196
- 11 Xia Lifeng, Zhou Mingbao. Design of the wave plate for polychromatic light [J]. Opto-Electronic Engineering, 2001, 28(4): 57~59
 夏立峰,周明宝. 用于多色光的波片的设计[J]. 光电工程, 2001, 28(4): 57~59
- 12 Xue Dong, Li Guohua, Hao Dianzhong et al.. Achromatic analysis of the two-in-one composite 1/4 wave-plate [J]. Laser Technology, 2004, 28(2): 184~186
 薛 东,李国华,郝殿中等.复合消色差 1/4 波片的再研究[J]. 激光技术, 2004, 28(2): 184~186
- 13 Jun Ma, Jing-Shan Wang, Carsten Denker et al.. Optical design of multilayer achromatic waveplate by simulated annealing algorithm[J]. Chinese J. Astronomy and Astrophysics, 2008, 8(3): 349~361

侯 杰,杨坤涛,吴 励等.红外复合宽带波片的研制[J].中 国激光,2004,**31**(3):281~283

- 15 Chen Xiaojing, Wu Di, Yu Jiajia *et al.*. A new choice method of characteristic wavelength of visible/near infrared spectroscopy [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(11): 2153~2158 陈孝敬, 吴 迪, 虞佳佳等. 一种用于可见-近红外光谱特征波长选择的新方法[J]. 光学学报, 2008, **28**(11): 2153~2158
- 16 Duan Yuhua, Jing Xili, Song Chaoqun. Optimized design of 3-skip-1 filter for 100 GHz used in optical add-drop multiplexing [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(11): 2243~2244 段玉华, 井西利, 宋超群. 光分插复用 3-skip-1 100 GHz 滤波器 的最优化设计[J]. 光学学报, 2008, 28(11): 2243~2244
- 17 Zhao Qiuling, Wu Fuquan. Optical phase retardation measurement by normalized polarizing modulation [J]. Acta Optica Sinica, 2002, 22(3): 360~362 赵秋玲, 吴福全. 光相位延迟量的归一化偏振调制测量[J]. 光 学学报, 2002, 22(3): 360~362
- 18 Wei Guanghui. Matrix Optics[M]. Beijing: Ordnance Industry Press, 1995. 145

魏光辉. 矩阵光学[M]. 北京: 兵器工业出版社,1995. 145