**文章编号:** 0258-7025(2010)06-1485-05

# 光纤微腔级联性质及布拉格光栅特性研究

# 王春宝 张伟刚 刘卓琳 颜爱东 尚佳彬

(南开大学现代光学研究所光电信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300071)

摘要 对光纤布拉格光栅(FBG)阶梯型折射率分布进行傅里叶级数展开,分析了光纤中阶梯型折射率分布与正弦 型折射率分布的关系,从而证明了用阶梯型折射率分布近似正弦型折射率分布方法的合理性。利用 Rouard 方法, 数值分析了腔长为亚微米量级的光纤法布里-珀罗(F-P)腔级联的光谱特性。在光纤 F-P 腔双光束近似基础上,推 导出光腔级联反射光强的近似表达式;定量分析了级联光腔个数不同时反射谱的特性。从光腔级联的角度,提出 了一种简捷实用的光纤布拉格光栅的分析方法,阐述了光纤布拉格光栅机理及其成栅过程。

关键词 光栅;光纤法布里-珀罗腔;光纤布拉格光栅;光腔级联;Rouard方法

**中图分类号** TN253 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/CJL20103706.1485

# Research on Character of the Cascade of Fiber Cavity and Connection with Fiber Bragg Grating

Wang Chunbao Zhang Weigang Liu Zhuolin Yan Aidong Shang Jiabin

(Key Laboratory of Opto-Electronic Information Science and Technology, Ministry of Education, Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin 300071, China

**Abstract** Refractive distribution in fiber Bragg grating(FBG) is expanded by Fourier series. The relation between step index profile and sinusoidal distribution is analyzed, and it is reasonable for using step index profile distribution to do the calculation. Rouard numeric method is used to analyze transmission spectrum of the cascaded Fabry-Pérot (F-P) cavities with length about sub-micron level. Based on two-beam optical interference approach, the characteristics of the cascaded fiber cavity and the connection between F-P cavity and FBG are given. An advisable method is proposed in which FBG can result from the cascade of fiber cavities, and basic principle of the FBG is established by utilizing the cascaded F-P cavity approach.

Key words gratings; fiber Fabry-Pérot cavity; fiber Bragg grating; fiber cavity cascade; Rouard method

1 引 言

光纤法布里-珀罗(F-P)干涉仪是一种干涉型 的光纤器件,与光纤 F-P 干涉仪相关的光纤器件在 光纤通信和光纤传感领域有很多应用。光纤 F-P 干涉仪有本征型和非本征型,非本征型光纤 F-P 干 涉仪通常都有一段折射率均匀变化的区域,又可称 为光纤 F-P 腔。当光在光纤 F-P 腔内传播时,遇到 折射率变化区域会在区域的边界产生反射,由于边 界的反射率很小,故可用双光束干涉近似<sup>[1]</sup>方法进 行分析。光纤 F-P 腔可用于高精度、温度不敏感的 折射率传感器<sup>[2]</sup>。光纤 F-P 腔可由飞秒激光加工, 加工出的光纤 F-P 腔可用于应变或折射率传感 器<sup>[3~5]</sup>,或是将光纤 F-P 腔接入到光纤环衰荡腔中 用于微量流体吸收谱的测量<sup>[6]</sup>。如果光纤 F-P 腔折

收稿日期: 2010-03-22; 收到修改稿日期: 2010-04-25

基金项目:国家自然科学基金(10674075,10974100,60577018)、天津市应用基础与前沿技术研究计划(10JCZDJC24300) 和光电信息技术科学教育部重点实验室开放课题资助课题。

作者简介:王春宝(1981一),男,博士研究生,主要从事光子技术及光通信等方面的研究。

E-mail: wangchunbao@mail. nankai. edu. cn

**导师简介:**张伟刚(1959—),男,教授,博士生导师,主要从事光子技术与现代光传感、新型光电子器件等方面的研究。 E-mail: zhangwg@nankai.edu.cn 中

光

射率变化很小(10<sup>-5</sup>~10<sup>-3</sup>量级,这种折射率调制可 由激光曝光得到),腔长很短(亚微米量级),那么这 样的光纤 F-P 腔可以看成光纤布拉格光栅(FBG)单 个周期里的一部分。光纤布拉格光栅是一种短周期 反射式光栅,光栅的周期为亚微米量级,折射率调制 深度为 10<sup>-5</sup>~10<sup>-3</sup>量级,可用耦合模理论描述<sup>[7]</sup>。耦 合模理论是一种微扰理论,优点是物理机制清晰,方 法直观灵活。然而,当光栅周期数很少时,耦合模理 论的假设不再成立<sup>[8]</sup>。光纤布拉格光栅折射率分布 具有周期性, Miguel A. Muriel 等<sup>[9]</sup>在多层膜理论 的基础上发展了传输矩阵法,由于传输矩阵法方便 快捷,因此经常被用于分析光纤布拉格光栅的光谱性 质<sup>[10]</sup>。同样基于多层膜理论,L.A. Weller-Brophy 等<sup>[11]</sup>发展了 Rouard 方法用来分析波导光栅的光谱 特性,这种方法是一种数值算法,适用于各种类型光 栅,尤其是折射率调制深度较大的光栅<sup>[12]</sup>。

在理想情况下,折射率调制为矩形的光纤布拉格光栅,从结构上可以看作光纤 F-P 腔的级联,光 纤中传播的光在每个光纤 F-P 腔的界面处产生反 射和折射,这样经多个界面反射的光产生多光束干 涉,其作用效果(光谱)与通常的 F-P 干涉仪产生细 锐条纹相类似<sup>[13]</sup>,即光纤布拉格光栅具有窄带特 性。本文在光纤 F-P 腔双光束近似基础上,利用 Rouard 方法对光纤 F-P 腔级联的光谱特性进行了 研究,推导并分析了光纤 F-P 腔与光纤布拉格光栅 之间的渐变过程。同时,提出了一种分析光纤 F-P 腔级联光谱特性的近似方法,并从光腔级联的角度 阐述了光纤布拉格光栅机理及成栅过程。

## 2 光纤 F-P 腔理论分析

#### 2.1 光纤 F-P 腔的光谱性质

根据光纤 F-P 腔在纤芯部分折射率分布的特点,可将纤芯视为由3层介质组成,如图1所示。反射系数可以由艾里方程描述<sup>[11]</sup>

$$\rho_2 = \frac{r_1 + r_2 \exp(-j2\delta)}{1 + r_1 r_2 \exp(-j2\delta)},\tag{1}$$

式中 $\rho_2$ 为复数的电场反射系数, $r_1$ 和 $r_2$ 分别为第1 个和第2个交界面处的菲涅耳反射系数, $\delta=2kn_2d$ 相当于光通过介质2时的相位延迟,k为波矢, $n_2$ 为 介质2的折射率,d为介质2的长度。考虑到 $r_1$ 和  $r_2$ 通常很小,单个光纤F-P腔反射光谱可作为双光 束近似<sup>[1]</sup>结果处理,即相当于忽略(1)式右边分母的 第2项。

当多个光纤 F-P 腔级联时,重复利用(1)式,可



### 图 1 光经过 3 层介质反射示意图

Fig. 1 Reflection from three planes

以得到级联光纤 F-P 腔的反射光谱,进而分析其光 谱性质。如果光纤 F-P 腔未破坏光纤结构,产生的 损耗很小,那么对于等间距级联多个相同光纤 F-P 腔,其结构则具有周期性折射率分布及光栅的特征。 对于腔长以及腔之间的距离在亚微米量级的光纤 F-P 腔,级联之后可视为一种阶梯形折射率分布的 光纤布拉格光栅,其级联光纤 F-P 腔的光谱性质可 采用 Rouard 方法分析得到<sup>[11]</sup>。

#### 2.2 分析光纤布拉格光栅的 Rouard 方法

光纤布拉格光栅由强度随空间变化的强紫外光 照射光纤纤芯来制备,通常在光纤的纤芯区域形成 周期性的折射率调制。对于折射率为阶跃型分布的 单模光纤,设光纤中只传输 LPoi模,光纤纵向产生 的折射率变化为  $\delta n_{co}(z)$ ,则光纤中导模有效折射率 的改变  $\delta n_{eff} \cong \Gamma \delta n_{co}$ ,其中  $\Gamma$  为 LPoi模的纤芯集光功 率因子<sup>[7]</sup>。若纤芯折射率调制为具有 N 个周期的 理想阶梯型结构,则光栅可以看作多层介质膜的叠 加,采用传输矩阵法<sup>[9]</sup>或 Rouard 方法可对其进行 数值求解分析<sup>[14]</sup>。

如图 2 所示,光纤布拉格光栅的折射率调制为 正弦型,振幅为  $\Delta n$ 。这样,光纤布拉格光栅的每个 周期可以看成是两层均匀介质膜,即前半个周期的 等效折射率为  $\Delta n \pi/4$ ,后半个周期的等效折射率为  $-\Delta n \pi/4$ 。于是,对振幅为  $\Delta n \pi/4$  阶梯型的折射率 分布形式进行傅里叶级数展开,其中一阶分量是振 幅为  $\Delta n$  正弦型的折射率调制,光栅的反射系数由 一阶分量决定。由于高阶分量与一阶布拉格频率不 匹配,因此对光栅光谱产生的影响可以忽略。经上 述分析,正弦型折射率调制的光栅可以等效为阶梯 型的折射率调制,界面 *i* 的反射系数满足公式

$$\rho_{i} = \frac{r_{i} + r_{i+1} \exp(-2j\delta_{i})}{1 + r_{i}r_{i+1} \exp(-2j\delta_{i})}, \qquad (2)$$

$$\delta_i = \beta_i l_i, \qquad (3)$$

式中 $\rho_i$ 为第*i*界面处的复反射系数, $r_i$ , $r_{i+1}$ 分别为 界面*i*和*i*+1的菲涅耳反射系数, $\delta_i$ 为界面*i*和*i*+1之间电场的相位延迟。 $\beta_i$ 为传播常数, $l_i = \Lambda/2$ 为 半周期长。



图 2 光纤布拉格光栅折射率分布与等效阶梯型折射率 调制示意图

Fig. 2 Index modulation and schematic diagram for equivalent step index profile

重复利用(2)式,就可以得到整个光栅的反射系数。考虑到光栅的折射率变化很小,可以假设光栅中的光场传播常数不变。于是,根据相位匹配条件 $\beta = \pi/\Lambda$ ,利用 Rouard 方法可得到与耦合模理论相同的峰值反射系数<sup>[11]</sup>

$$\rho = -\tanh(\kappa L), \qquad (4)$$

式中 κ 为耦合系数,L 为光栅长度。为使计算过程 简化,将光栅周期做双层膜结构处理。欲获得更精 确的结果,可将光栅周期视为更多层膜的叠加。

#### 2.3 利用 Rouard 方法分析光纤 F-P 腔级联性质

当光纤 F-P 腔级联时,利用 Rouard 方法可以 分析级联光纤 F-P 腔的光谱性质。特别当折射率 调制很小,光纤 F-P 腔界面处的反射系数很小,利 用(1)式计算光纤 F-P 腔级联光谱性质时,可以将 分母中的第2项忽略,这样当级联光腔个数较少时 可以不用将复数的反射系数进行迭代,而直接将分 子作为干涉项进行叠加,这样可以将计算过程简化。 相同的光纤 F-P 腔进行级联时,折射率分布具有周 期性,如图3所示。



#### 图 3 光纤 F-P 腔级联示意图

# Fig. 3 Schematic structure of optical fiber F-P cavity cascade

在图 3 中,光纤 F-P 腔腔长为 d<sub>2</sub>,两个腔之间的 距离为 d<sub>1</sub>,级联 N 个光腔时存在 2N 界面。用 r<sub>i</sub>和 t<sub>i</sub>表示第 i 界面的菲涅耳反射系数和透射系数,则有

$$\begin{cases} r_i = -r_{i+1} = r \\ t_i = t_{i+2} \\ r_i^2 + t_i t_{i+1} = 1 \end{cases}$$
(5)

根据(5)式和(1)式,可以得到较少光纤 F-P 腔级联 反射光谱的性质。设入射电场为  $E_0$ , $\beta$  为传播常数,则反射电场可表示为

 $E = \{r_{1} + r_{2}\exp(-j2\beta d_{2}) + r_{1}t_{1}^{2}t_{2}^{2}\exp[-j2\beta (d_{1} + d_{2})] + r_{2}t_{1}^{2}t_{2}^{2}\exp[-j2\beta (d_{1} + d_{2})]\exp(-j2\beta d_{2}) + r_{1}t_{1}^{4}t_{2}^{4}\exp[-j4\beta (d_{1} + d_{2})] + r_{2}t_{1}^{4}t_{2}^{4}\exp[-j4\beta (d_{1} + d_{2})]\exp(-j2\beta d_{2}) + \dots + r_{1}t_{1}^{2(N-1)}t_{2}^{2(N-1)} \times \exp[-j2(N-1)\beta (d_{1} + d_{2})] + r_{2}t_{1}^{2(N-1)}t_{2}^{2(N-1)}\exp[-j2(N-1)\beta (d_{1} + d_{2})]\exp(-j2\beta d_{2})\}E_{0}.$ (6)

整理 (6)式可化简为  

$$E = r[1 - \exp(-j2\beta d_2)] \times \frac{1 - t_1^{2N} t_2^{2N} \exp\{-j[2N\beta(d_1 + d_2)]\}}{1 - t_1^2 t_2^2 \exp\{-j[2\beta(d_1 + d_2)]\}} E_0.$$
 (7)

由(7)式得到反射率为

$$R = 2r^{2} (1 - \cos 2\beta d_{2}) \times \frac{1 + t_{1}^{4N} t_{2}^{4N} - 2t_{1}^{4N} t_{2}^{4N} \cos 2N\beta(d_{1} + d_{2})}{1 + t_{1}^{4} t_{2}^{4} - 2t_{1}^{2} t_{2}^{2} \cos 2\beta(d_{1} + d_{2})}.$$
(8)

由(8)式可知,当  $2\beta d_2 = \pi$ 即光腔的光学长度为  $\lambda/4$ 时,由光纤 F-P 腔级联成栅的效果最为显著,即 成栅效率达到最佳值。这表明,对于相同光栅周期数 和折射率调制深度,此种情况光栅具有更高的反射 率。同样,根据光纤布拉格光栅相位匹配条件<sup>[5]</sup>

$$\lambda = 2n_{\rm eff}\Lambda,\qquad(9)$$

式中 $\lambda$ 为谐振峰的中心波长, $n_{\text{eff}}$ 为纤芯基模的有效 折射率, $\Lambda = d_1 + d_2$ 为光栅周期,可由谐振峰位置定 出光腔腔长和腔的间距。

## 3 光纤 F-P 腔级联光谱性质

Rouard 方法适用于一般情况下的光纤 F-P 腔 级联反射谱模拟分析。当级联光腔个数在 800 以内 时,(8)式作为级联少数光腔反射谱表达式,其计算 得到的结果与采用 Rouard 方法得到的结果一致; 而当光腔级联个数大于 800 时,其反射谱的模拟分 析则需采用 Rouard 方法进行。

假设光纤中基模的有效折射率 n<sub>eff</sub>和纤芯的折射 率近似相等,即可通过 Sellmeier 公式<sup>[15]</sup>计算基模传 播常数,并通过关系式 β=n<sub>eff</sub>k 进行光栅的光谱分析。 将β代入到(8)式中,计算得到了如图 4~6 所示的光 谱图,其中考虑了光纤基质材料色散的影响。当级联 光腔个数超过 100 时,光谱有意义的范围很快缩小到 100 nm 以下,对这种情况下的光栅光谱分析,忽略了 光纤基质材料的色散影响。

#### 3.1 单光腔双光束干涉模拟反射谱

单个光纤 F-P 腔的反射光谱为双光束干涉,模拟

光

光谱如图 4 所示。模拟参数如下:纤芯看作纯二氧化 硅基质,通过 Sellmeier 公式计算在 1550 nm 纤芯的 折射率 n<sub>co</sub>=1.4440,调制后有效折射率 n<sub>eff</sub>=1.4445; 光腔腔长及相邻腔间距均为 269 nm。由图 4 分析可 知,因光纤 F-P 腔的腔长很小,故其自由光谱范围很 宽。在双光束干涉过程中,两个界面反射产生的光程 差与波长并不是线性的关系,故模拟得到的光谱并不 具有周期性,此时的光腔反射率很低,约为 10<sup>7</sup>量级。





#### 3.2 多光腔级联多光束干涉模拟反射谱

采用和 3.1 节相同的参数模拟了多个光腔级联 的光谱。分析表明,光腔的反射光谱会随着光腔级 联个数 N 的增加而逐渐变化。5 个光腔级联的反 射光谱模拟图如图 5 所示。从图 5 中可见,尽管 N 很小,但级联的光纤 F-P 腔已经显现出某种光栅效 应,即在 1550 nm 附近出现最大值,而其他位置则出 现一些反射率差别很大的极大值。进一步分析可知, 这些次极大值随着级联光腔个数的增加将会被削弱。







图 6 为 50 个光腔级联的反射光谱模拟图。深 入分析可知,光栅效应是光腔级联集体效应的体现, 不同波长的光在多个光腔里传播时,经界面反射相 位延迟是不同的。由于有相位匹配条件的存在,有 些波段的光总能因干涉得到加强,有些则不能。在 远离相位匹配条件的波段,反射光的强度基本消失, 即在图 5 中出现过的一些次极大已被削弱趋近于 零。此时对比可以看出谐振峰带宽变窄,这一特征 与光纤布拉格光栅的性质相符。因此,可以认为此 时已经产生了光纤布拉格光栅,其谐振峰的位置由 有效折射率 n<sub>eff</sub>和光栅的周期 Λ 决定。需要指出的 是,此时光栅的谐振峰带宽很宽,反射率亦很低,这 是由于级联光纤 F-P 腔个数很少造成的。





Fig. 6 Reflection of the cascade of cavity when N=50
图 7 为光腔个数 N=200 时光腔级联的反射

谱,这时 1550 nm 附近的峰值为 4.8×10<sup>-3</sup>,谐振峰 带宽已达到 10 nm 左右。



图 7 N=200 时光腔的级联模拟反射谱

Fig. 7 Reflection of the cascaded cavity when N=200

随着级联光腔个数的继续增加,光栅峰值的反 射率持续增大,谐振峰带宽则逐渐变窄。对于光腔 级联个数较多的情况,(1)式中分母最后一项不能忽 略,(8)式不再成立。对此,改用 Rouard 方法对光 腔级联反射谱进行模拟分析。图 8 为 N=1000 时 的反射模拟谱,其反射率约为 0.115,谐振峰带宽降 到1.5 nm左右。当级联光腔个数为 10000 时,其谐 振峰的峰值已经接近 1,谐振峰带宽下降到 1 nm 以 下,此时级联的光腔已经完全变成光纤布拉格光栅, 如图 9 所示。





## 4 结 论

由分析可知,光纤布拉格光栅从结构上可看作 光纤 F-P 腔级联。本文采用 Rouard 方法,对腔长 很短的光纤 F-P 腔级联光谱特性进行了模拟分析。 从 F-P 腔的角度分析了布拉格光栅特性,这种分析 方法的特点是使布拉格光栅特性的物理图像更明 显。在光纤 F-P 腔双光束近似理论的基础上,推导 出光腔级联反射光强的表达式;定量分析了级联光 腔个数不同时反射谱的特性。从光腔级联的角度, 阐述了光纤布拉格光栅机理及其成栅过程。利用光 腔级联模型,可解释光纤布拉格光栅窄带性质的成 因。通过对光腔级联反射谱的模拟研究,得到如下 结论:

1)对于相同光纤微 F-P 光腔的级联,满足一定的相位匹配条件可产生光栅效应;光纤光栅可视为 光纤 F-P 腔的级联;

2)光栅效应的出现是一个渐变过程,即随着光 纤微 F-P 光腔级联个数的增加,当反射谱在较大波 段位置出现反射光强极小时,则会出现光栅效应。 此时,其谐振峰的峰值反射率将随着级联光腔个数 的增加而增加,谐振峰的带宽亦随着级联光腔个数 的增加而变窄; 3)由于光纤 F-P 腔每个端面反射率非常低,其 反射光很弱,导致大部分能量透过光腔。而透过的 光在相邻光腔的每个端面反射,这使得相邻两个端 面反射光的电场振幅差异变得很小,该差异主要来 自相位之间的差别。并且,这样的反射光进行多光 束干涉,会产生非常细锐的条纹。

#### 参考文献

- 1 Tao Wei, Yukun Han, Hailung Tsai *et al.*. Miniaturized fiber inline Fabry-Pérot interferometer fabricated with a femtosecond laser[J]. *Opt. Lett.*, 2008, **33**(6): 536~538
- 2 Z. L. Ran, Y. J. Rao, W. J. Liu *et al.*. Laser-micromachined Fabry-Pérot optical fiber tip sensor for high-resolution temperature-independent measurement of refractive index [J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(3): 2252~2263
- 3 Wang Wei, Rao Yunjiang, Tang Qingtao et al.. Micromachining of an in-fiber extrinsic Fabry-Pérot interferometric sensor by using a femtosecond laser[J]. Chinese J. Lasers, 2007, 34(12): 1660~1664

王 维,饶云江,唐庆涛等,飞秒激光加工的微型光纤法布里-珀罗干涉传感器[J].中国激光,2007,**34**(12):1660~1664

4 Liu Weijun, Rao Yunjiang, Ran Zengling et al.. Novel Fabry-Pérot fiber-optic refractive-index sensor based on laser micromachining [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28 (7): 1400~1404

刘为俊,饶云江,冉曾令等.基于激光微加工的新型光纤法布里 -珀罗折射率传感器[J].光学学报,2008,28(7):1400~1404

- 5 Deng Hongyou, Rao Yunjiang, Ran Zengling *et al.*. Photonic crystal fiber based Fabry-Pérot sensor fabricated by using 157 nm laser micromachining[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(2): 255~258 邓洪有, 饶云江, 冉曾令等. 用 157 nm 激光制作的光子晶体光 纤法布里-珀罗传感器[J]. 光学学报, 2008, **28**(2): 255~258
- 6 Zhang Qi, Zhang Weigang, Zhang Jian et al.. Micro-cavity fabricated by femtosecond lasers and its application in fiber-loop ring-down spectroscopy[J]. Chinese J. Lasers, 2009, 36(3): 713~717 张 琦,张伟刚,张 健等.飞秒激光蚀刻微腔及其在光纤环衰 荡腔中的应用[J]. 中国激光, 2009, 36(3): 713~717
- 7 Erdogan. Fiber grating spectra [J]. J. Lightwave Technol., 1997, 15(8): 1277~1294
- 8 Makoto Yamada, Kyohei Sakuda. Analysis of almost-periodic distributed feedback slab waveguides via a fundamental matrix approach[J]. Appl. Opt., 1987, 26(16): 3474~3478
- 9 Miguel A. Muriel, Alejandro Carballar, Jose Azana. Field distributions inside fiber gratings[J]. Quantum Electron., 1999, 35(4): 548~558
- 10 Gary A. Miller, Charles G. Askins, E. Joseph Friebele. Modified F-matrix calculation of Bragg grating spectra and its use with a novel nonlinear index growth law [J]. J. Lightwave Technol., 2006, 24(6): 2416~2417
- 11 L. A. Weller-Brophy, D. G. Hall. Analysis of waveguide gratings: application of Rouard's method[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1985, 2(6): 863~871
- 12 Christopher W. Smelser, Stephen J. Mihailov, Dan Grobnic. Rouard's method modeling of type I-IR fiber Bragg gratings made using an ultrafast IR laser and a phase mask[J]. J. Opt. Soc. Am. B, 2006, 23(10): 2011~2017
- 13 M. Born, E. Wolf. Principles of Optics [M]. New York: Pergamon, 1980.51~70,323~367
- 14 Zihua Wang, Gangding Peng, Pak L. Chu. Improved Rouard's method for fiber and waveguide gratings [J]. Opt. Commun., 2000, 177: 245~250
- 15 James W. Fleming. Dispersion in GeO<sub>2</sub>-SiO<sub>2</sub> glasses[J]. Appl. Opt., 1984, **23**(24): 4486~4493