

文章编号: 0258-7025(2010)05-1275-05

基于超模的双芯光纤长周期光栅理论分析

郑晶晶 宁提纲 简水生

(北京交通大学光波技术研究所, 北京 100044)

摘要 以耦合模理论导出的超模为基础, 推导出适用于双芯光纤矩形折射率分布长周期光栅(LPG)计算的理论方法, 给出了输出的一般解析表达式。针对两纤芯完全相同的双芯光纤上写入两同步均匀且完全相同光栅的特殊模型, 给出了单芯输出可用于直接计算的一般解析表达式, 这种模型中光栅的影响表现为各波长上的附加相位和谐振波长的偏移, 可以用于双芯光纤谐振波长的调整和可控的相位变化。对于两光栅仅有折射率变化幅度差异的模型, 给出了数值模拟结果, 讨论了这一因素对输出的影响。

关键词 光栅; 双芯光纤; 超模; 耦合模理论

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20103705.1275

Theoretical Analysis of Dual Core Fiber Long Period Grating Based on Supermode

Zheng Jingjing Ning Tigang Jian Shuisheng

(Institute of Lightwave Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract Based on supermodes derived from coupled mode theory, we present the formula to analyze dual core fiber gratings with rectangle-shaped index change, and give its general solution. To the same core with same synchronous uniform grating model, we present a simple express of the solution for each core that can be straightly used in calculation. In this model, the effect of grating is shifting resonant wavelength and adding different additional phases for different wavelengths and it could be used for adjusting the output spectrum of the dual core fiber, and controlling on its additional phase. To the model that gratings are different in index change, we give a numerical simulating result, and discuss its impact on performance.

Key words grating; dual core fiber; supermode; coupled mode theory

1 引 言

两根平行光纤相互靠近, 可以使它们传输的能量周期性地相互转移。这个结构在器件上主要表现为光纤耦合器和双芯光纤, 在光纤通信系统的上下话路、滤波、光开关以及传感等领域都有可供研究利用的良好特性^[1~3]。它们在计算时所用的模型是相同的, 都是在共同包层中存在两根相互平行的纤芯。光纤耦合器的熔融拉锥过程会因为工艺和设备引入影响器件性能的因素^[4,5], 直接拉丝成型的双芯光纤避免了这一过程, 因而在长度方向上的均匀性更好, 与一般计算所用的均匀波导模型也更接近。

双芯光纤的耦合特性主要由结构参数决定, 在双芯光纤上写入光栅, 可以经由很短的距离明显改变双芯光纤的耦合特性, 因此得到了广泛的研究和应用^[6,7]。

目前的双芯+光栅结构理论分析的主要方法, 以两纤芯分别与包层构成的波导能够支持的模式为基础, 通过把光栅的影响与双芯的影响同时并入耦合模方程, 推导出这个共同结构的输出特性^[8]。本文将从双芯结构的超模开始, 推导出写入光栅对输出造成的影响。

收稿日期: 2009-08-09; 收到修改稿日期: 2009-09-05

基金项目: 国家自然科学基金(60477017, 60771008), 北京市自然科学基金(4082024)和北京交通大学校科技基金(2006XM003)资助课题。

作者简介: 郑晶晶(1982—), 女, 博士研究生, 主要从事长周期光纤光栅方面的研究。E-mail: jzjheng.c@gmail.com

导师简介: 简水生(1929—), 男, 中国科学院院士, 主要从事光纤通信关键器件方面的研究。E-mail: ssjian@bjtu.edu.cn

2 数学模型

双芯光纤的超模(也有文献称为组合模^[9])一般是指从耦合模方程出发得到的一组场的稳定横向分布,其中的任何一种横向分布在传输过程中不随传输距离的变化而变化。也就是说,这组超模在这个光纤中传输时,不发生能量的交换,它们相互之间是无耦合的。如果把双芯光纤看成一个整体结构来求解模式,可以发现在这个结构中一个稳定的横向分布也就是这个结构中一个模式的定义方式。超模与双芯结构整体模式的相似性很好,但求解方法大为简化,与单芯能量的互化更容易,得到的结果也更加直观。

2.1 以耦合模理论为基础的超模的导出

对双芯光纤,通常的研究和实验都保证每一个纤芯与包层独立构成波导结构时,只支持基模的传输,这个条件可以在足够使用的前提下简化模型。

耦合模理论最基本的假设是,对整体结构来说,场的分布可以看成是各独立结构下模式添加随长度变化的系数之后的求和^[10,11]

$$E(x, y, z) = \sum_k a_k(z) e_k(x, y) \exp(j\beta_k z). \quad (1)$$

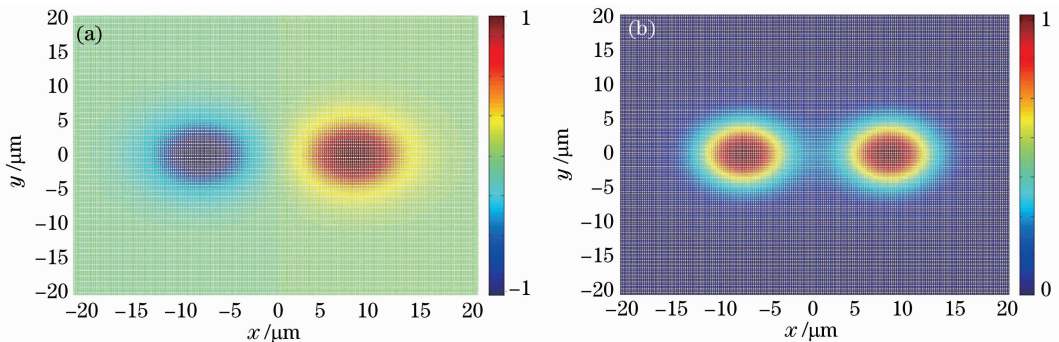


图 1 两纤芯参数相同的双芯光纤超模横向分布。(a) 超模 1; (b) 超模 2

Fig. 1 Supermode-distribution of a fiber with two same cores. (a) supermode 1; (b) supermode 2

2.2 写入长周期光栅的双芯光纤模型

图 2 所示为使用的双芯光纤长周期光栅(LPG)的结构示意图。在一个无限大的共同包层中,两根

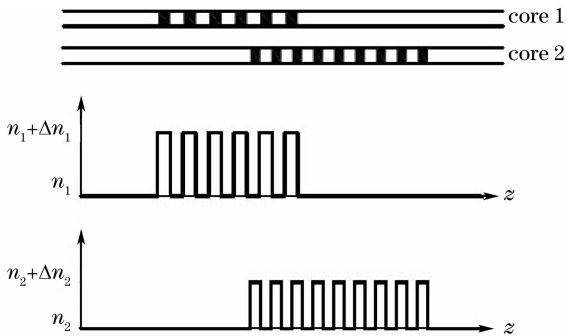


图 2 双芯光纤长周期光栅模型的结构示意图

Fig. 2 Scheme of dual core fiber LPG

对双芯光纤, $k = 1, 2$ 。耦合模方程可以表达为^[12]

$$\begin{cases} \frac{dA_1}{dz} = j(K_{11} + \beta_1)A_1 + jK_{12}A_2, \\ \frac{dA_2}{dz} = j(K_{22} + \beta_2)A_2 + jK_{21}A_1, \end{cases} \quad (2)$$

式中 $A_k = a_k(z) \exp(j\beta_k z)$, $K_{lm} = \frac{k_0^2}{2\beta_l} \int (n^2 - n_m^2) \times e_l^* e_m dx dy$, n 为双芯光纤的折射率分布, n_m 为第 m 个纤芯的折射率。把(2)式转化为矩阵方程并作去耦合处理,可以得到

$$\frac{d}{dz} [A_1, A_2]^T = jV \begin{bmatrix} \Gamma_1 & 0 \\ 0 & \Gamma_2 \end{bmatrix} V^{-1} [A_1, A_2]^T. \quad (3)$$

令 $[b_1, b_2]^T = V^{-1} [A_1, A_2]^T$, 可以得到一个无耦合的方程组

$$S_P = V^{-1} [A_1 e_1, A_2 e_2]^T \begin{bmatrix} \exp(j\Gamma_1 z) & 0 \\ 0 & \exp(j\Gamma_2 z) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

就是所求双芯光纤的一组超模。图 1 给出了两纤芯参数相等时计算得到的一组超模的横向分布图样。

纤芯相互平行地靠近放置。在这样的结构中写入一组光栅,它们的折射率变化沿径向的分布服从矩形函数。

以超模为基础,双芯光纤中的场可以表示为

$$E = \sum_k b_k e_k(x, y) \exp(j\Gamma_k z), \quad (5)$$

式中 b_k, e_k 分别为第 k 个超模的系数和横向场分布, $k = 1, 2$ 。把 b_k 改写成 $b_k(z)$, 在长周期条件下,仅考虑同向超模之间的耦合,可以得到以双芯结构存在微扰时的耦合模方程

$$\begin{cases} \frac{dB_1}{dz} = j(K_{11}^g + \Gamma_1)B_1 + jK_{12}^g B_2 \\ \frac{dB_2}{dz} = j(K_{22}^g + \Gamma_2)B_2 + jK_{21}^g B_1 \end{cases}, \quad (6)$$

式中

$$B_k = b_k \exp(j\Gamma_k z),$$

$$K_{lm}^g = \frac{k_0^2}{2\Gamma_l} \int \mathbf{e}_l \cdot \mathbf{e}_i^* dx dy \left(\int_{\text{core1}} n_1 \Delta n_1 \mathbf{e}_m \cdot \mathbf{e}_i^* dx dy + \int_{\text{core2}} n_2 \Delta n_2 \mathbf{e}_m \cdot \mathbf{e}_i^* dx dy \right).$$

根据两个光栅的周期、占空比和位置的相互关系,可以选出一组沿长度的划分,使得在每个小的长度单位(每段长度单位可以不相等)上折射率不发生变化。在第 p 个长度单位内,两纤芯相对于无光栅时的折射率变化 $[\Delta n_s, \Delta n_t]$ 必然是 $[\Delta n_1, 0]$, $[\Delta n_1, \Delta n_2]$, $[0, 0]$, $[0, \Delta n_2]$ 四种情况中的一种, (6) 式可以改写成常系数的矩阵微分方程

$$\frac{d}{dz} [B_1, B_2]^T = j \begin{bmatrix} K_{11}^{gp} + \Gamma_1 & K_{12}^{gp} \\ K_{21}^{gp} & K_{22}^{gp} + \Gamma_2 \end{bmatrix} [B_1, B_2]^T = j \bar{K}^{gp} [B_1, B_2]^T. \quad (7)$$

这个微分方程有通解

$$[B_1, B_2]^T = \expm[(j\bar{K}^{gp} z_p)] \times [B_1(z_{p0}), B_2(z_{p0})]^T, \quad (8)$$

式中 $[B_1(z_{p0}), B_2(z_{p0})]$ 为第 p 段 $[B_1, B_2]$ 的初值,也是第 $p-1$ 段上的终值。由此可以得到整段光栅的输出表达为

$$[B_1, B_2]^T = \prod_p \expm[(j\bar{K}^{gp} z_p)] \times [B_1(0), B_2(0)]^T. \quad (9)$$

以每根纤芯支持单模来表达的输出就可以表示为

$$[A_1, A_2]^T = \mathbf{V} \left\{ \prod_p \expm[(j\bar{K}^{gp} z_p)] \right\} \times \mathbf{V}^{-1} [A_1(0), A_2(0)]^T. \quad (10)$$

一般的单芯光纤光栅模型采用三角函数型的折射率分布^[13],得到的耦合模方程包含有对 z 变化的系数,所以只有在满足特殊条件下可以转化为常数方程组,并得到一般解,否则必须用数值解法。在求解快变量时,数值求解微分方程常用的龙格库塔方法会引入很大的积累误差,可能令结果严重偏离正确值,增加精度能在一定条件下缓解这个问题,但会大幅提高运算量。但在矩形折射率模型下,可以直接从常系数的微分方程得到输出的一般解,既提高了运算精度,又大大节省了运算时间。

3 特例讨论

在双芯光纤两纤芯参数相同时, $\beta_1 = \beta_2 = \beta$, $K_{11} = K_{22} = k_s$, $K_{12} = K_{21} = k_x$ 。可以得到形式统一的超模表达

$$V = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_1 = k_s + \beta + k_x, \quad \Gamma_2 = k_s + \beta - k_x, \quad (11)$$

如果在其上写入两个光栅完全相同且同步的均匀光栅,那么 $[\Delta n_s, \Delta n_t]$ 的组合只有 $[\Delta n, \Delta n]$, $[0, 0]$ 两种情况。在任意小段内有 $K_{12}^{gp} = K_{21}^{gp} = 0$ 。对折射率有变化的小段,令 $k_s^g = (K_{11}^{g1} + K_{22}^{g1})/2$, $\Delta k_s^g = K_{11}^{g1} - k_s^g$; 对折射率无变化的小段, $K_{12}^{g2} = K_{21}^{g2} = 0$ 。由此可以得到对应单模输出的表达式为

$$\begin{bmatrix} A_1(L) \\ A_2(L) \end{bmatrix} = \exp(j\theta n_T) \begin{bmatrix} \cos \varphi & j \sin \varphi \\ j \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1(0) \\ A_2(0) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

式中

$\theta = (\beta + k_s) z_2 + k_s^g z_1$, $\varphi = k_x L + \Delta k_s^g z_1 n_T$, L 为光栅总长, n_T 为光栅的周期数。给定初始条件 $A_1(0) = 1$, $A_2(0) = 0$ 时,两纤芯输出的能量分别为

$$\begin{bmatrix} P_1(L) \\ P_2(L) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2(k_x L + \Delta k_s^g z_1 n_T) \\ \sin^2(k_x L + \Delta k_s^g z_1 n_T) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

相位分别为 θn_T 和 $\theta n_T + \pi/2$ 。引入占空比 $a = z_1/(z_1 + z_2)$, (13) 式可以变形为

$$\begin{bmatrix} P_1(L) \\ P_2(L) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2[(k_x + a\Delta k_s^g)L] \\ \sin^2[(k_x + a\Delta k_s^g)L] \end{bmatrix}. \quad (14)$$

对一个给定结构的双芯光纤光栅来说, $k_x, \Delta k_s^g$ 都是波长的函数, $P_1(L)$ 的最大耦合点处满足条件 $k_x + a\Delta k_s^g = k\pi/L$, $P_2(L)$ 的最大耦合点处满足条件 $k_x + a\Delta k_s^g = (k + 1/2)\pi/L$, k 为任意整数。未写入光栅时,相同输入条件下此双芯光纤的输出为

$$\begin{bmatrix} P_1(L) \\ P_2(L) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2(k_x L) \\ \sin^2(k_x L) \end{bmatrix}, \quad (15)$$

相位分别为 $(\beta + k_s)L$ 和 $(\beta + k_s)L + \pi/2$ 。

也就是说,相较而言,这段光栅的写入没有改变三角函数平方的输出形式,而是通过光栅的影响渐变间隔地改变耦合的各中心波长,同时给两个纤芯中每个波长附加 $[k_s^g - (\beta + k_s)] z_1 n_T$ 的相位变化。图 3 给出了一段双芯光纤写入光栅前后的输出能量变化,图中只显示了注入芯(纤芯 1)的曲线。

本例中用到的计算参数为 $r_1 = r_2 = 3.5 \mu\text{m}$, $n_1 = n_2 = 0.0053$, $d = 20 \mu\text{m}$, $\Delta n_1 = \Delta n_2 = 4 \times 10^{-4}$, $z_1 = z_2 = 190 \mu\text{m}$, $n_T = 500$, 输入 $[1, 0]^T$ 。

光栅的特性可以通过外部附加变量的调整发生可控的变化。这个结构可以用于可控的相位变化,也可以用于双芯光纤谐振波长和波长间隔的可控调

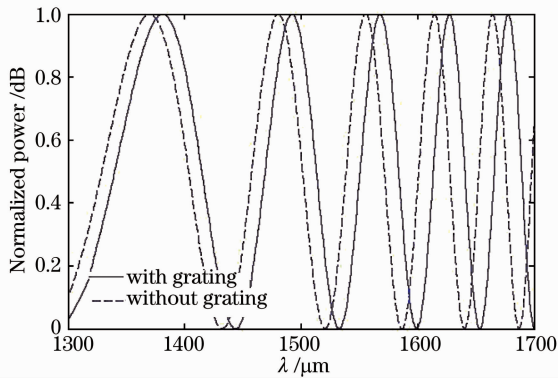


图3 在双芯光纤上写入完全相同长周期光栅前后的输出谱

Fig. 3 Spectrum of a dual core fiber with and without two synchronous same uniform LPGs

整。

上述例子在无限大包层双芯+长周期光栅模型中非常特殊。当这种纤芯参数、光栅参数和同步性都完全相同的结构被破坏时,输出谱会发生很大的变化。图4给出了在相同的双芯光纤上写入两周期相同的同步光栅,纤芯1(注入芯)上的光栅折射率变化幅度不变,纤芯2上的光栅折射率变化幅度 Δn_2 取 6×10^{-4} , 8×10^{-4} 和 10^{-3} 时,在相同输入下纤芯1的输出谱。从图上可以看出,在纤芯2的光栅折射率变化幅度 Δn_2 增加的过程中,两纤芯间的耦合被破坏的程度逐渐增加。对同一条曲线,波长越短的部分,耦合被破坏得越明显。

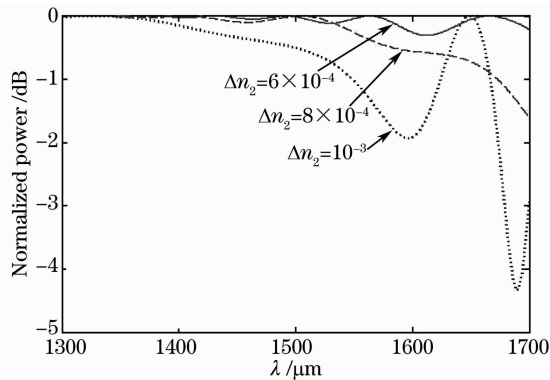


图4 双芯光纤上写入的两长周期光栅 $\Delta n_1 \neq \Delta n_2$ 时的输出谱

Fig. 4 Spectrum of a dual core fiber with LPGs when $\Delta n_1 \neq \Delta n_2$

4 结 论

以耦合模理论导出的超模为基础分析双芯+光栅结构的优点在于,能够把两种不同机理的耦合过程分离成两部分分别讨论。超模包含了双芯光纤耦

合的所有信息,同时是该光纤上一组稳定的分布,因此可以作为光栅结构的直接分析对象。结合光栅折射率分布服从矩形函数的模型,可以对任意形状的光栅进行分析。除微分方程以外,给出了可以直接进行数值运算的普适的一般解,避免了数值方法求解快变量微分方程巨大的积累误差,既节省了运算时间又提高了计算精度。

针对两纤芯完全相同的双芯光纤写入两同步光栅的特例,给出了两光栅折射率变化幅度相同时各纤芯输出的解析表达式,这是光栅的作用主要表现为各波长上的附加相位和谐振波长的偏移,对光纤耦合形式没有根本性的影响。当两光栅折射率变化幅度不一致时,耦合形式会发生明显的变化,随着两光栅折射率变化幅度差异的增加,两纤芯之间能量的耦合逐渐受到抑制,这个趋势在波长较短处更加明显。

所用的模型认为包层无限大,通过增加包层直径或者采用特殊的匹配介质封装,这种要求不难达成。

参 考 文 献

- 1 Michel Digonnet, H. J. Shaw. Wavelength multiplexing in single-mode fiber couplers [J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(3):484~491
- 2 Yoshinori Namihira, Toshio Kawazawa, Hiroharu Wakabayashi. Incident polarization angle and temperature dependence of polarization and spectral response characteristics in optical fiber couplers [J]. *Appl. Opt.*, 1991, **30**(9):1062~1069
- 3 Li Qiliang, Xie Yuyong, Zhu Yinfang *et al.*. Numerical study of soliton switching in two-core nonlinear fiber coupler with high order coupling dispersion coefficient [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(10):1516~1521
李齐良,谢玉永,朱殷芳等. 具有高阶耦合色散系数双芯非线性光纤耦合器开关的数值分析[J]. *中国激光*, 2008, **35**(10):1516~1521
- 4 Shuai Cijun, Cai Guohua, Miao Jianyu. Structure of optical fiber coupler with the infrared spectrometer [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2005, **34**(5):553~555
帅词俊,蔡国华,苗建宇. 光纤耦合结构的红外光谱研究[J]. *红外与激光工程*, 2005, **34**(5):553~555
- 5 Shuai Cijun, Duan Ji'an, Cai Guohua. Research on morphology and microstructure in the taper region of fused fiber devices [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(1):121~125
帅词俊,段吉安,蔡国华. 熔融光纤器件熔锥区的形貌和微观结构研究[J]. *光学学报*, 2006, **26**(1):121~125
- 6 Kin Seng Chiang. Development of long-period fiber grating coupling devices [J]. *Appl. Opt.*, 2009, **48**(25):F61~F67
- 7 Dong Xiaowei, Xu Ou, Lu Shaohua *et al.*. Design and experiment of add/drop filter based on double-fiber-Bragg-gratings coupler [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(8):1106~1109
董小伟,许鸥,鲁韶华等. 双光栅耦合器型上下话路滤波器的设计和实验[J]. *中国激光*, 2007, **34**(8):1106~1109
- 8 Dong Xiaowei, Pei Li, Jian Shuisheng. Narrow bandwidth add-

- drop channel filter based on fiber-Bragg-grating-coupler [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(5):621~625
- 董小伟, 裴丽, 简水生. 光纤布拉格光栅耦合器型窄带上下话路滤波器的数值分析[J]. *中国激光*, 2006, **33**(5):621~625
- 9 Huang Weiping. Coupled-mode theory for optical waveguides; an overview [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(3):963~983
- 10 Govind P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics & Applications of Nonlinear Fiber Optics* [M]. Third Edition. Jia Dongfang, Yu Zhenhong, Tan Bin *et al.* Transl.. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002
- Govind P. Agrawal. 非线性光纤光学原理及应用[M]. 第三版. 贾东方, 余震虹, 谈斌等译. 北京: 电子工业出版社, 2003. 317~320
- 11 Wu Chongqing. *Optical Waveguide Theory* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. 139~153
- 吴重庆. 光波导理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005. 139~153
- 12 Yanming Huo, Peter K. Cheo, George G. King. Fundamental mode operation of a 19-core phase-locked Yb-doped fiber amplifier [J]. *Opt. Express*, 2004, **25**(12):6230~6239
- 13 Turan Erdogan. Fiber grating spectra [J]. *J. Lightwave Technol.*, 1997, **15**(8):1277~1294