**文章编号:** 0258-7025(2010)04-1147-06

# 双点源 Delta-P<sub>1</sub> 近似模型的理论研究

王锐<sup>1,2</sup>刘迎<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> 石河子大学师范学院,新疆 石河子 832000 (<sup>2</sup> 天津大学理学院光电信息技术科学教育部重点实验室,天津 300072)

**摘要** 研究了 Delta-P<sub>1</sub> 近似模型的双点源近似空间分辨漫反射解。推导了在散射相函数中引入 Dirac delta 函数 项后的辐射输运方程以及有效光源项的表达式;推导了有效光源项双点源近似下基于 Delta-P<sub>1</sub> 近似模型的漫反射 率  $R_{\text{Delta-P}_1,2}(\rho)$ 表达式;与漫射近似下漫反射率  $R_{\text{SDA}}(\rho)$ 的比较结果表明,双点源 Delta-P<sub>1</sub> 近似模型的空间分辨漫反 射解  $R_{\text{Delta-P}_1,2}(\rho)$ 能够应用于中、高反照率的散射介质,并能较好地描述光源附近(ρ 约为1.5 mm)的辐射强度分布, 误差均小于 15%。此外,Delta-P<sub>1</sub> 近似下的空间分辨漫反射的解析表达式中含有散射相函数的二阶参量 γ,这对于 在近光源区域由空间分辨漫反射测量数据来反演生物组织的光学参量具有重要的意义。

关键词 生物医学光子学;组织光学;双点源 Delta-P1 近似;有效光源项;近光源

中图分类号 R318.51 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20103704.1147

### Study of Delta-P<sub>1</sub> Approximation Model for Two-Point-Source

Wang Rui<sup>1,2</sup> Liu Ying<sup>2</sup>

 <sup>1</sup> Teachers College, Shihezi University, Shihezi, Xinjiang 832000, China
 <sup>2</sup> Key Laboratory of Opto-Electronics Information Technical Science, Ministry of Education, College of Science, Tianjin University, Tianjin 300072, China

Abstract The analytic solution for spatially-resolved diffuse reflectance based on the Delta-P<sub>1</sub> approximation for the two-point-source approximation is investigated. We have derived the radiative transport equation and the expression of the effective source by using scattering phase function which contains Dirac delta function. The analytic solution  $R_{\text{Delta-P}_{1,2}}(\rho)$  considering two-point-source approximation to the Delta-P<sub>1</sub> model is presented. By comparing  $R_{\text{Delta-P}_{1,2}}(\rho)$  with the diffusion approximation  $R_{\text{SDA}}(\rho)$ , it is demonstrated that the Delta-P<sub>1</sub> approximation  $R_{\text{Delta-P}_{1,2}}(\rho)$  models the radiance in moderate albedo media or close to source ( $\rho$  about 1.5 mm) more accurately than diffusion theory with the relative errors within 15%. Furthermore, the analytic solution  $R_{\text{Delta-P}_{1,2}}(\rho)$  provides the prediction of the second-order parameter  $\gamma$  of phase function, which is important for developing the inversion algorithm to recover optical parameters from the spatially-resolved diffuse reflectance measurements with small source-detector separations.

Key words biomedical photonics; tissue optics;  $Delta-P_1$  approximation for two-point-source; effective source; close to source

1 引 言

生物医学光子学的多项研究成果在医学诊断和 治疗中有着重要的应用,如光学相干层析成像技术 (OCT),近红外光谱检测技术,光动力疗法等<sup>[1~4]</sup>。 组织光学是生物医学光子学的理论基础,也是生物 医学光子学发展中所需关注的重要研究领域,尤其 在发展和完善在体的无损检测方面,急需建立能够 准确描述光在生物组织体中传输规律的光学模型, 并由此获得人体各组织的可靠的光学参量值<sup>[3~7]</sup>。 目前,应用广泛的组织光学模型是漫射近似理论模 型,但该模型仅对强散射弱吸收的介质是有效的,且 适用的探测范围大于 6~8个输运平均自由程。因

收稿日期:2009-06-22; 收到修改稿日期:2009-07-08

基金项目:国家自然科学基金(60278004)资助课题。

作者简介:王锐(1981—),女,硕士,讲师,主要从事生物医学光子学方面的研究。E-mail:wr\_tea\_2009@163.com

<sup>\*</sup> 通信联系人。E-mail:liuying@tju.edu.cn

此,漫射近似模型不适用于强吸收小体积生物组织 或浅层生物组织光学特性的研究。

光在生物组织中发生的散射都以前向散射为 主,尤其是人体组织对近红外光(700~900 nm)呈 现高度前向散射的特性[3]。在漫射近似下,其适用 的测量范围是远离光源的辐射场,此时用 Henvev-Greenstein 散射相函数就能够很好地描述生物组织 的这种前向散射特性。因此,为了扩大漫射近似的 适用范围,需要采用其他的散射相函数。为此,人们 引入一个 Dirac delta 函数描述光子的前向散射,提 出了 Delta-P<sub>1</sub> 近似模型。建立这种模型的理论最 初是由 Joseph 等<sup>[8]</sup> 所提出的, 而 Prahl<sup>[9]</sup> 和 Star 等<sup>[10]</sup>分别对此进行了研究。基于 Prahl 和 Star 等 所提出的方法, Venugopalan 等<sup>[11]</sup>研究了稳态和频 域测量情况下对于漫射近似的改进,使得漫射近似 方程的解适用于描述有限大小的球形光源在吸收较 强的无限介质内的光辐射分布。在 Venugopalan 等所做工作的基础上, Hayakawa 等[12] 进一步研究 了稳态下的 Delta-P1 近似模型并将其用于反演混 浊介质的光学参量。其研究结果表明,在光源附近 测量且有效反照率范围为0.248~0.997时,由 Delta-P1 近似得到的辐射强度及漫反射率的值都比 较理想;而且通过多级算法,可在反演光学参量时将 各向异性因子 g 从有效散射系数 µ'。中分离出来。 2005 年, You 等<sup>[13]</sup> 将 Delta-P<sub>1</sub> 近似模型推广到了 频域测量方法中,并研究了由该近似计算辐射通量 及相位的情况。2008年,Seo等<sup>[14]</sup>在上述工作的基 础上,将光源设为一无限细笔形光束并考虑了半无 限混浊介质的情况,得到了 Delta-P1 近似下空间分 辨漫反射率的表达式。与漫射近似相比,这一近似 能更好地描述较低反照率近光源的情况,即有效反 照率  $\alpha' > 0.8$ ,光源与探测器之间距离  $\rho$  在 3~4 个 输运平均自由程附近。

但是,目前对 Delta-P<sub>1</sub> 近似模型的研究没有注 意到有效光源项对辐射分布的影响,尤其是对近光 源辐射场的影响。在研究漫反射问题时,漫射近似 将入射光处理为界面下一个点光源,因此当试图将 Delta-P<sub>1</sub> 近似模型用于描述光源附近的光辐射分布 时,考虑光源的影响是非常必要的。本文推导了在 散射相函数中引入 Dirac delta 函数项后的辐射输 运方程以及有效光源项的表达式;推导了双点源近 似下 Delta-P<sub>1</sub> 近似模型的漫反射率  $R_{delta-P_1,2}(\rho)$ 的解 析表达式;比较了各向异性因子 g 和有效反照率  $\alpha'$ 对 漫 射 近 似  $R_{\text{SDA}}(\rho)$  和 双 点 源 Delta-P<sub>1</sub> 近 似  $R_{\text{delta-P}_{1,2}}(\rho)$ 的影响。

光

激

#### 2 Delta-P<sub>1</sub> 近似模型

根据能量守恒,可知稳态时的玻尔兹曼 (Boltzmann)辐射输运方程为

$$\hat{\boldsymbol{s}} \cdot \nabla L(\boldsymbol{r}, \hat{\boldsymbol{s}}) = -\mu_{t} L(\boldsymbol{r}, \hat{\boldsymbol{s}}) + \mu_{s} \int_{4\pi} L(\boldsymbol{r}, \hat{\boldsymbol{s}}') p(\hat{\boldsymbol{s}}, \hat{\boldsymbol{s}}') d\Omega' + Q(\boldsymbol{r}, \hat{\boldsymbol{s}}), \quad (1)$$

式中  $L(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}})$  为辐射强度, $p(\hat{\mathbf{s}},\hat{\mathbf{s}}')$  为散射相函数。 $\mu_s$ 为介质的散射系数, $\mu_t$  为介质的衰减系数,且其值为 吸收系数与散射系数值之和。 $\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}$ 分别表示位置矢量 和单位方向矢量。 $Q(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}})$  表示介质内的光源项,若 不考虑生物组织的荧光效应,则  $Q(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}) = 0$ 。

引入 Dirac delta 函数项后,散射相函数  $p(\hat{s},\hat{s}')$ =  $f\delta(\hat{s}-\hat{s}')+(1-f)p^*(\hat{s},\hat{s}')$ 的球谐函数展开式 为

$$p(\hat{\boldsymbol{s}}, \hat{\boldsymbol{s}}') = f\delta(\hat{\boldsymbol{s}} - \hat{\boldsymbol{s}}') + (1 - f)\sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l + 1}{4\pi} g_l^* P_l(\hat{\boldsymbol{s}} \cdot \hat{\boldsymbol{s}}'). \quad (2)$$

并且考虑到光子传输的各向异性,可将总的辐射强 度视为约化入射强度(或准直入射强度)和漫射强度 之和

$$L(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}) = L_{c}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}) + L_{d}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}).$$
 (3)  
将(2)和(3)式代人(1)式后可得

$$\hat{\boldsymbol{s}} \cdot \nabla L_{d}(\boldsymbol{r}, \hat{\boldsymbol{s}}) = -\mu_{t}^{*} L_{d}(\boldsymbol{r}, \hat{\boldsymbol{s}}) + \mu_{s}^{*} \int_{4\pi} L_{d}(\boldsymbol{r}, \hat{\boldsymbol{s}}') p^{*}(\hat{\boldsymbol{s}}, \hat{\boldsymbol{s}}') d\Omega' + S_{c}(\boldsymbol{r}, \hat{\boldsymbol{s}}), \quad (4)$$

式中  $S_c(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) = \mu_s^* \int_{4\pi} L_c(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}') p^*(\hat{\mathbf{s}}, \hat{\mathbf{s}}') d\Omega'$ ,是由约 化入射强度  $L_c(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}})$  引起的等效的源函数,又称为 有效光源项。以下将  $L_d(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}})$  记为  $L(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}})$ ,将  $S_c(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}})$  记为  $S(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}})$ 。由(4) 式可以看出,漫射强度  $L_d(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}})$  所满足的方程仍是与(1) 式形式一致的辐 射输运方程,只是光源项是由约化入射强度  $L_c(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}})$ 所产生的,而且它与散射相函数有关。在 Delta-P<sub>1</sub> 近 似下,  $p^*(\hat{\mathbf{s}}, \hat{\mathbf{s}}')$  在其球谐函数展开式中只取前两 项,得到

$$p(\hat{\boldsymbol{s}}, \hat{\boldsymbol{s}}') = \frac{1}{4\pi} \times \{2f\delta(1-\hat{\boldsymbol{s}}\cdot\hat{\boldsymbol{s}}') + (1-f)[1+3g_1^*(\hat{\boldsymbol{s}}\cdot\hat{\boldsymbol{s}}')]\}.$$
(5)

并且利用球谐函数法求解(4) 式,可得辐射通量  $\varphi_0(r,t) = \int_{4\pi} L(r,\hat{s}) d\Omega$ 満足的方程  $D^* \nabla^2 \varphi_0(r) - \mu_a \varphi_0(r) = -q_0(r) + 3D^* \nabla q_1(r),$ (6) 式中  $D^* = 1/(3\mu_{tr}^*)$ 。其中  $\mu_{tr}^* = \mu_t^* - \mu_s^*$ ,  $g_1^* = \mu_a + \mu_s^* (1 - g_1^*)$ 。对于均匀无限介质, 方程(6)的 格林函数解为

$$\Phi_{\rm G}(r) = \frac{1}{4\pi D^*} \cdot \frac{\exp(-\mu_{\rm eff}^* r)}{r}.$$
 (7)

考虑(5) 式与 Henyey-Greenstein 相函数的球谐函 数展开式的二阶矩相等,得到

$$f = g_1^2 = g^2$$
, (8)

因此,Delta-P<sub>1</sub> 近似模型中涉及到的光学特性参量可 表示为散射系数: $\mu_s^* = \mu_s(1-g^2) = \gamma \mu'_s$ ,衰减系数:  $\mu_t^* = \mu_a + \mu_s^* = \mu_a + \gamma \mu'_s$ ,反照率: $\alpha^* = \frac{\mu_s^*}{\mu_a + \mu_s^*} = \frac{\gamma \mu'_s}{\mu_a + \gamma \mu'_s}$ ,并且有  $\mu_{tr_1}^* = \mu_{tr}$ , $\mu_{eff}^* = \mu_{eff} = \sqrt{3\mu_a\mu_{tr}}$ ,  $D^* = D_s$ 

#### 3 外推边界条件下的光源近似 有效光源项 S(r,ŝ)的球谐函数展开式为

$$S(\boldsymbol{r},\hat{\boldsymbol{s}}) = S(\boldsymbol{r},\boldsymbol{\eta}) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \boldsymbol{q}_l(\boldsymbol{r}) \boldsymbol{P}_l(\boldsymbol{\eta}), \quad (9)$$

式中 $\eta = \cos \theta = \hat{s} \cdot \hat{r}_{\circ} q_{\iota}(r)$ 为光源的矩,并可根据 (4)式中有效光源项的表示得

$$\boldsymbol{q}_{l}(r) = g_{l}^{*} \mu_{s}^{*} L_{c}(r), \qquad (10)$$

式中 $g_l^* = (g_l - f)/(1 - f), g_l = g_1^l = g^l$ 。

在无限细的准直光束沿 z 轴入射到一半无限均 匀介质的情况下,若只考虑光源的第零阶矩[ $q_l(z) = 0, l > 0$ ],并假设入射光的强度为 1,则光源项可以 等效为

$$q(z) = \alpha^* \mu_t^* \exp(-\mu_t^* z), \qquad (11)$$

式中 $\mu_t^* = \mu_a + \mu_s^*$ ,且等效光源总强度的值等于反 照率 $\alpha^*$ 。在外推边界条件下,对光源入射到介质内 部后的光辐射分布做双点源近似。基于这一考虑,将 q(z)处理为位于 $z_{01}$ 和 $z_{02}$ 处的两个点源,光源强度 相等且为 $a^*/2$ ,如图1所示。并且,两个点源的偶极



图 1 双点源近似及外推边界条件的图示



矩和四极矩分别与q(z)的偶极矩和四极矩相等,即

$$\int_{0}^{\infty} za^{*} \mu_{t}^{*} \exp(-\mu_{t}^{*} z) dz =$$

$$\int_{0}^{\infty} za^{*} \frac{1}{2} [\delta(z - z_{01}) + \delta(z - z_{02})] dz, \quad (12)$$

$$\int_{0}^{\infty} z^{2} a^{*} \mu_{t}^{*} \exp(-\mu_{t}^{*} z) dz =$$

$$\int_{0}^{\infty} z^{2} a^{*} \frac{1}{2} [\delta(z - z_{01}) + \delta(z - z_{02})] dz, \quad (13)$$

由(12)和(13)式可得 $z_{01} = 2/\mu_t^*$ , $z_{02} = 0$ 。并且,根据外推边界条件 $\varphi_0(\rho, z = -z_b) = 0$ 得到双点源近似下的光源表示

$$q(0,z) = \frac{\alpha^*}{2} [\delta(0,z-z_{01}) + \delta(0,z-z_{02})] - \frac{\alpha^*}{2} [\delta(0,z-z_{03}) + \delta(0,z-z_{04})],$$
(14)

式中  $z_{01} = 2/\mu_t^* = 2z_{0,2}, z_{02} = 0, z_{03} = -2z_b,$  $z_{04} = -2z_b - 2z_{0,2},$ 如图 1 所示。而且,外推长度  $z_b$ = 2AD,其中 $A = (1+R_{eff})/(1-R_{eff})$ 。有效反射系数  $R_{eff}$ 与界面的相对折射率  $n_{rel}$  有关,可近似表示为

$$R_{\rm eff} = -1.440 n_{\rm rel}^{-2} + 0.710 n_{\rm rel}^{-1} + 0.668 + 0.0636 n_{\rm rel}.$$
(15)

## 4 双点源 Delta-P<sub>1</sub> 近似空间分辨漫 反射解

Delta-P1 近似方程中,辐射通量为<sup>[15]</sup>

 $\varphi_0(\rho,z) = \Phi_{\rm G}(\rho,z) \otimes q(\rho,z), \qquad (16)$ 

式中符号"⊗"表示卷积, $\Phi_G(\rho,z)$ 为 Delta-P<sub>1</sub> 近似 方程的格林函数解, $q(\rho,z)$ 则为对光源项所取的近 似表示。因此,可求得双点源 Delta-P<sub>1</sub> 近似下的空间 分辨漫反射率为<sup>[16]</sup>

$$R(\rho) = 0.118\varphi_0(\rho) + 0.306j(\rho), \quad (17)$$
式中

$$\begin{split} \varphi_{0}(\rho) &= \frac{1}{4\pi D} \cdot \frac{\alpha^{*}}{2} \Big[ \frac{\exp(-\mu_{\text{eff}}r_{1})}{r_{1}} + \frac{\exp(-\mu_{\text{eff}}r_{2})}{r_{2}} - \\ & \frac{\exp(-\mu_{\text{eff}}r_{3})}{r_{3}} - \frac{\exp(-\mu_{\text{eff}}r_{4})}{r_{4}} \Big], \\ j(\rho) &= \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\alpha^{*}}{2} \Big[ 2z_{0,2} \Big( \mu_{\text{eff}} + \frac{1}{r_{1}} \Big) \frac{\exp(-\mu_{\text{eff}}r_{1})}{r_{1}^{2}} + \\ & 2z_{b} \Big( \mu_{\text{eff}} + \frac{1}{r_{3}} \Big) \frac{\exp(-\mu_{\text{eff}}r_{3})}{r_{3}^{2}} + \\ & 2(z_{0,2} + z_{b}) \Big( \mu_{\text{eff}} + \frac{1}{r_{4}} \Big) \frac{\exp(-\mu_{\text{eff}}r_{4})}{r_{4}^{2}} \Big], \end{split}$$

$$egin{aligned} r_1 &= \sqrt{
ho^2 + 4 z_{0,2}^2}\,, \quad r_2 &= 
ho\,, \quad r_3 &= \sqrt{
ho^2 + 4 z_{
m b}^2}\,, \ r_4 &= \sqrt{
ho^2 + 4 (z_{0,2} + z_{
m b})^2}\,. \end{aligned}$$

为评估所得到的双点源 Delta-P<sub>1</sub> 近似模型,采 用由 Wang 等<sup>[17]</sup>编写的 Monte Carlo(MC)模拟程 序得到的反射率  $R_{MC}(\rho)$  作为参考标准,将双点源 Delta-P<sub>1</sub> 近似漫反射解与漫射近似漫反射解进行了 比较。在此,分析主要考虑两方面:首先,比较各向异 性因子 g 对于不同近似模型下漫反射解的影响,其 次,比较有效反照率  $\alpha'$  的影响。

对于漫射近似下空间分辨漫反射率  $R_{SDA}(\rho)$  的 计算,(17) 式中  $\varphi_0(\rho)$  和  $j(\rho)$  为<sup>[16]</sup>

$$\begin{split} j(\rho) &= \frac{1}{4\pi} \Big[ 2z_0 \left( \mu_{\text{eff}} + \frac{1}{r_1} \right) \frac{\exp(-\mu_{\text{eff}}r_1)}{r_1^2} + \\ &\quad (z_0 + 2z_b) \left( \mu_{\text{eff}} + \frac{1}{r_2} \right) \frac{\exp(-\mu_{\text{eff}}r_2)}{r_2^2} \Big], \\ \varphi_0(\rho) &= \frac{1}{4\pi D} \Big[ \frac{\exp(-\mu_{\text{eff}}r_1)}{r_1} - \frac{\exp(-\mu_{\text{eff}}r_2)}{r_2} \Big], \\ r_1 &= \sqrt{\rho^2 + z_0^2}, \quad r_2 = \sqrt{\rho^2 + (z_0 + 2z_b)^2}, \\ z_0 &= \frac{1}{\mu_{\text{t}}} = \frac{1}{\mu_{\text{a}} + \mu_{\text{s}}'}, \quad z_b = 2AD, \\ D &= \frac{1}{3\mu_{\text{tr}}} = \frac{1}{3(\mu_{\text{a}} + \mu_{\text{s}}')}, \quad \mu_{\text{eff}} = \sqrt{3\mu_{\text{a}}(\mu_{\text{a}} + \mu_{\text{s}}')}. \end{split}$$

在图 2,3 中,横坐标均为光源与探测器之间的 距离  $\rho$ ,其范围为  $\rho \leq 2.0 \text{ mm}; 纵坐标在(a)中均表$  示空间分辨漫反射率  $R(\rho)$ ,在(b)中均表示漫反射率  $R(\rho)$ 与检验标准  $R_{MC}(\rho)$ 之间的误差  $\Delta R/R = |R(\rho) - R_{MC}(\rho)|/R_{MC}(\rho)$ ,  $R(\rho)$ 分别表示双点源 Delta-P<sub>1</sub> 近似漫反射率  $R_{delta-P_1,2}(\rho)$ 和漫射近似的漫反射率  $R_{SDA}(\rho)$ 。此外,进行 MC 模拟计算时,考虑 准直光束入射到半无限均匀介质的情况,采用 Henyey-Greenstein 散射相函数,模拟的光子个数为  $10^6$ 。

在图 2 中比较了各向异性因子 g 对不同近似模 型下漫反射解的影响。为比较方便,保持 $n_{rel} =$ 1.4, $\mu_a = 0.2 \text{ mm}^{-1}$ , $\mu_s = 20.0 \text{ mm}^{-1}$ 不变,g 分别 取0.85和0.92,相应的输运平均自由程 4 分别为 0.31和0.56 mm。从图中可以看出,与漫射近似模型 相比,所得到的双点源 Delta-P1 近似漫反射解与 MC模拟结果的表现趋势是一致的,并且与 MC 模 拟结果最接近。由(b)所示的误差曲线可以看出, 在光源附近( $\rho$ 约为1.5 mm)的范围内, $R_{SDA}(\rho)$ 曲线 的误差均大于 10%。而对于  $R_{delta-P_{1,2}}(\rho)$  曲线,其误 差则表现出:当g=0.85时,在 $\rho \ge 0.5$ mm的范围 内,最大误差为8.37%;当g = 0.92时,在 $\rho \ge$ 1.2 mm范围内的误差也均小于 10%。由此可知, 与漫射近似模型相比, Delta-P1 近似模型的双点源 近似漫反射解可以较好地描述光源附近(p约为 1.5 mm)的辐射分布。



图 2 (a) 当 g=0.85 和 0.92 时,双点源 Delta-P<sub>1</sub> 近似、漫射近似和 MC 模拟的漫反射解;
 (b) R<sub>delta-P<sub>1</sub>,2</sub>(ρ)和 R<sub>SDA</sub>(ρ)与 MC 模拟之间的误差

Fig. 2 (a) Prediction of spatially-resolved diffuse reflectance using the two-point-source model based on the Delta-P<sub>1</sub> approximation, the diffusion approximate, and Monte Carlo simulations, for the anisotropy factor g = 0.85 and 0.92, respectively; (b) the relative error of  $R_{delta-P_1,2}(\rho)$  and  $R_{SDA}(\rho)$  from  $R_{MC}(\rho)$ 



图 3 (a) 当 α'=0.98 和 0.71 时,双点源 Delta-P<sub>1</sub> 近似、漫射近似和 MC 模拟的漫反射解;
 (b) R<sub>delta-P<sub>1</sub>,2</sub>(ρ)和 R<sub>sDA</sub>(ρ)与 MC 模拟之间的误差

Fig. 3 (a) Prediction of spatially-resolved diffuse reflectance using the two-point-source model based on the Delta-P<sub>1</sub> approximation, the diffusion approximate, and Monte Carlo simulations, for the reduced albedo  $\alpha' = 0.98$  and 0.71, respectively; (b) the relative error of  $R_{delta-P_1,2}(\rho)$  and  $R_{SDA}(\rho)$  from  $R_{MC}(\rho)$ 

在图 3 中比较有效反照率 a' 的影响时,可保持  $n_{rel} = 1.4, g = 0.85$  不变, 对 $\mu_a$  和 $\mu_s$  的取值则分别 为: $\mu_a = 0.05 \text{ mm}^{-1}, \mu_s = 20.0 \text{ mm}^{-1}; \mu_a = 0.6 \text{ mm}^{-1}, \mu_s = 10.0 \text{ mm}^{-1}$ 。因此,相应的有效反照 率a'分别为0.98和0.71,且相应的输运平均自由程  $l_t$ 分别为0.33和0.48 mm。由图中的比较可以看出: 当a' = 0.98,即吸收系数较小时,在 $\rho \ge l_t$ 的范围 内, $R_{SDA}(\rho)$ 曲线的误差均大于 8%,而 $R_{delta-P_1,2}(\rho)$ 曲线的误差均小于 8%;当a' = 0.71,即吸收系数 较大时,在 $\rho \ge 3l_t$ 的范围内, $R_{SDA}(\rho)$ 曲线的误差均 大于 30%,而 $R_{delta-P_1,2}(\rho)$ 曲线的误差均小于 15%。 相比之下,对于中、高反照率的情况,Delta-P<sub>1</sub> 近似 模型的双点源近似漫反射解明显优于漫射近似漫反 射解,并且仍适用于描述近光源处( $\rho$ 约为1.5 mm) 的辐射分布,误差均小于 15%。

5 结 论

基于外推边界条件得到了 Delta-P<sub>1</sub> 近似模型的 双点源近似空间分辨漫反射解,并研究了该解析解的 适用情况。研究表明,双点源近似下的 Delta-P<sub>1</sub> 近似 理论模型的适用范围优于漫射近似理论模型,即能够 应用于吸收系数较大(即反照率较低)的散射介质,并 能较好地描述光源附近(ρ约为1.5 mm)的辐射强度 分布。

此外,由于本文所得到的双点源 Delta-P1 近似

漫反射解的表达式中可用  $\mu_a$ ,  $\mu'_s$ 和  $\gamma$  表征生物组织的光学特性,因此通过漫反射测量可同时获得含有  $\mu_a$ , $\mu_s$  以及各向异性因子 g 的信息<sup>[18]</sup>。这项工作将 为生物组织光学特性参量的在体无损检测提供依据。

#### 参考文献

- Zhang Zhenxi. Biomedical Photonics New Technology and Application [M]. Beijing: Science Press, 2008 张镇西. 生物医学光子学新技术及应用[M]. 北京:科学出版 社,2008
- Xu Kexin, Gao Feng, Zhao Huijuan. Biomedical Photonics [M]. Beijing: Science Press, 2007 徐可欣,高 峰,赵会娟. 生物医学光子学[M]. 北京:科学出版社, 2007
- 3 Wei Huajiang, Xing Da, Wu Guoyong *et al*.. Optical transport characteristics of human tissues in vitro at 808 nm linearly polarized laser irradiation [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(3): 305~309

魏华江,邢 达,巫国勇 等. 808 nm 近红外激光辐照三种不同 的离体人组织的光传输特性[J]. 中国激光, 2004, **31**(3):305 ~309

4 Xie Shusen, Li Hui, Niu Hanben *et al.*. Development and prospects of biomedical photonics [J]. Science in China Series G, Physics Mechanics & Astronomy, 2007, 37:s1~s12 谢树森,李 晖,牛憨笨等. 生物医学光子学的发展与前瞻[J]. 中国科学 G 辑 理学 力学 天文学, 2007, 37:s1~s12

5 Wei Huajiang, Li Xiaoyuan, Wu Guoyong et al.. Scattering and absorpting characteristics of human arteries and veins in Kubelka-Munk model at He-Ne laser in vitro [J]. Chinese J. Lasers, 2001, A28(6):573~576

魏华江,李晓原,巫国勇等. Kubelka-Munk 模型下人血管对 He-Ne 激光的散射与吸收特性[J]. 中国激光,2001, **A28**(6): 573~576

光

- 6 Zhang Xiaojuan, Liu Ying, Guo Zonghui. Spatial-resolved diffuse reflectance of tissue close to source [J]. Chinese J. Lasers, 2005, 32(4):571~575 张小娟,刘 迎,高宗慧. 光源附近组织的空间分辨漫反射研究 [J],中国激光, 2005, 32(4):571~575
- 7 Gao Zonghui, Liu Ying, Guo Yunfeng *et al.*. Study of spatially resolved diffuse reflection based on P<sub>3</sub> approximation [J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26(8):1220~1225
  高宗慧,刘 迎,郭云峰等. 基于 P<sub>3</sub> 近似的空间分辨漫反射研究[J]. 光学学报, 2006, 26(8):1220~1225
- 8 J. H. Joseph, W. J. Wiscombe, J. A. Weinman. The Delta-Eddington approximation for radiative flux transfer [J]. J. Atmos. Sci., 1976, 33(12):2452~2459
- 9 S. A. Prahl. Light transport in tissue [D]. Ph. D. thesis, University of Texas at Austin, 1988
- 10 W. M. Star, J. P. A. Marijnissen, M. J. C. Van Gemert. Light dosimetry in optical phantoms and in tissues 1: multiple flux and transport theory [J]. *Phys. Med. Biol.*, 1988, 33 (4):437~454
- 11 V. Venugopalan, J. S. You, B. J. Tromberg. Radiative transport in the diffusion approximation: an extension for highly absorbing media and small source-detector separations [J]. Phys. Rev. E, 1998, 58(2):2395~2407
- 12 C. K. Hayakawa, B. Y. Hill, J. S. You *et al.*. Use of the delta-P<sub>1</sub> approximation for recovery of optical absorption, scattering, and asymmetry coefficients in turbid media [J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(24):4577~4584

- 13 J. S. You, C. K. Hayakawa, V. Venugopalan. Frequency domain photon migration in the delta-P<sub>1</sub> approximation: analysis of ballistic transport and diffuse regimes [J]. *Phys. Rev. E*, 2005, **72**:021903
- 14 InSeok Seo, Carole K. Hayakawa, Vasan Venugopalan. Radiative transport in the delta-P<sub>1</sub> approximation for semiinfinite turbid media [J]. Med. Phys., 2008, 35(2):681~693
- 15 Tian Huijuan, Liu Ying, Wang Lijun *et al.*. Study of diffusing reflectance based on a hybrid diffusion approximation and simulating experiment [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(1): 243~249
  田会娟,刘 迎,王利军等. 混合漫射近似模型的漫反射理论及其模拟实验研究[J]. 物理学报, 2009, 58(1):243~249
- 16 A. Kienle, M. S. Patterson. Improved solutions of the steadystate and the time-resolved diffusion equations for reflectance from a semi-infinite turbid medium [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1997, 14(1):246~254
- 17 Lihong Wang, S. L. Jacques. Monte Carlo modeling of light transport in multi-layered tissues in standard C [D]. Ph. D. thesis, University of Texas M. D. Anderson Cancer Center, 1992
- 18 Liu Ying, Wang Lijun, Guo Yunfeng *et al.*. Sensitivity of spatially-resolved diffuse reflectance to high-order optical parameters [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(4):2119~2123 刘 迎,王利军,郭云峰 等. 空间分辨漫反射的高阶参量灵敏 度[J]. 物理学报, 2007, 56(4):2119~2123