

文章编号: 0258-7025(2010)04-0991-05

圆柱形掺杂光子晶体中电磁波的模式和缺陷模

刘启能

(重庆工商大学计信学院, 重庆 400067)

摘要 利用电磁波在一维(1D)圆柱掺杂光子晶体中径向受限的条件,推导出电磁波在一维圆柱掺杂光子晶体中各个模式满足的关系式。利用特征矩阵法计算出 TE 波和 TM 波各模式的缺陷模的变化规律。得出了一些一维圆柱掺杂光子晶体缺陷模的新特征。TE 波和 TM 波的缺陷模频率都随模式量子数的增加而增大,而随圆柱半径的增加而减小。TE 波的缺陷模频率半峰全宽(FWHM)随模式量子数的增加而减小,但随圆柱半径的增加而增大。TM 波的缺陷模频率半峰全宽的变化情况与 TE 波相反。

关键词 光子晶体;受限;缺陷模;特征矩阵

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20103704.0991

Defect Mode and Mode of Electromagnetic Wave in Cylindrical Doping Photonic Crystal

Liu Qineng

(Computer Science and Information Engineering College, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China)

Abstract The condition of electromagnetic wave mode is obtained by restrictions condition of electromagnetic wave in the cylindrical one-dimensional (1D) doping photonic crystal. The defect modes of TE wave and TM wave are calculated by the characteristic matrix method. The new defect mode structures of cylindrical doping photonic crystal are obtained. The defect mode frequencies of TE wave and TM wave increase with increasing quantum number but decrease with increasing cylinder radius. The defect mode full-width at half-maximum (FWHM) of TE wave decreases with increasing quantum number but increases with increasing cylinder radius, while the defect mode FWHM of TM wave changes different.

Key words photonic crystal; restrictions; defect mode; characteristic matrix

1 引言

光子晶体自 1987 年分别由 S. John 和 E. Yablonovitch 提出后,由于其在带隙方面的特殊性,很快成为光学前沿领域中一个十分活跃的研究课题。近年来人们已对光子晶体开展了广泛、深入的研究^[1~13],但在这些研究中都把一维光子晶体作为横向非受限来处理,而真实的光子晶体是有一定外形的,它的横向受到一定的外形限制,这种限制必然会影响电磁波在其中的传输模式和带隙结构。因此,研究一维光子晶体的横向受限问题对弄清真实的一维光子晶体的特性有着十分重要的理论和应用价值。最近,文献[14]对一维光子晶体横向受限的

问题做了一些研究,取得了一些成果,但仍有许多重要问题有待深入研究。本文研究了一种典型的一维横向受限掺杂光子晶体——一维圆柱形掺杂光子晶体中电磁波的模式和缺陷模。

2 模型和计算方法

一维圆柱形掺杂光子晶体的结构如图 1 所示,沿 z 轴(对称轴)方向是由折射率为 $n_1 = 1.38$ (氟化镁)、厚度为 d_1 和折射率为 $n_2 = 2.38$ (硫化锌)、厚度为 d_2 的两种介质周期性地交替构成的,中间掺了一层厚度为 d_3 ,折射率为 $n_3 = 2.97$ (砷化铝)的杂质,该光子晶体被限制在一个半径为 a 的金属圆筒内。

收稿日期:2009-04-13;收到修改稿日期:2009-06-23

基金项目:重庆市教委科技项目基金(KJ080720)资助课题。

作者简介:刘启能(1957—),男,教授,主要从事光学与原子分子物理方面的研究。E-mail:liuqineng@yahoo.com.cn

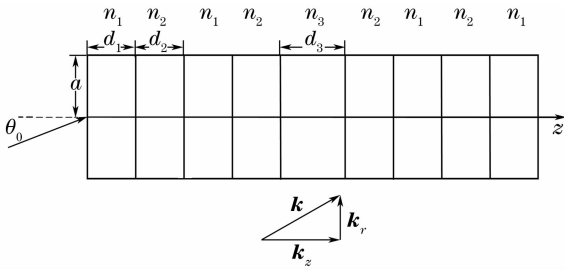


图1 一维圆柱形掺杂光子晶体的结构示意图

Fig.1 Cylindrical 1D doping photonic crystal

入射空间和出射空间的折射率都为 $n_0 = 1$ 。

在该一维圆柱形掺杂光子晶体中传播的电磁波其波矢 \mathbf{k} ($k = n\omega/c$, ω 为圆频率, c 为光速, n 为折射率), 利用柱坐标 (z, r, ϕ) 可以解出电磁波的径向分量 $R(r)$ 是 m ($m = 0, 1, 2, 3, \dots$) 阶贝塞尔函数^[15], 由于本问题中入射波的入射与 ϕ 无关, 所以 m 只能

表1 零阶贝塞尔函数的零点值

Table 1 Zero values of zero-order Bessel function

$\mu_1^{(0)}$	$\mu_2^{(0)}$	$\mu_3^{(0)}$	$\mu_4^{(0)}$	$\mu_5^{(0)}$	$\mu_6^{(0)}$	$\mu_7^{(0)}$	$\mu_8^{(0)}$
2.405	5.520	8.654	11.792	14.931	18.071	21.212	24.352

在介质 n_1 中有

$$k_{1r} = \frac{n_1 \omega}{c} \sin \theta_1 = \frac{\mu_{i1}^{(0)}}{a}, \quad i1 = 1, 2, 3, \dots$$

在介质 n_2 中有

$$k_{2r} = \frac{n_2 \omega}{c} \sin \theta_2 = \frac{\mu_{i2}^{(0)}}{a}, \quad i2 = 1, 2, 3, \dots$$

在介质 n_3 中有

$$k_{3r} = \frac{n_3 \omega}{c} \sin \theta_3 = \frac{\mu_{i3}^{(0)}}{a}, \quad i3 = 1, 2, 3, \dots$$

利用折射定律 $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 = n_3 \sin \theta_3$, 可以得到

$$i1 = i2 = i3 = i, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

(3) 式表明, 在介质 n_1, n_2 和 n_3 中电磁波的模式是相同的, 可以用同一个模式量子数 i 来表示。

介质 n_1, n_2 和 n_3 中 θ_1, θ_2 和 θ_3 满足的关系

$$\begin{aligned} \sin \theta_1 &= \frac{c \mu_i^{(0)}}{n_1 a \omega}, & \sin \theta_2 &= \frac{c \mu_i^{(0)}}{n_2 a \omega}, \\ \sin \theta_3 &= \frac{c \mu_i^{(0)}}{n_3 a \omega}. & i &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (4)$$

由薄膜光学理论, 电磁波在薄层介质 n_j 中的特征矩阵 \mathbf{M}_j 为

$$\mathbf{M}_j = \begin{bmatrix} \cos \delta_j & -\frac{i}{p_j} \sin \delta_j \\ -i p_j \sin \delta_j & \cos \delta_j \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2, 3 \quad (5)$$

其中

为 0, $R(r)$ 就只能为 0 阶贝塞尔函数

$$R(r) = J_0(k_r r), \quad (1)$$

式中 k_r 为波矢 \mathbf{k} 的 r 分量。利用边界条件: $R(a) = 0$, 可以得到 k_r 满足的条件

$$k_r = \frac{n\omega}{c} \sin \theta = \frac{\mu_i^{(0)}}{a}, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

式中 θ 为波矢 \mathbf{k} 与 z 轴的夹角, $\mu_i^{(0)}$ 表示 0 阶贝塞尔函数的零点值, 0 阶贝塞尔函数的前 8 个零点值在表 1 中列出。由 (2) 式可知, i 取一个值对应于电磁波的一个模式, 因此在一维圆柱形掺杂光子晶体中传播的电磁波存在无限多个 k_{ri} 分离的模式, 将 i 称为模式量子数。这个特征是非受限一维光子晶体中没有的。(2) 式就是该圆柱形掺杂光子晶体中电磁波的各模式满足的关系式。

$$\delta_j = (2\pi/\lambda) n_j d_j \cos \theta_j, \quad j = 1, 2, 3 \quad (6)$$

$$p_j = \begin{cases} n_j \cos \theta_j & \text{TE wave} \\ \cos \theta_j / n_j & \text{TM wave} \end{cases}, \quad j = 1, 2, 3 \quad (7)$$

式中的 θ_j 由 (4) 式给出。

一维圆柱形掺杂光子晶体的整体特征矩阵 \mathbf{M} 为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = (\mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2)^N \mathbf{M}_3 (\mathbf{M}_2 \mathbf{M}_1)^N, \quad (8)$$

式中 N 为周期数。

一维圆柱形掺杂光子晶体对电磁波的透射系数 t 为

$$t = \frac{2n_0}{(M_{11} + M_{12} n_0) n_0 + (M_{21} + M_{22} n_0)}, \quad (9)$$

其透射率 T 为

$$T = |t|^2. \quad (10)$$

利用 (4)~(10) 式可以计算该一维圆柱形掺杂光子晶体中电磁波各个模式的缺陷模。下面的计算中, 周期数取 $N = 5$, 中心波长取 $\lambda_0 = 600$ nm, $n_1 d_1 = n_2 d_2 = \lambda_0/4$, $n_3 d_3 = \lambda_0/2$, 中心圆频率 $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$, 设归一化频率 $g = \omega/\omega_0$ 。

3 模式的特征

首先分析该圆柱形掺杂光子晶体中电磁波各个模式的入射角 θ_0 与归一化频率 g 和半径 a 的关系。令 $a = x\lambda_0$, 由 (2) 式可得

$$\sin \theta_0 = \frac{\mu_i^{(0)}}{2\pi x g} \leq 1, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

由(11)式可知,该圆柱形掺杂光子晶体中电磁波各个模式有以下特征:

1) 当半径一定(x 一定)时,同一模式(i 一定)的电磁波其频率(g)可以连续变化,频率越低对应的入射角越大;

2) 同一模式的电磁波其频率存在最小值 $g_{\min} = \mu_i^{(0)} / (2\pi x)$, g_{\min} 随模式量子数的增加而增加,随半径的增加而减少。

当满足电磁波一级禁带中缺陷模 $g = 1$ 时,由(11)式得出要获得一级禁带中的缺陷模其模式量子数和半径必须满足的关系

$$\mu_i^{(0)} \leq 2\pi x, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

可知,圆柱半径越大,对应的模式量子数的取值范围就越大。

4 缺陷模的特征

由分析可知,由于电磁波在圆柱形光子晶体中径向受限,使得其电磁波的缺陷模与非受限光子晶体中电磁波的缺陷模相比有新的特征。这些新特征最主要表现为:圆柱形光子晶体中电磁波的缺陷模会受模式量子数和圆柱半径的影响。

4.1 缺陷模随模式量子数的变化

固定半径 $a = 2\lambda_0$, 即 $x = 2$, 由(12)式和表1可知,模式量子数 $i = 1, 2, 3, 4$ 的4个模式都能出现一级禁带缺陷模。计算出 TE 波和 TM 波的透射率 T 随 k, a 和 g 变化,分别如图2(a)和图3(a)所示。从图中可以看出,只有当 $k, a = \mu_1^{(0)}, \mu_2^{(0)}, \mu_3^{(0)}, \mu_4^{(0)}$ 处才是 $i = 1, 2, 3, 4$ 的4个模式对应的缺陷模。在 $k, a = \mu_1^{(0)}, \mu_2^{(0)}, \mu_3^{(0)}$ 处,切出图2(a)和图3(a)的切面图,分别如图2(b)和图3(b)所示。由图2和图3可知:

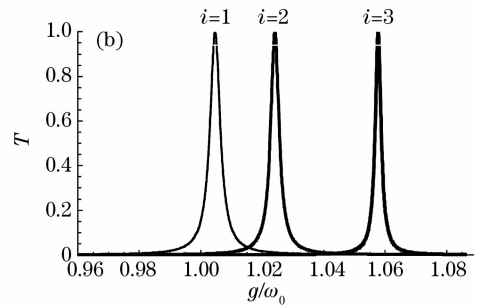
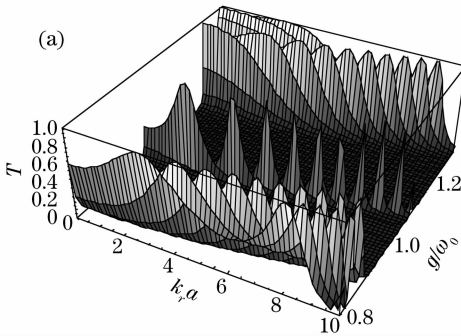


图2 TE波的透射率随 k, a 和 g 的变化关系三维图(a)以及不同缺陷模的透射率随 g 的变化关系(b)
Fig. 2 3D curves of the transmissivity of TE wave versus k, a and g (a) and response curves of the defect mode versus g (b)

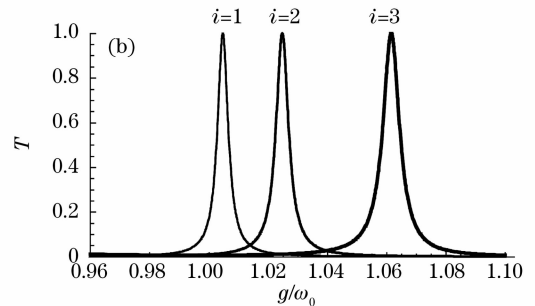
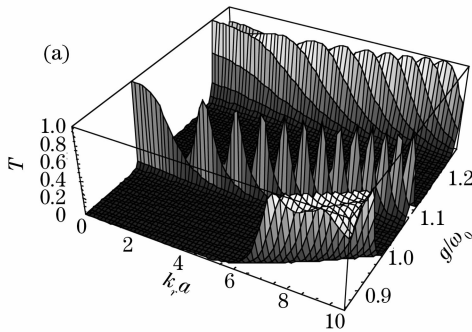


图3 TM波的透射率随 k, a 和 g 的变化关系三维图(a)以及不同缺陷模的透射率随 g 的变化关系(b)
Fig. 3 3D curves of the transmissivity of TM wave versus k, a and g (a) and response curves of the defect mode versus g (b)

1) 对于 TE 波和 TM 波,模式量子数 $i = 1, 2, 3$ 时,在禁带的中间都出现了一个缺陷模,这表明 TE 波和 TM 波的各个模式都会出现缺陷模。

2) 对于 TE 波, $i = 1, 2, 3$ 的缺陷模其频率中心分别在 $g = 1.005, 1.025, 1.058$ 处,即各模式的缺陷

模的频率中心随模式量子数的增加而增大。对于 TM 波,各模式的缺陷模的频率中心也随模式量子数的增加而增大。

3) 对于 TE 波, $i = 1, 2, 3$ 的缺陷模其频率半峰全宽(FWHM)分别为 $\Delta g = 0.004, 0.003, 0.002$, 即

各模式的缺陷模其频率半峰全宽随模式量子数的增加而减小。对于 TM 波, $i=1, 2, 3$ 的缺陷模其频率半峰全宽分别为 $\Delta g=0.004, 0.005, 0.006$, 即各模式的缺陷模的频率半峰全宽随模式量子数的增加而增大, 这与 TE 波相反。

上述 TE 波和 TM 波的缺陷模的频率中心随模式量子数的增加而增大的规律可以由(11)式给出解释, 当 x 一定时, g 随 $\mu_i^{(0)}$ 的增加而增大。

4.2 缺陷模随圆柱半径的变化

固定模式量子数 $i=3$, TE 波和 TM 波的透射率 T 随 x 和 g 变化分别如图 4(a)和图 5(a)所示。为了更清楚地看出缺陷模随圆柱半径的变化规律, 在 $x=2, 4, 6$ 处, 切出图 4(a)和图 5(a)的切面图, 分别如图 4(b)和图 5(b)所示。由图 4 和图 5 可知:

1) 对于 TE 波, 当 $x=2, 4, 6$ 时, $i=3$ 的缺陷模

其频率中心分别在 $g=1.058, 1.015, 1.007$ 处, 即同一模式缺陷模的频率中心随圆柱半径的增加而减小。对于 TM 波, 同一模式缺陷模的频率中心也随圆柱半径的增加而减小, 这与 TE 波相同。

2) 对于 TE 波, 当 $x=2, 4, 6$ 时, $i=3$ 的缺陷模其频率半峰全宽分别为 $\Delta g=0.003, 0.004, 0.005$, 即同一模式缺陷模的频率半峰全宽随圆柱半径的增加而增大。对于 TM 波, 当 $x=2, 4, 6$ 时, $i=3$ 的缺陷模其频率半峰全宽分别为 $\Delta g=0.007, 0.005, 0.004$, 即同一模式缺陷模的频率半峰全宽随圆柱半径的增加而减小, 这与 TE 波相反。

上述 TE 波和 TM 波的缺陷模的频率中心随圆柱半径的增加而减小的规律也可以由(11)式给出解释, 当 $\mu_i^{(0)}$ 一定时, g 随 x 的增加而减小。

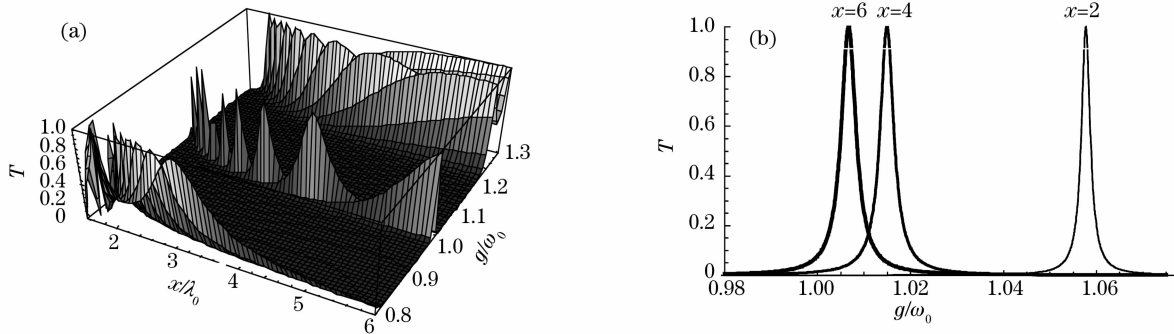


图 4 TE 波的透射率随 x 和 g 的变化关系三维图(a)以及相应缺陷模的透射率随 g 的变化关系(b)

Fig. 4 3D curves of the transmissivity of TE wave versus x and g (a) and response curves of the defect mode versus g (b)

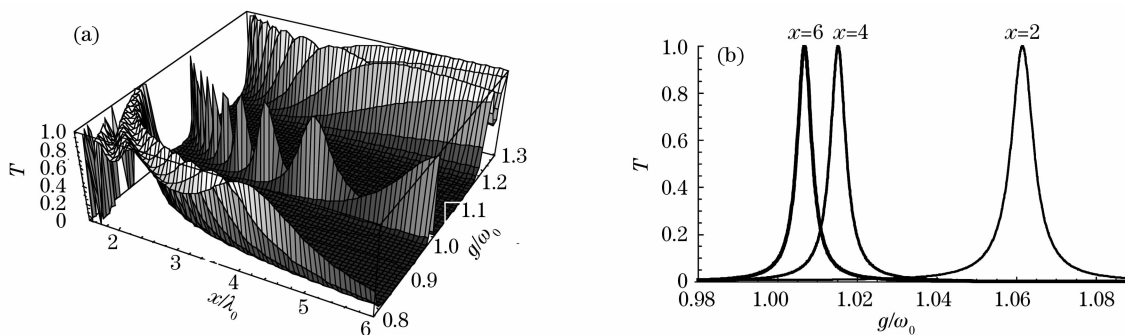


图 5 TM 波的透射率随 x 和 g 的变化关系三维图(a)以及相应缺陷模的透射率随 g 的变化关系(b)

Fig. 5 3D curves of the transmissivity of TM wave versus x and g (a) and response curves of the defect mode versus g (b)

5 结 论

利用电磁波在一维圆柱掺杂光子晶体中径向受限的条件, 推导出电磁波在一维圆柱掺杂光子晶体中各个模式满足的关系式。利用这个关系式并结合特征矩阵法计算出 TE 波和 TM 波各模式的缺陷模

随模式量子数和圆柱半径的变化规律。得出了一些不同于一维非受限掺杂光子晶体缺陷模的新特征。对于 TE 波, 缺陷模的频率中心随模式量子数的增加而增大, 随圆柱半径的增加而减小; 缺陷模的频率半峰全宽随模式量子数的增加而减小, 随圆柱半径

的增加而增大。对于 TM 波, 缺陷模的频率中心随模式量子数的增加而增大, 随圆柱半径的增加而减小; 缺陷模的频率半峰全宽随模式量子数的增加而增大, 随圆柱半径的增加而减小。

上述计算结果是在本文设计的一维圆柱掺杂光子晶体中得到的, 对于其他一维圆柱掺杂光子晶体是否有相同结果有待继续研究。

参 考 文 献

- Chen Weizong, Shen Ying, Hu Manli *et al.*. Structure of basic period of one-dimensional photonic crystal and the characters of forbidden bands [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(12): 1453~1456
陈慰宗, 申影, 忽满利等. 一维光子晶体的基本周期结构及其禁带特征[J]. 光子学报, 2001, **30**(12):1453~1456
- Duan Xiaofeng, Niu Yanxiong, Zhang Chu *et al.*. Light propagation characteristics of 1-D photonic crystal [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(9):1086~1089
段晓峰, 牛燕雄, 张雏等. 一维光子晶体的光学传输特性分析[J]. 光子学报, 2003, **32**(9):1086~1089
- Fang Yuntuan, Shen Tinggen, Tan Xilin. Study on one dimensional photonic crystal with impurity defect [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(11):1557~1560
方云团, 沈廷根, 谭锡林. 一维光子晶体掺杂缺陷模研究[J]. 光学学报, 2004, **24**(11):1557~1560
- Zhou Jingou, Du Guiqiang, Zhang Yawen *et al.*. Electromagnetic modes of thickness-modulated dual-periodic one-dimensional photonic crystals [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(8):3703~3707
周金苟, 杜桂强, 张亚文等. 双周期厚度调制的一维光子晶体的电磁模[J]. 物理学报, 2005, **54**(8):3703~3707
- Du Guiqiang, Liu Nianhua. Optical transmission spectra of one dimensional photonic crystals with a mirror symmetry [J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(4):1095~1097
杜桂强, 刘念华. 具有镜像对称结构的一维光子晶体的透射谱[J]. 物理学报, 2004, **53**(4):1095~1097
- Zhang Dengguo, Ni Na, An Henan. Electromagnetic field analysis and numerical calculation of one-dimensional magneto-photonic crystal [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(8):1007~1010
张登国, 倪娜, 安鹤南. 一维磁性光子晶体的电磁场分析和数值计算[J]. 光子学报, 2004, **33**(8):1007~1010
- Wang Rui, Zhang Cunxi, Nie Yihang. Band structure and propagation properties of one-dimension anisotropy photonic crystals [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **35**(1):89~92
王瑞, 张存喜, 聂一行. 一维各向异性光子晶体的带隙结构和传输特性[J]. 光子学报, 2007, **35**(1):89~92
- Li Rong, Ren Kun, Ren Xiaobin. Angular and wavelength selectivity of band gaps of holographic photonic crystals for different polarizations [J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(8): 2520~2523
李蓉, 任坤, 任晓斌. 一维光子晶体带隙结构对不同偏振态的角度和波长响应[J]. 物理学报, 2004, **53**(8):2520~2523
- Liu Qineng. A new method for bandgap study of one-dimensional photonic crystal [J]. *Semiconductor Optoelectronics*, 2008, **29**(4):531~534
刘启能. 一种研究一维光子晶体能带的新方法[J]. 半导体光电, 2008, **29**(4):531~534
- Liu Qineng. Effect of impurity absorption on one-dimensional photonic crystal defect mode [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(6):777~780
刘启能. 杂质吸收对一维光子晶体缺陷模的影响[J]. 中国激光, 2007, **34**(6):777~780
- Liu Qineng. A new simple and convenient method for study of properties forbidden band of one-dimensional photonic crystal [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(6):1031~1034
刘启能. 一种简便的研究一维光子晶体禁带特征的新方法[J]. 光子学报, 2007, **36**(6):1031~1034
- Meng Jia, Hou Lantian, Zhou Guiyao *et al.*. Fabrication and study on the small-core index-guiding photonic crystal fiber [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(9):1350~1354
孟佳, 侯蓝田, 周桂耀等. 小芯径折射率引导型光子晶体光纤的制备和研究[J]. 中国激光, 2008, **35**(9):1350~1354
- Zhang Xiaojuan, Zhao Jianlin, Cui Li. Analysis of mode properties of photonic crystal fiber with high birefringence [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7):1379~1382
张晓娟, 赵建林, 崔莉. 一种高双折射光子晶体光纤的模式特性分析[J]. 光学学报, 2008, **28**(7):1379~1382
- Song Yuling, Wang Xuanzhang. Properties of a one-dimensional confined antiferromagnetic photonic crystal [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(12):2404~2407
宋玉玲, 王选章. 一维受限反铁磁光子晶体的性质[J]. 光学学报, 2008, **28**(12):2404~2407
- Wu Chongshi. *Methods of Mathematical Physics* [M]. Beijing: Beijing University Press, 2003. 219~220, 259~261
吴崇试. 数学物理方法[M]. 北京: 北京大学出版社, 2003. 219~220, 259~261