

文章编号: 0258-7025(2010)00-0000-06

# 维纳/投影限制集混合算法实现超分辨率图像复原

刘洋 崔继文

(哈尔滨工业大学超精密光电仪器工程研究所, 黑龙江 哈尔滨 150080)

**摘要** 为了抑制经典投影限制集(POCS)算法中图像复原产生的振铃效应及噪声放大的缺点,提高复原图像的分辨率,提出了一种基于维纳(Wiener)滤波和 POCS 混合的超分辨率图像复原算法。利用 Wiener 滤波的抗噪性和全局收敛性对经典 POCS 算法原始估计图像  $f_0$  和超分辨率复原图像  $f_i$  分别进行约束,同时在 POCS 中加以局部变量的约束。实验结果表明,新算法比原始 POCS 算法的峰值信噪比(PSNR)和归一化相关性测度(NCCF)均有提高,且 Wiener 作为整体约束的算法更具有优势,NCCF 最多提高 7.28%,PSNR 最多提高 32.35%,具有很好的图像复原结果。

**关键词** 图像处理;图像复原;维纳/投影限制集混合算法;振铃抑制;相关性测度

中图分类号 TN911.73; TP391

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL20103700.0000

## Image Restoration Based on Hybrid Wiener/Projection Onto Concex Sets Algorithm

Liu Yang Cui Jiwen

(*Institute of Ultra-Precision on Optoelectronic Instrument Engineering, Harbin Institute of Technology,  
Harbin, Heilongjiang 150080, China*)

**Abstract** In order to improve the resolution of the restored image in the original context of projections onto convex sets (POCS), and suppress the features of edge oscillating and enlargement of noise, a motion blurred restoration approach based on hybrid Wiener/POCS algorithm is proposed. Estimated original image  $f_0$  and super-resolution restored image  $f_i$  of the original POCS are respectively bounded by a Wiener set, which is noise normalized and complete convergence, and three other bounded local variance sets are also incorporated into POCS. Some experiments based on restoration of image are given to demonstrate the effectiveness of the hybrid Wiener/POCS algorithm. As a result, the bounded Wiener variance set using in complete convergence is better than any other, and in the evaluation of quality of super-resolution restoration image, the normalized co-correlation function (NCCF) improves 7.28%, the peak signal-to-noise ratio (PSNR) improves 32.35% as the largest, which effectively suppress the ringing ripples and improve the resolution.

**Key words** image processing; image restoration; hybrid Wiener/projection onto concex sets; edge oscillating; normalized co-correlation function

## 1 引言

近年来,空间域超分辨率图像复原方法成为研究热点,而投影限制集(POCS)方法简单有效,应用前途非常好,更具有代表性。但是,POCS 算法是一个迭代过程,算法易产生振铃现象,且不容易消除,

导致相应复原图像的分辨率不高<sup>[1,2]</sup>。综合目前研究现状,有两类抑制振铃的方法,即空域校正法和频域校正法。文献[3]提出利用频率混叠的先验知识来抑制振铃的频域插值方法,文献[4]利用自适应松弛因子保证收敛的稳定性,抑制振铃。这两种方

收稿日期: 2009-05-09; 收到修改稿日期: 2009-06-16

基金项目: 国家自然科学基金(50705026)和国家 863 计划(2008AA04Z308)资助课题。

作者简介: 刘洋(1984—),女,硕士研究生,主要从事数字图像处理方面的研究。E-mail: liuyang19840204@163.com

导师简介: 崔继文(1974—),男,博士,副教授,主要从事超精密光电测试技术与数字图像处理等方面的研究。

E-mail: cuijiwen@hit.edu.cn

法首先需要在频域计算梯度,通过其差值抑制突变,然后通过修正的频域内插迭代获得超分辨率图像,其过程复杂,计算量大,主要用于4倍及其以上图像内插处理。文献[5]将高阶插值封装到基于凸集投影POCS的模糊函数中,然后通过POCS方法重建超分辨率图像。当模糊函数估计不正确时会出现振铃,于是通过估计边缘方向加以不同的权值得到边缘自适应限制集,用来抑制振铃。文献[6]以POCS方法为基础设计频域补偿滤波器,实现自适应算法,虽然可以有效地抑制振铃,而且操作简单可靠,但是当频率为无穷时,图像复原过程通常产生病态问题,造成以观测模型为基础的复原分辨率的不连续性。盲卷积方法由于无需参考星和大气湍流退化因子的先验知识等优点而被广泛应用于大气湍流退化图像的复原,但是,由于噪声的存在,导致复原过程同样存在病态问题,文献[7]利用共轭梯度优化方法的交替迭代算法实现提出的盲反卷积方法的数值求解,有效去除了噪声。目前,随着小波和神经网络技术的兴起,开始利用小波技术和神经网络进行去噪重构图像,由于小波算法的阈值具有单一性,通常通过自适应阈值对其进行修正,从而抑制振铃<sup>[8]</sup>,而神经网络对于激光光斑的复原效果明显<sup>[9]</sup>。

本文通过分析图像复原中的病态问题,阐述了一种建立在维纳(Wiener)滤波基础上的扩展维纳滤波集合方法,将这种闭合凸集的先验信息引入到原始的凸集投影法的算子当中,通过在复原过程中加入局部自适应约束从而抑制了振铃效应。

## 2 算法原理

图像复原问题可以看作是从图像线性退化观测模型的恢复过程,用公式表达为

$$g = h \otimes f + n, \quad (1)$$

式中 $\otimes$ 表示二维卷积, $h$ 为点扩散函数(PSF), $f$ 为原始图像, $n$ 为加性噪声。

由于退化函数的傅里叶变换 $H(u, v)$ 在高频处的幅度非常大,并当频率为无穷时, $H(u, v)$ 为零,这使图像复原过程通常产生病态问题<sup>[10]</sup>,造成以观测模型为基础的复原分辨率的不连续性。观测模型分辨率的不连续性致使观测噪声的过度放大,从而造成复原图像的分辨率降低<sup>[11]</sup>。

复原过程中的病态问题可以通过在复原过程中加入先验信息使其规则化。这会减小解空间的大小同时对噪声的幅度进行控制。

对于凸集投影算法,可以方便地加入先验信息,

较好地保持高分辨率图像上的边缘和细节特征,但是解不唯一且依赖于初始估计,运算量大,收敛稳定性不高,超分辨率估计图像具有边缘振荡效应<sup>[12]</sup>;而维纳滤波虽然避免了频域处理的病态问题<sup>[13]</sup>,但是它只利用了图像的协方差信息,可能还有大量的有用信息没有充分利用。因此,综合两类方法的优缺点,将POCS算法包含图像的先验知识及维纳滤波抗噪性能优良,不存在病态问题的优势结合起来形成混合Wiener/POCS算法,可以在保持图像原有复原信息的基础上,有效地改善POCS算法的振铃及噪声放大效应。

维纳算法是一个基础规范性算法。利用凸集投影法容易加入先验约束集合的特点,将Wiener滤波算子作为一个凸集约束加入约束集合中,构建一个新的凸集为

$$C_w = \{f : \mathcal{F}[f(m, n)] = F_w(u, v) \quad (u, v) \in \Delta\}, \\ \Delta = \{(u, v) : |H(u, v)| \geq T > 0\} \quad (2)$$

式中 $H(u, v)$ 是点扩散函数的傅里叶变换, $T$ 为预先设定的初始值。 $C_w$ 大小由初始值 $T$ 及频域 $\Delta$ 决定。 $\Delta$ 不包括 $H(u, v)$ 为零的初始邻域。

考虑到Wiener集合可以以两种不同方式与POCS相结合,因此分别以两种不同方式建立数学模型:

1) Wiener集合作为初始约束加入POCS当中

将 $F_w(u, v)$ 经傅里叶逆变换后,可得其 $C_w$ 的对应算子

$$P_w\{f_j\} = \mathcal{F}^{-1}\{F_w(u, v)\}, \quad (3)$$

经过Wiener滤波及经典POCS算法数据一致性约束迭代,如

$$f_{j+1} = P_K P_{K-1} \cdots P_1 \{P_w\{f_j\}\}. \quad (4)$$

本文在POCS当中引入三种约束集合。

设 $f$ 为希尔伯特(Hilbert)空间 $\ell^2$ 上的一个元素, $\ell^2$ 为定义在 $\Omega$ 上的二维可积函数, $\|\cdot\|$ 为定义在 $\ell^2$ 上的范数。

a) 局部一致性约束:  $f \in C_{E_i}$

$$C_{E_i} = \left\{ f : \left\{ \begin{array}{l} \|f(m, n) - f_{R_i}(m, n)\|^2 \leq E_i^2 \\ (m, n) \in R_i \subset \Omega \end{array} \right. \right\},$$

式中 $E_i$ ,  $R_i$ 和 $f_{R_i}$ 为已知值, $i$ 为图像帧数。

b) 有限集约束:  $f \in C_s$

$$C_s = \{f : f(m, n) = 0 \quad (m, n) \notin S \subset \Omega\}.$$

c) 非负集约束:  $f \in C_p$

$$C_p = \{f : f(m, n) \geq 0 \quad (m, n) \in \Omega\}$$

在图像复原中,由于传递函数的误差和噪声的影响,常常在突变的边缘处出现“上冲”和“下冲”现

象(常叫作“过白”和“过黑”),使得灰度值超出容许范围或变负值,利用这一先验知识,对复原图像  $f(m,n)$  进行正约束和有限集约束。

此时,根据 POCS 数据一致性集合  $C_{E_i}$ ,有限集约束  $C_s$ ,非负集约束  $C_P$ ,可得可行解

$$f_{j+1} = P_P P_E P_W P_S f_j, \quad (5)$$

这里  $f_0 = \mathcal{F}^{-1}[F_W]$ ,  $P_E, P_S, P_P$  分别表示局部一致性约束、有限集约束和非负集约束。

2) Wiener 集合作为整体约束加入 POCS 当中

根据经典 POCS 算法中数据一致性约束迭代,得到

$$f_{j+1} = P_K P_{K-1} \cdots P_1 \{f_j\}, \quad (6)$$

根据 POCS 数据一致性集合  $C_{E_i}$ ,有限集约束  $C_s$ ,非负集约束  $C_P$ ,可得可行解

$$f_{j+1} = P_P P_E P_S f_j, \quad (7)$$

这里,  $f_0$  为高分辨估计图像。

将  $f_j$  的傅里叶变换作为 Wiener 集合的初始解,即

$$G_0 = \mathcal{F}\{f_j\}. \quad (8)$$

从 Wiener 算子  $C_W$  中,对其进行反傅里叶变换,可以得到

$$f_{j+1} = \mathcal{F}^{-1}\{F_{W_j}(u,v)\}. \quad (9)$$

### 3 实验结果及分析

为了证明新算法对振铃及噪声的抑制作用,将 Wiener/POCS 算法与经典 POCS 算法及 Wiener 算法进行比较。图 1 为 256 pixel  $\times$  256 pixel Cameraman 原图像和 20 pixel  $45^\circ$  匀速运动模糊退化图像。图 2,3 为实验采集点源的原图像、点源

20 pixel  $0^\circ$  匀速运动模拟退化图像及实验采集退化图像,放大倍数为 2。每组图中(a)为原图像,(b)为运动模糊图像,(c)为经典 POCS 算法复原图像,(d)为 Wiener 算法复原图像,(e)为第一种 Wiener/POCS 混合算法复原图像,(f)为第二种 Wiener/POCS 混合算法复原图像。图 4 为由线扩展函数提取的点源及理想和实际模糊信号灰度图,图 5 为点源理想及实际模糊图像调制传递函数(MTF)比较。实验中,定义维纳集合预先估计的初始值  $T$  为 0.15,根据退化函数  $H$  进行调整;由飞行物速度和实验导轨速度确定图像的运动速度  $v = 0.272$  mm/s,曝光时间  $t = 400$  ms;模糊像素 20 个,迭代次数 50 次。

超分辨率重建图像的结果评价一般分为两种,一种是主观评价,考虑人眼对重建恢复图像的感受;另一种是客观评价标准,仿真实验采用峰值信噪比( $R_{PSNR}$ )、归一化的互相关函数( $F_{NCCF}$ )对重建的图像质量进行定性度量。其中

$$R_{PSNR} = 10 \log \frac{256^2}{1/N \sum_{i=1}^N (f_{oi} - f_{ri})^2},$$

$$F_{NCCF} = \frac{f_o^T f_r}{\sqrt{f_o^T f_o} \cdot \sqrt{f_r^T f_r}}, \quad (10)$$

式中  $f_o$  为初始图像,  $f_r$  为复原图像,  $N$  为图像大小。

复原结果评价如表 1~3 所示。表 1~3 的第一列和第三列为各复原图像与原始图像相关性运算结果。第二列和第四列分别为各种超分辨率复原方法估计的超分辨率图像质量相对于原始 Wiener 滤波的图像质量提高百分比。

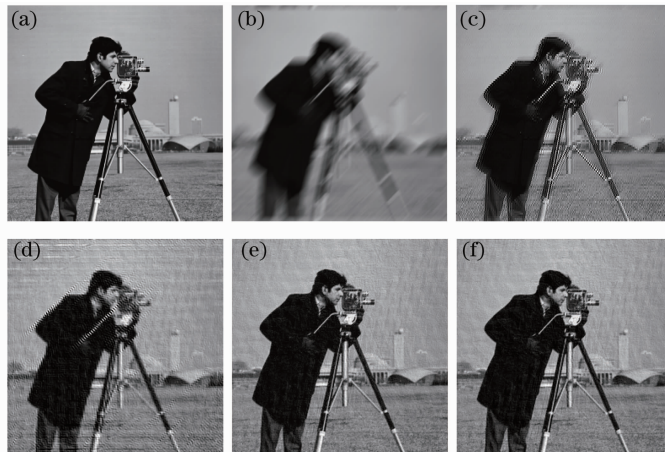


图 1 Cameraman 重建图像比较

Fig. 1 Comparison of cameraman reconstruction image

表 1 超分辨率复原图像质量评价 1

Table 1 Evaluation of quality of super-resolution restoration image 1

| Methods            | Results |                   |        |                   |
|--------------------|---------|-------------------|--------|-------------------|
|                    | NCCF    | Improved NCCF / % | PSNR   | Improved PSNR / % |
| Wiener             | 0.98503 | ---               | 20.875 | ---               |
| Pure POCS          | 0.98931 | 0.43              | 22.340 | 7.02              |
| First Wiener/POCS  | 0.98994 | 0.46              | 22.602 | 8.27              |
| Second Wiener/POCS | 0.99685 | 1.12              | 27.628 | 32.35             |

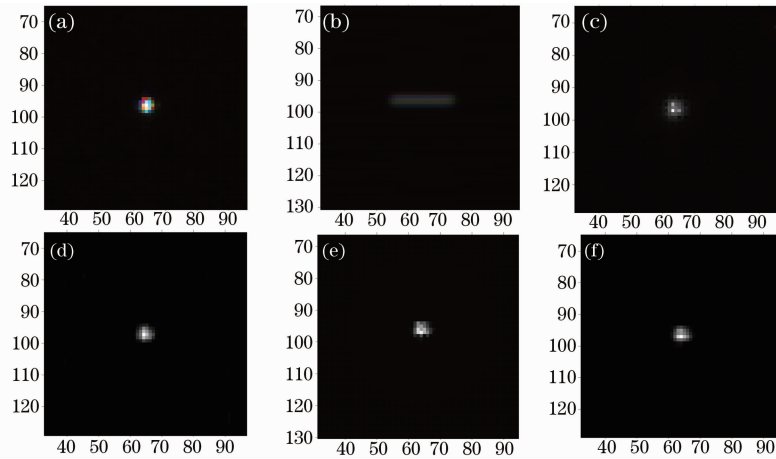


图 2 点源模拟退化图像重建图像比较

Fig. 2 Comparison of identified blurred point light source reconstruction image

表 2 超分辨率复原图像质量评价 2

Table 2 Evaluation of quality of super-resolution restoration image 2

| Methods            | Results |                   |        |                   |
|--------------------|---------|-------------------|--------|-------------------|
|                    | NCCF    | Improved NCCF / % | PSNR   | Improved PSNR / % |
| Wiener             | 0.92132 | ---               | 42.949 | ---               |
| Pure POCS          | 0.92625 | 0.53              | 42.912 | -0.086            |
| First Wiener/POCS  | 0.95644 | 3.81              | 45.516 | 5.98              |
| Second Wiener/POCS | 0.97050 | 5.34              | 47.280 | 10.08             |

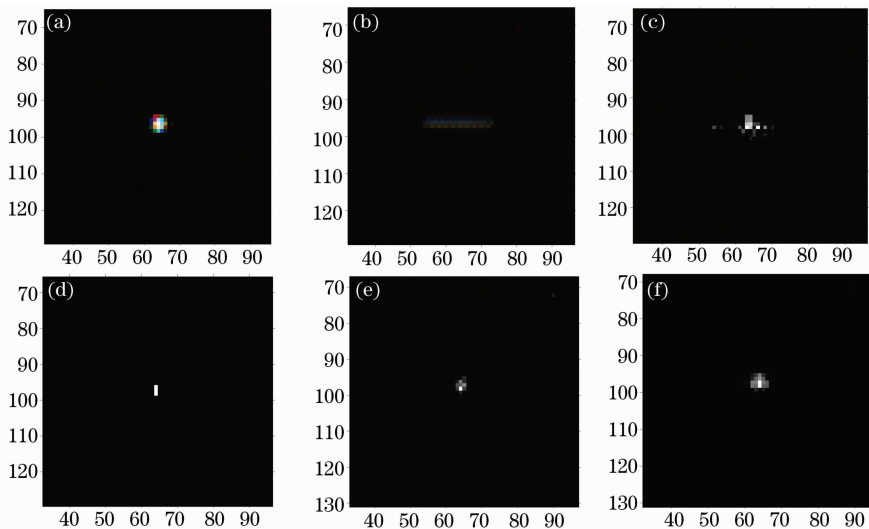


图 3 点源实验采集退化图像重建图像比较

Fig. 3 Comparison of true blurred point light source reconstruction image

表 3 超分辨率复原图像质量评价 3

Table 3 Evaluation of quality of super-resolution restoration Image 3

| Methods            | Results |                   |        |                   |
|--------------------|---------|-------------------|--------|-------------------|
|                    | NCCF    | Improved NCCF / % | PSNR   | Improved PSNR / % |
| Wiener             | 0.84588 | —                 | 40.254 | —                 |
| Pure POCS          | 0.85281 | 0.82              | 40.201 | -0.13             |
| First Wiener/POCS  | 0.86991 | 2.84              | 41.031 | 1.93              |
| Second Wiener/POCS | 0.90742 | 7.28              | 42.277 | 5.03              |

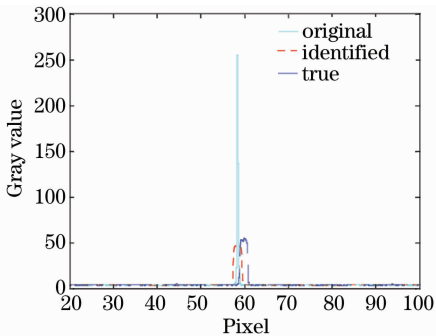


图 4 点源及理想和实际模糊信号灰度图

Fig. 4 Gray value of original point light, identified and true blurred signal

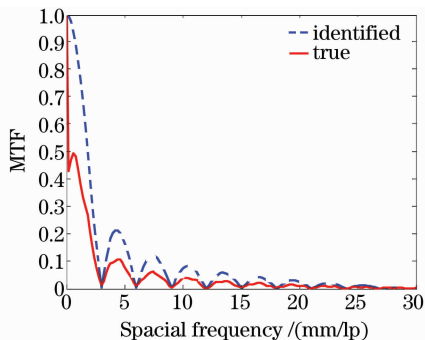


图 5 点源理想与实际调制传递函数对比

Fig. 5 Identified and true modulation transfer function (MTF) of point light source

从图 1~3 三组复原图像的对比中可以看出,在每组图像中,图(c)的局部区域都出现了振铃,图(d)的复原效果有所损失。在图(e)的图像中,一定程度上消除了振铃,但图(f)不但消除了振铃,而且边缘清晰,处理效果更好。

图 2(b)和图 3(b)中点源的模拟退化图像和实际退化图像的对比中可以发现,点源模糊长度均为 20 左右,这从图 4 点源及理想和实际模糊信号灰度图也可以读出;但是,实际退化图像的边缘并不平滑,存在一定的抖动,这说明在实际采集图像的过程中除了运动模糊的影响,还存在光学系统的像差及传感单元的传感器噪声、处理电路的量化误差等。

从图 5 中可以看出,模糊图像的理想和实际

MTF 波形具有很好的相似性,但是随着空域频率增大,MTF 的差距有所增大,实际 MTF 的幅值下降更快,这说明采集的图像在很大程度上受到噪声因素的影响。

从表 1 超分辨率复原图像质量评价 1 中可以看出,对于整幅信息的 Cameraman 图像,混合 Wiener/POCS 算法的 NCCF 和 PSNR 均有较大提高,最大提高百分比为 1.12% 和 32.35%;从表 2,3 复原图像质量评价 2 和 3 中可以看出,对于点源图像来说,由于信号较少而背景较大,容易受背景噪声影响,因此相对于 Wiener 滤波来说,原始 POCS 算法虽然在 NCCF 上有所提高,但是 PSNR 却不如 Wiener 滤波,此时混合算法中 Wiener 滤波的抗噪作用更为有效<sup>[14]</sup>。

表 2 超分辨率复原图像质量评价 2 的结果表明,对于理想点源模糊图像,由于受噪声影响较小,因而 NCCF 和 PSNR 的基数较大,PSNR 提高相对明显;表 3 超分辨率复原图像质量评价 3 的结果表明,对于实际采集的点源模糊图像,由于设备及周围环境影响,NCCF 和 PSNR 基数较小,NCCF 提高相对明显。但是,混合算法相对于单一算法仍然具有优势,实验对比表明,NCCF 最大提高 7.28%,PSNR 最大提高了 10.08%。

## 4 结 论

介绍的混合 Wiener/POCS 算法克服了图像复原中的病态效应,有效解决了经典 POCS 算法中产生的振铃现象和噪声放大的问题,提高了复原图像的分辨率。实验结果证明,这两种 Wiener/POCS 混合算法复原图像对于单一的 Wiener 和 POCS 方法在抑制振铃和噪声方面均有改善,适用于基于运动模糊的超分辨率图像复原,且针对较大模糊匀速运动图像来说,后一种复原方法更为有效。

## 参 考 文 献

1 Luo Jun, Huang Benxiang. The application of butterworth

- filtering in super-resolution reconstruction of POCS [J]. *Microcomputer Application*, 2006, **22**(6): 20~22
- 罗俊, 黄本雄. Butterworth 滤波在 POCS 超分辨率重构中的应用[J]. *微型电脑应用*, 2006, **22**(6): 20~22
- 2 Ming Jiang, Zhaotian Zhang. Review on POCS algorithms for image reconstruction[J]. *Computerized Tomography Theory and Applications*, 2003, **1**(14): 1~7
- 3 T. Saito, Y. Ishii, H. Aizawa *et al.*. High-quality image interpolation via nonlinear image decomposition [C]. *SPIE*, 2008, **6812**, 68120V
- 4 Yang Wenxia, Cai Chao, Ding Mingyue *et al.*. Characterization of aero-optic effects and restoration of aero-optical degraded images[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(2): 347~352
- 杨文霞, 蔡超, 丁明跃等. 气动光学效应分析与气动模糊图像复原[J]. *光学学报*, 2009, **29**(2): 347~352
- 5 Miao Liu, Hanqiang Cao, Xutao Li *et al.*. Super resolution reconstruction based on motion estimation error and edge adaptive constraints[C]. *SPIE*, 2006, **6246**, 62460B
- 6 Li Jinzong, Huang Jianming, Chen Feng *et al.*. The analysis and suppressing of oscillatory artifacts in super-resolution image processing [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2003, **25**(6): 664~668
- 李金宗, 黄建明, 陈风等. 超分辨率处理中振铃现象的分析与抑制[J]. *系统工程与电子技术*, 2003, **25**(6): 664~668
- 7 Huang Jianming, Shen Mangzuo. Multiframe blind deconvolution restoration of atmospheric turbulence-degraded images based on noise characteristic [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(9): 1686~1690
- 黄建明, 沈忙作. 基于噪声特性的大气湍流退化图像多帧盲反卷积复原[J]. *光学学报*, 2008, **28**(9): 1686~1690
- 8 Guoping Zeng, Ruizhen Zhao. Image denoising using least squares wavelet support vector machines[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(11): 632~635
- 9 Shen Jinhua, Wang Shiyu, Guo Zhen *et al.*. Nonlinear network of measuring transverse modes in a laser beam[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(4): 555~558
- 沈金华, 王石语, 过振等. 一种测量激光束横模结构的非线性网络[J]. *中国激光*, 2008, **35**(4): 555~558
- 10 Tian Yu, Rao Changhui, Zhang Xuejun. High frequency noise constraint in deconvolution from wavefront sensing [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2007, **19**(4): 593~597
- 田雨, 饶长辉, 张学军. 波前解卷积方法中的高频噪声抑制[J]. *强激光与粒子束*, 2007, **19**(4): 593~597
- 11 B. J. Davis, T. S. Ralston, D. L. Marks *et al.*. Interferometric synthetic aperture microscopy: physics-based image reconstruction from optical coherence tomography data[C]. *IEEE International Conference on Image Processing*, 2007, **4**: IV145~IV148
- 12 Li Huifang, Du Minghui. Super-resolution image restoration based on improved POCS algorithm [J]. *J. South China University of Technology (Natural Science)*, 2003, **31**(10): 24~27
- 李慧芳, 杜明辉. 基于改进的 POCS 算法的超分辨率图像恢复[J]. *华南理工大学学报(自然科学版)*, 2003, **31**(10): 24~27
- 13 Hu Xiaoping, Yin Xiyun, Chen Guoliang *et al.*. Adaptive filtering and counter filter restoration for defocus blurred image [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2007, **34**(4): 105~108
- 胡小平, 尹喜云, 陈国良等. 离焦模糊图像的自适应滤波及逆滤波器复原[J]. *光电工程*, 2007, **34**(4): 105~108
- 14 Yao Yuhong, Li Yanfeng, Liu Bowen *et al.*. Analysis of real photonic crystal fibers by finite-difference frequency-domain method combined with digital image processing[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7): 1384~1389
- 姚宇宏, 栗岩锋, 刘博文等. 基于图像处理的频域有限差分法用于实际光子晶体光纤的研究[J]. *光学学报*, 2008, **28**(7): 1384~1389