**文章编号:** 0258-7025(2010)03-0739-04

# 初级慧差对圆偏振涡旋贝塞尔-高斯光束 聚焦场的影响

赵肇雄 刘 勇\*

(肇庆学院物理系,广东 肇庆 526061)

摘要 利用 Richards-Wolf 矢量衍射公式,获得圆偏振涡旋贝塞尔-高斯光束经具有初级慧差高数值孔径系统聚焦 后的三维光场复振幅函数,模拟了不同慧差系数下圆偏振涡旋贝塞尔-高斯光束的聚焦光场。研究表明,初级慧差 使圆偏振涡旋贝塞尔-高斯光束的聚焦光场分布模式和空间位置发生改变;初级慧差系数的正、负不改变光场分布 模式;初级慧差不会影响光轴上光强分布的对称性,而是改变光强分布曲线。

关键词 物理光学;高数值孔径;圆偏振涡旋贝塞尔-高斯光束;矢量衍射;初级慧差

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20103703.0739

## Effect of Primary Coma Aberration on Focusing of a Circularly Polarized Vortex Bessel-Gaussian Beams

#### Zhao Zhaoxiong Liu Yong

(Physics Department, Zhaoqing University, Zhaoqing, Guangdong 526061, China)

**Abstract** Based on Richards and Wolf vectorial diffraction integral, three-dimensional light field complex amplitude function is presented when circularly polarization vortex Bessel-Gaussian beam passes through a high numerical-aperture system with primary coma aberration. The highly-focusing fields with different comatic aberration coefficients are presented. The results show that the presence of primary coma aberration makes the pattern and position of light distribution change. The pattern of light distribution does not depend on sign of comatic aberration coefficient. As for intensity distribution along the optical axis, primary coma aberration does not change its symmetry, but affects its form.

**Key words** physical optics; high numerical-aperture; circularly polarization vortex Bessel-Gaussian beam; vectorial diffraction; primary coma aberration

1 引 言

贝塞尔-高斯光束聚焦后可以形成局域空心光 束或平顶光束,能够应用于粒子或细胞的光捕获、激 光的精细加工,以及超分辨显微成像等领域,近年来 已激发起国内外很多科研工作者的研究兴趣<sup>[1~7]</sup>。 在贝塞尔-高斯光束特性或应用的研究中,往往要涉 及到高数值孔径的光学系统和入射光束的偏振态。 在这种情况下,光路的非准直和光学系统组成单元 相对光轴的倾斜等很容易在系统中引入像差,导致 聚焦光场发生明显的变化,严重时可能影响贝塞尔-高斯光束的应用效果。因此,分析初级像差对贝塞尔-高斯光束聚焦场的影响非常有必要。其中 Biss 等<sup>[8]</sup>曾分析过初级像差对径向偏振贝塞尔-高斯光 束聚焦场的影响,给出了初级球差、慧差和像散下聚 焦场的分布模式,以及它们对聚焦场的不同影响程 度。本文利用 Richards-Wolf 矢量衍射积分公式, 专门分析了圆偏振涡旋贝塞尔-高斯光束通过具有 初级慧差的高数值孔径光学系统的聚焦特性,得到

作者简介:赵肇雄(1964—),男,硕士,讲师,主要从事光纤通信和光器件方面的研究及教学工作。

E-mail:zhaosn@21cn.com

**收稿日期**:2009-03-20; **收到修改稿日期**:2009-04-29

基金项目:广东省科技计划(2004B10101015)资助项目。

<sup>\*</sup>通信联系人。E-mail:liuyong7612@sina.com

该像差下聚焦光场的分布函数,数值模拟了不同初 级慧差下聚焦光场在光学系统焦平面上和沿系统光 轴纵向剖面的光场分布模式,以及在观察面与焦平 面的交界处和光轴上的光强分布情况,发现初级慧 差使焦点附近光强分布发生变化的规律,以便在贝 塞尔-高斯光束的应用中有效避免或消除初级慧差 带来的影响。

#### 2 理论分析

假定贝塞尔-高斯光束在高数值孔径聚焦系统 入瞳处的分布函数<sup>[9]</sup>为

$$A_{1}(\theta) = J_{1}\left(2\beta \frac{\sin \theta}{\sin \alpha}\right) \exp\left(-\beta^{2} \frac{\sin^{2} \theta}{\sin^{2} \alpha}\right), \quad (1)$$

式中θ为出射光线跟系统光轴之间的夹角,β为高数

值孔径聚焦系统的瞳孔半径和贝塞尔 - 高斯光束的 束腰宽度的比值,α为高数值聚焦系统孔径角的半 角,J<sub>1</sub> 为一阶贝塞尔函数。

像差函数反映了系统出瞳区中波阵面偏离理想 高斯参考球面的形变大小,对于初级慧差,像差函 数<sup>[10]</sup>可以表示为

$$A_{2}(\theta, \phi) = \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}A_{c}\frac{\sin^{3}\theta}{\sin^{3}\alpha}\cos\phi\right), \quad (2)$$

式中A。为球差系数,以入射光波长λ为单位; \$ 为圆 柱坐标系的方位角坐标量。

当贝塞尔-高斯光束平行于高数值孔径聚焦系统的光轴入射时,根据 Richards -Wolf 矢量衍射积 分公式<sup>[11]</sup>,利用圆柱坐标,则初级慧差存在时,会聚 焦点附近光场的复振幅为

$$E(u,v) = -i\frac{A}{\lambda} \int_{0}^{a} \int_{0}^{2\pi} A_{0}(\theta) A_{1}(\theta) A_{2}(\theta,\phi) P(\theta,\phi) \exp\left[-i\frac{v}{\sin\alpha}\sin\theta\cos(\phi-\phi_{p}) - i\frac{u}{\sin^{2}\alpha}\cos\theta\right] \sin\theta d\theta d\phi,$$
(3)

式中 A 为系统确定的比例常数,  $A_0(\theta)$  为高数值孔 径系统的切趾因子, 而  $P(\theta, \phi)$  表示入射光场的偏振 分布,  $\phi_p$  为观察点的方位角。新引入的观察点( $x_p$ ,  $y_p, z$ )的光学坐标满足  $v = k(x_p^2 + y_p^2)^{1/2} \sin \alpha, u = kz \sin^2 \alpha$ 。

对于圆偏振涡旋的贝塞尔-高斯入射光束,如果 入射光场上每一点的偏振方向都相对径向偏转 �。, 则入射光束的电场在圆柱坐标系<sup>[12]</sup>下可以表示成  $E(r,\phi) = \zeta(r)(\cos \phi_0 e_r + \sin \phi_0 e_\phi),$  (4) 式中  $e_r$ 和  $e_\phi$ 分别为入射光径向和方位角向的单位 矢量, $\zeta(r)$ 为表示电场相对振幅的瞳孔切趾函数。 为了分析简便,以下假定在瞳孔内 $\zeta(r) = 1$ 。由于 (4)式表示的圆偏振涡旋电场可以等效于径向偏振 和方位角偏振的线性组合,则利用 Helseth 的方 法<sup>[13]</sup>和(3)式可得焦点附近电场矢量沿 $r,\phi,z$ 3个 方向的复振幅

$$E_{r}(r_{p},\phi_{p},z_{p}) = -i\frac{A\cos\phi_{0}}{\lambda}\int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{2\pi}\sqrt{\cos\theta}A_{1}(\theta)A_{2}(\theta,\phi)\sin\theta\cos\theta\cos(\phi-\phi_{p})\times \exp\{-ik[r_{p}\sin\theta\cos(\phi-\phi_{p})+z_{p}\cos\theta]\}d\theta d\phi,$$
(5)

$$E_{\phi}(r_{\rm p},\phi_{\rm p},z_{\rm p}) = -i\frac{A\sin\phi_{\rm 0}}{\lambda} \int_{0}^{z_{\pi}} \sqrt{\cos\theta}A_{1}(\theta)A_{2}(\theta,\phi)\sin\theta\cos(\phi-\phi_{\rm p}) \times \exp\{-ik[r_{\rm r}\sin\theta\cos(\phi-\phi_{\rm p})+z_{\rm r}\cos\theta]\}d\theta d\phi,$$
(6)

$$E_{z}(r_{p}, \phi_{p}, z_{p}) = -i \frac{A\cos\phi_{0}}{\lambda} \int_{0}^{a} \int_{0}^{2\pi} \sqrt{\cos\theta} A_{1}(\theta) A_{2}(\theta, \phi) \sin^{2}\theta \times \exp\{-ik[r_{p}\sin\theta\cos(\phi - \phi_{p}) + z_{p}\cos\theta]\} d\theta d\phi.$$
(7)

它们受到高数值孔径系统的切趾因子(此处假定是 $\sqrt{\cos \theta}$ ),偏转角  $\phi_0$ ,聚焦系统的数值孔径,入射光场分布和慧差函数的共同影响。

综合(5)~(7)式可以看出,在入射光场和高数 值孔径聚焦系统确定的情况下,初级慧差函数一定 会影响贝塞尔-高斯光束聚焦场的电场矢量各个分 量的复振幅,即各分量的光强  $(I_{r,\phi,z} = |E_{r,\phi,z}|^2)$  或 总光强  $(I = I_r + I_\phi + I_z)$  要受慧差影响。

#### 3 数据模拟和分析

数据模拟采用的参数分别为: $\beta = 3/2, \alpha = 75^{\circ}$ ,  $\phi_0 = 45^{\circ}, A = 1, 坐标系中x, y, z 轴的坐标量以波长$  为单位,综合(1)~(7)式,求解数值积分可以获得圆 偏振涡旋的贝塞尔-高斯光束通过高数值孔径透镜 聚焦后,在焦平面和通过焦点的纵向切面上不同初 级慧差所对应的总光强分布模式,以及在观察面与 焦平面的交界处和光轴上的光强分布曲线。

图1给出了初级慧差系数A。分别取0,0.5λ,λ, 1.5λ和2λ时,圆偏振涡旋贝塞尔-高斯光束的聚焦 光场在会聚系统焦平面上的分布。从图中可以看 出:在给定的模拟参数下,焦平面光场在无初级慧差 时为旋转对称分布的中空型圆环,对称中心位于焦 点处;当会聚系统存在初级慧差时,焦平面的光场分 布变成单轴对称的形式,光斑的形状和空间位置发 生明显改变。随着初级慧差系数的增加,光斑一边 的相对光强逐渐增强并扩展,而相对的另一边逐渐 减弱和收缩,且在靠近它的空心部分处会逐渐出现 一个微弱的小扩散光斑;整个光斑的外围轮廓逐渐 由圆形转变成彗星状;同时,光斑的位置逐渐偏离焦 点。特别是慧差系数大于一个波长以后,远离焦点 一侧会出现明暗相间的弧状光斑。

图 2 则给出了初级慧差系数  $A_c$  分别为 0, 0.5 $\lambda$ , $\lambda$ ,1.5 $\lambda$  和 2 $\lambda$  时,圆偏振涡旋贝塞尔-高斯光束 沿光轴的纵向光强分布(xz 平面)。可以发现,当 系统存在初级慧差时,纵向光强分布由双轴对称变 成单轴对称,相应光斑的形状和位置随初级慧差系 数发生变化。即当初级慧差系数增加时,纵向光强 在观察面上不再关于系统光轴对称分布,会聚光束 中空部分两侧的光斑同时往光轴的一侧移动(在模 拟参数下,往观察面 x 轴的负方向移动);同时,在 无初级慧差时强度分布相同的两个光斑的相对强度 发生变化,整个光斑模式的移动和两个光斑相对强 度的变化趋势与图 1 所示的结果一致。同时还发 现,当初级慧差小于 $\lambda$ 时,次亮的光斑沿光轴扩展明 显;而当初级慧差系数大于 $\lambda$ 时,这两个光斑都会沿 着光轴向两侧扩展。









Fig. 2 Intensity of longitudinal components of circularly polarized vortex Bessel-Gaussian beam through focus

图 3 模拟了圆偏振涡旋贝塞尔-高斯光束在焦 平面沿 *x* 轴和光轴的光强分布。由图 3(a) 可知,随 着初级慧差系数的增加,无像差时焦平面 *x* 轴上的 两个光强峰值往 *x* 轴负方向移动,两个光强峰值的 相对大小发生改变,右边光强峰值减小,而左边光强 峰值增大;但是,当初级慧差系数大于 λ 时,主峰值 左边出现越来越强的旁瓣。对照图 1 模拟的结果,相 应初级慧差系数下 x 轴光强分布是一致的。根据能 量守恒定律可以大致判断以上 x 轴光强分布随初级 慧差系数变化的规律。因为整个模拟过程都没有考 虑光的吸收损耗,总的光场能量是守恒的,当初级慧 差系数由 0 开始增大时,初级慧差导致右边光强峰 值减小,则左边光强峰值必然要增大;而当初级慧差 系数大于 λ 以后,左边主光强峰值会减小,则该减小 部分的能量必然要转移到旁瓣,旁瓣就越来越强。另 外,从A。分别等于0.5λ,λ,-0.5λ和-λ 对应的光强 分布曲线可知,初级慧差系数的正、负不会改变光强 分布的模式图样,相应模式图样随初级慧差变化而

移动的方向刚好相反。从图 3(b)所示光轴上的光 强分布可知,初级慧差也会改变光轴上光强的分布。 对照图 2 模拟的结果,正是由于初级慧差的逐渐增 大,导致图 2 中右边光斑向焦平面移动并且沿光轴 展宽,但是光轴上的光强分布始终关于焦平面对称, 并不受初级慧差的影响。



图 3 圆偏振涡旋贝塞尔-高斯光束的光强分布。(a) 焦平面;(b) 光轴

Fig. 3 Intensity distribution of circularly polarized vortex Bessel-Gaussian beam. (a) at focal plane; (b) on optical axis

### 4 结 论

通过 Richards-Wolf 矢量衍射积分公式,获得 高数值孔径系统存在初级慧差时,圆偏振涡旋贝塞 尔-高斯光束经其聚焦后的三维光场的复振幅分布 函数。说明初级慧差将对圆偏振涡旋贝塞尔-高斯 光束在焦平面上的光场分布产生影响。利用复振幅 分布函数数值模拟了在不同慧差系数下圆偏振涡旋 贝塞尔-高斯光束在焦平面和通过焦点的纵向切面 的光强分布模式,以及观察面与焦平面的交界处和 光轴上的光强分布情况。数据模拟研究表明,在给 定的模拟参数下,聚焦光场出现中空部分,初级慧差 的存在导致光强分布模式成为单轴对称;随着初级 慧差系数的增大,光强分布模式的形状发生明显变 化,光斑轮廓增大,整个光斑的位置逐渐往偏离光轴 的一侧移动;初级慧差系数的正、负仅使光斑移动 方向刚好相反,光斑分布模式取决于初级慧差系数 的绝对值;光轴上的光强分布曲线始终关于焦平面 对称,不受初级慧差影响。

#### 参考文献

1 Zhang Zhiming, Pu Jixiong, Wang Xiqing. Focusing of cylindrically polarized Bessel-Gaussian beams through a high numerical-aperture lens [J]. Chinese J. Lasers, 2008, 35(3): 401~405

张志明,蒲继雄,王喜庆.圆柱偏振贝塞尔-高斯光束经高数值 孔径透镜的聚焦[J].中国激光,2008,**35**(3):401~405

2 D. P. Biss, T. G. Brown. Cylindrical vector beam focusing

through a dielectric interface [J]. Opt. Express, 2001, 9(10): 490~497

- 3 P. Torok, P. R. T. Munro. The use of Gauss-Laguerre vector beams in STED microscopy [J]. Opt. Express, 2004, 12(15): 3605~3617
- 4 P. L. Greene, D. G. Hall. Diffraction characteristics of the azimuthal Bessel-Gauss beam [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1996, 13(5):962~966
- 5 P. L. Greene, D. G. Hall. Properties and diffraction of vector Bessel-Gauss beams [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1998, 15(12): 3020~3027
- 6 C. J. R. Sheppard, H. J. Matthews. Imaging in a high aperture optical systems [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1987, 4 (8):1354~1360
- 7 Zhang Yanli, Li Xiaoyan, Zhu Jianqiang. Generation and focusing property with high-numerical aperture lens of vectorial polarized beam [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(1):129~133 张艳丽,李小燕,朱健强. 矢量偏振光束的产生及其高数值孔径 聚焦性质[J]. 中国激光, 2009, **36**(1):129~133
- 8 D. P. Biss, T. G. Brown. Primary aberrations in focused radially polarized vortex beams [J]. Opt. Express, 2004, 12 (3):383~393
- 9 R. H. Jordan, D. G. Hall. Free-space azimuthal paraxial wave equation: the azimuthal Bessel-Gauss beam solution [J]. Opt. Lett., 1994, 19(7):427~429
- 10 R. Kant. An analytical solution of vector diffraction for focusing optical systems with Seidel aberrations I. Spherical aberration, curvature of field, and distortion [J]. J. Mod. Opt., 1993, 40(11):2293~2310
- B. Richards, E. Wolf. Electromagnetic diffraction in optical systems []. Structure of the image field in an aplanatic system [J]. Proc. Roy. Soc. A, 1959, 253(1274):358~379
- 12 Qiwen Zhan, J. R. Leger. Focus shaping using cylindrical vector beam [J]. Opt. Express, 2002, 10(7):324~331
- 13 L. E. Helseth. Optical vortices in focal regions [J]. Opt. Commun., 2004, 229(1):85~91