

文章编号: 0258-7025(2010)02-0537-06

激光激发 Lamb 波的有限元时域和频域数值分析

孙宏祥 许伯强*

(江苏大学理学院, 江苏 镇江 212013)

摘要 以平面应变理论为基础,从弹性动力学平衡方程出发,推导得到频域动力学平衡方程。忽略材料的粘性特征,分别在时域和频域中建立激光激发兰姆(Lamb)波的有限元数值模型。比较分析两种模型的求解过程,在此基础上,在频域中研究激光作用在粘弹性薄板上激发 Lamb 波的特征。结果表明,激光激发的 Lamb 波主要包含低频的弱色散的对称模和色散的反对称模;有限元频域模型能有效地处理粘弹性材料中 Lamb 波的传播问题;材料的粘性特征会引起 Lamb 波的振幅衰减,且不同模式波的衰减(因子)不同。

关键词 激光技术;Lamb 波;有限元方法;时频域;粘弹性

中图分类号 TN249;O426.2

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL20103702.0537

Numerical Analysis of Laser-Generated Lamb Waves by Finite Element Method in Time and Frequency Domain

Sun Hongxiang Xu Baiqiang

(Faculty of Science, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China)

Abstract Based on the theory of plane strain and the elastic equations of dynamic equilibrium, the equations of dynamic equilibrium in the frequency domain are derived. The finite element models of laser-generated Lamb waves in the time and frequency domain are established for elastic material. Based on the numerical calculations, the solving process of the two models is compared. Moreover, the characteristics of laser-generated Lamb waves on a thin viscoelastic plate are analyzed in the frequency domain. The results show laser-generated Lamb waves mainly include the lower frequency components of the weak dispersion symmetric mode and the dispersive anti-symmetric mode. The propagation of laser-generated Lamb waves on viscoelastic materials can be calculated effectively by the finite element model in the frequency domain. In addition, the amplitudes of Lamb waves are attenuated in the viscoelastic material, and the attenuation coefficients to different modes of the wave are different.

Key words laser technique; Lamb wave; finite element method; time-frequency domain; viscoelasticity

1 引 言

随着激光超声技术的发展,其在无损检测领域的应用越来越受到研究者的关注。它具有非接触激发与探测,可一次性激发多种超声模式以及宽带超声波等特点,这是常规超声技术难以相比的^[1~5]。近年来,随着高聚物材料及纤维复合材料等新型材料广泛地应用于航空、造船等制造工业,使得粘弹性材料中超声波的激光激发、传播及其与材料缺陷的相互作用问题成为亟需解决的基础性问题。由于兰姆(Lamb)波的多模式和频散特性,其传播特征与材料

的力学参数密切相关,因而研究激光激发 Lamb 波与粘弹性材料的力学特性之间的关系受到高度重视。

到目前为止,关于激光激发 Lamb 波在材料的无损检测及性能评价等方面的研究已取得较大进展。如 Dewhurst 等^[6]利用激光激发 Lamb 波测量金属薄板的厚度,对厚度为 30 μm 的薄板的测量精度达到 2%; Spicer 等^[7]比较激光激发 Lamb 波的理论 and 实验波形,进而测量出各向同性的板状材料弹性模量及厚度;倪晓武等^[8]采用光纤耦合反射式光束偏转技术探测了厚度为 0.25 mm 的薄铁片中

收稿日期:2009-03-17; 收到修改稿日期:2009-04-05

基金项目:江苏省高校自然科学基金项目(08KJB140003,07KJB140019)资助课题。

作者简介:孙宏祥(1981—),男,硕士,讲师,主要从事激光超声与无损检测方面的研究。E-mail:jsdxshx@ujs.edu.cn

* 通信联系人。E-mail:bqxu@ujs.edu.cn

Lamb 波的瞬态波形,研究激光激发 Lamb 波的特征及发展过程;Xu 等^[9]基于有限元数值方法,研究横观各向同性材料中激光激发 Lamb 波的传播特征。然而,上述文献中关于激光激发 Lamb 波的研究均局限于弹性材料,粘弹性材料中激光激发 Lamb 波的研究还非常欠缺。因为超声波在粘弹性材料中传播时,材料的粘性特征会引起波的能量耗散,表现为波的衰减。在理论研究上,由于计算材料粘性特征的复杂性,要得到相应的波形十分困难,唯见韩庆邦等^[10]采用双积分变换法计算激光在粘弹性材料表面激励的表面波,但该方法只能处理简单的几何结构,且只能得到表面的垂直位移波形。

有限元数值模拟^[11,12]能够灵活处理复杂的几何结构,并且能够得到全场数值解。有限元频域算法对时域动力学方程进行傅里叶变换,将其转化为频域动力学方程进行运算,从而不仅克服了有限元时域算法^[13~16]处理弹性材料中激光超声问题的局限性,还能够有效地处理材料的粘性特征引起超声波能量的衰减问题,且所需的计算内存和时间明显减少。因此,本文采用有限元法分别在时域和频域中建立激光激发 Lamb 波的数值模型,比较分析两种算法的求解过程,进而在频域中计算了粘弹性材料中激光激发的 Lamb 波。

2 理论模型

2.1 平面应变方程

考虑一块均匀横观各向同性的固体平板(厚度为 h) 样品,如图 1 所示。坐标系 (x, y, z) 与样品的中心坐标系重合,其中 y 轴垂直于样品的表面, x 轴和 z 轴分别垂直和平行于材料的纤维方向, x, y, z 方向的位移分别用 u, v, w 来表示。假设脉冲线源激光沿着 z 轴辐照样品表面,样品沿着 x, y 方向的平面对称,考虑平面应变条件($\epsilon_{xz} = \epsilon_{yz} = \epsilon_{zz} = 0$),可得 z 方向的位移及其相应的导数均为 0,激光激发的超

声波沿着平面 $x-y$ 传播,平面 $x-y$ 为各向同性平面,如图 2 所示。时域中二维弹性动力学平衡方程表示为^[17]

$$\begin{cases} C_{11}u_{,xx} + C_{12}v_{,xy} + C_{66}(u_{,yy} + v_{,xy}) = \rho \ddot{u} \\ C_{22}v_{,yy} + C_{12}u_{,xy} + C_{66}(u_{,xy} + v_{,xx}) = \rho \ddot{v} \end{cases} \quad (1)$$

式中下标逗号表示空间偏导,上标点号表示时间偏导, ρ 表示密度, C_{ij} 在(1)式中只能设置为实数,表示材料的弹性劲度参数。说明时域方程只适用于弹性材料,无法计算粘弹性材料的粘性特征。在频域中求解动力学平衡方程能有效地计算粘弹性材料的粘性特征,对时域动力学方程进行傅里叶变换,即可得到二维频域动力学平衡方程

$$\begin{cases} C_{11}^* \tilde{u}_{,xx} + C_{12}^* \tilde{v}_{,xy} + C_{66}^* (\tilde{u}_{,yy} + \tilde{v}_{,xy}) = -\rho \omega^2 \tilde{u} \\ C_{22}^* \tilde{v}_{,yy} + C_{12}^* \tilde{u}_{,xy} + C_{66}^* (\tilde{u}_{,xy} + \tilde{v}_{,xx}) = -\rho \omega^2 \tilde{v} \end{cases} \quad (2)$$

式中 \tilde{u} 和 \tilde{v} 分别表示时域位移变量 u 和 v 的傅里叶变换形式, $\omega = 2\pi f$ 表示角频率,复数 $C_{ij}^* = C'_{ij} + iC''_{ij}$ 表示材料的粘弹性劲度参数,其中实部 C'_{ij} 和虚部 C''_{ij} 分别表示弹性和粘性劲度参数,说明频域动力学方程不仅适用于弹性材料,还适用于粘弹性材料。

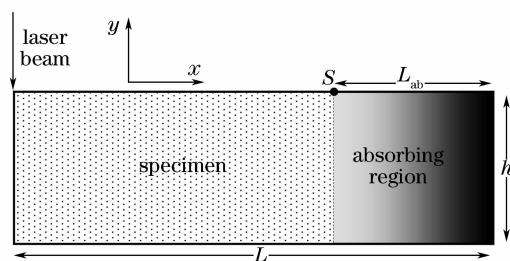


图 2 样品 $x-y$ 平面

Fig. 2 Cross section of the specimen

2.2 有限元方程

在时域中计算激光激发超声波的传播问题,其弹性动力学平衡方程[(1)式]的有限元形式可表示为^[18]

$$d_a \frac{\partial U}{\partial t} - \nabla \cdot (c \nabla U) = 0, \quad (3)$$

式中 ∇, U 分别表示向量微分算符和位移变量矩阵,系数 c 是 2×2 矩阵,矩阵的元素分别表示为

$$\begin{aligned} c_{11} &= \begin{bmatrix} C_{11} & 0 \\ 0 & C_{66} \end{bmatrix}, & c_{12} &= \begin{bmatrix} 0 & C_{12} \\ C_{66} & 0 \end{bmatrix}, \\ c_{21} &= \begin{bmatrix} 0 & C_{66} \\ C_{12} & 0 \end{bmatrix}, & c_{22} &= \begin{bmatrix} C_{66} & 0 \\ 0 & C_{22} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4)$$

系数 d_a 是 2×2 矩阵,表示为

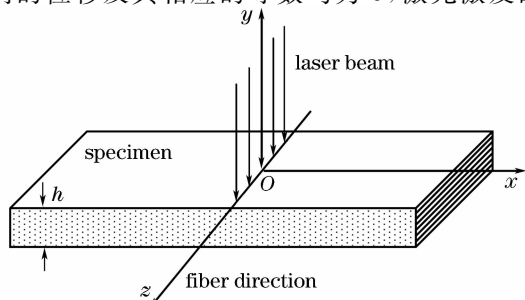


图 1 激光辐照样品示意图

Fig. 1 Schematic diagram of laser irradiating the specimen

$$\mathbf{d}_a = \begin{pmatrix} \rho & 0 \\ 0 & \rho \end{pmatrix}. \quad (5)$$

同理,在频域中计算激光激发超声波的传播问题,其动力学平衡方程[(2)式]的有限元形式可表示为

$$\nabla \cdot (\mathbf{c} \nabla \mathbf{U}) - \mathbf{a} \mathbf{U} = 0, \quad (6)$$

式中矩阵 \mathbf{c} 中的元素分别表示为

$$\mathbf{c}_{11} = \begin{pmatrix} C_{11}^* & 0 \\ 0 & C_{66}^* \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c}_{12} = \begin{pmatrix} 0 & C_{12}^* \\ C_{66}^* & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{c}_{21} = \begin{pmatrix} 0 & C_{66}^* \\ C_{12}^* & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c}_{22} = \begin{pmatrix} C_{66}^* & 0 \\ 0 & C_{22}^* \end{pmatrix}. \quad (7)$$

系数 \mathbf{a} 是 2×2 矩阵,表示为

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -\rho \omega^2 & 0 \\ 0 & -\rho \omega^2 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

边界条件设置为 Neumann 边界,其中激光激发区域的边界控制方程有限元形式表示为

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{c} \nabla \mathbf{U}) = \mathbf{g}, \quad (9)$$

式中 \mathbf{n} 表示边界的外法向方向,系数 \mathbf{g} 表示激光激发源,其他边界设置为自由边界,即无外力约束 $\mathbf{g} = 0$ 。此外,设样品的各质点初始位移为零,无初始速度和加速度。

2.3 吸收区域

在频域中计算超声波的传播问题,为消除边界处反射波的影响,在频域模型中需要设置吸收区域,如图 2 所示。沿吸收区域的起始点 S ,保持材料的弹性劲度参数 C'_{ij} 不变,逐渐增大粘性劲度参数 C''_{ij} ,确保传播过程中超声波在声阻抗上匹配,随着吸收区域逐渐加深,超声波的振幅逐渐减小,直至忽略不计。吸收区域的粘性劲度参数设置为^[19]

$$\text{Im}(C_{ij}^*) = C''_{ij} + A \left[\frac{x - (L - L_{ab})}{L_{ab}} \right]^3 C'_{ij},$$

$$x \in [L - L_{ab}, L] \quad (10)$$

式中 L 为模型的长度, L_{ab} 为吸收区域的长度, A 为超声波反射能量的调节参数,其目的是为确保反射能量低于 0.1% 。

3 典型计算和讨论

3.1 激光和材料的参数

数值模拟材料为碳纤维/环氧树脂复合材料,它具有横观各向同性及线性粘弹性特征,计算中所用的材料参数如表 1 所示^[20],采用材料的密度为 1.82 g/cm^3 。

表 1 碳纤维/环氧树脂复合材料的粘弹性劲度参数

Table 1 Complex viscoelasticity moduli of the carbon fibers/epoxy matrix composite material				GPa
C_{11}^*	C_{22}^*	C_{66}^*	C_{12}^*	
$12 + 0.8i$	C_{11}^*	$3.3 + 0.2i$	$C_{11}^* - 2C_{66}^*$	

脉冲激光作用可以产生谐波^[21,22],其等效力源可表示为^[23]

$$f(t) = \frac{2}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(t - t_0)^2}{2\sigma^2} \omega_c^2 \right] \sin(\omega_c t),$$

$$0 \leq t \leq t_d \quad (11)$$

式中 σ 为激光脉冲宽度的控制参数, t_0 为脉冲的延迟时间, $\omega_c = 2\pi f_c$ 为脉冲的中心圆频率,本文分别取 $\sigma = 1.2$, $t_0 = 5 \mu\text{s}$, $f_c = 0.5 \text{ MHz}$ 。图 3(a)表示脉冲激光等效力源的时域波形,对 $f(t)$ 进行傅里叶变换,即可得到激光激发源的频谱波形 $F(f)$,如图 3(b)所示。

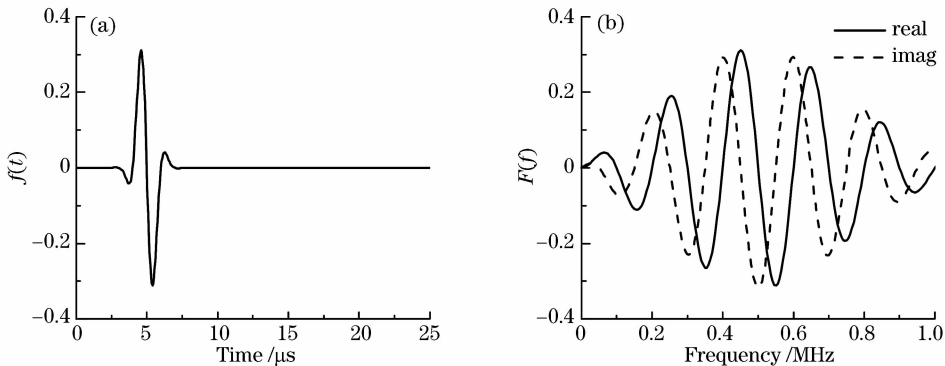


图 3 激发源的时域波形(a)和频谱波形(b)

Fig. 3 Time history of the excitation signal (a) and its frequency spectrum (b)

3.2 数值模型和算法

基于上述理论分别建立有限元时域和频域模型,数值模型的长度 L 和厚度 h 均设置为 30 mm ,

0.1 mm ,激光激发源的位置位于 $x = 0$ 处。其中有限元频域模型的吸收区域设置在右端,起始点 S 位于 $x = 20 \text{ mm}$ 处,长度 L_{ab} 设置为 10 mm ,调节参数

$A=50$,如图 2 所示。

有限元模型是否合理的关键在于合理地确定步长和网格大小。这两者直接影响计算的准确性、稳定性以及计算效率。有限元时域和频域模型的网格设置相同,选取自由网格,为满足计算中激光激发超声波的能量在两个连续节点之间传递,网格大小 L_e 可设置为^[24]

$$L_e \leq \frac{1}{10} \frac{C}{f_{\max}}, \quad (12)$$

式中 C 为样品中的纵波波速, f_{\max} 为样品中激光激发的超声波的最高频率。时域模型的迭代时间步长 Δ_t 可选取为^[24]

$$\Delta_t \leq \frac{L_e}{C\sqrt{3}}. \quad (13)$$

根据上述选择标准,在保证计算准确和稳定的前提下,迭代时间步长 Δ_t 和网格大小 L_e 分别设置为 10 ns 和 50 μm 。此外,激光激发源的频谱范围为 $0 \leq f \leq 1$ MHz,如图 3(b)所示。频域模型的频率步长 Δ_f 设置为 0.005 MHz,将激光激发源的频谱分成 200 等份,从而确保数值模型的计算过程具有较高的效率。

有限元时域模型的激发源 g 选取时间 t 相关的脉冲激光 $f(t)$,如图 3(a)所示,计算方法采用直接积分法,按时间步长 Δ_t 将求解时间域 $0 \leq t \leq t_a$ 划分为若干个时间分量 t_i ,将 t_i 逐步代入(3),(9)式中进行计算,即可直接得到对应的时域位移波形。

有限元频域模型的激光激发源 g 为频率 f 相关的脉冲激光频谱 $F(f)$,如图 3(b)所示,计算方法

采用参数求解法,频率 f 为求解参数,逐一将 200 个频率分量 f_i 代入(6),(9)式中进行静态分析运算,即可得到频域中的计算结果。频域中计算结果可以提供模型的任意节点的位移频谱的波形,其中包含 200 组频率分量 f_i 及其对应的位移频谱分量数据,对位移频谱进行快速傅里叶逆变换(IFFT)数据处理,即可得到对应的时域位移波形。

3.3 数值结果和讨论

图 4 显示 x 方向上距离激光作用中心为 5 mm 的位移波形,实线表示有限元时域解的波形,虚线表示有限元频域解的傅里叶逆变换解的波形。数值模拟材料为弹性材料,即计算中忽略碳纤维/环氧树脂复合材料的粘性特征,令所有的 $C''_{ij}=0$,仅把表 1 中的实数作为材料的输入参数,将其视作纯弹性材料(频域模型的吸收区域除外)。从图中可以看出,在厚度为 0.1 mm 的弹性平板中,激光激发的位移波形图是典型的 Lamb 波形图,主要由低频的对称模 S_0 模和反对称模 A_0 模组成。首先到达观测点的是弱色散的对称模 S_0 模,紧后跟随的是色散的反对称模 A_0 模。横向位移中 S_0 模的振幅大于 A_0 模,而垂直位移中 S_0 模的振幅远远小于 A_0 模。比较两种不同类型的数值模型计算所得的瞬态位移波形可以看出,无论是波形的特征,还是不同模式波的到达时间及位移幅值都吻合得很好,这充分说明有限元频域算法的正确性。此外,与有限元时域模型相比,频域模型采用的计算方法是参数求解法,只需进行 200 次静态分析运算,减少了大量的反复迭代次数,所需的计算内存和时间明显减少。

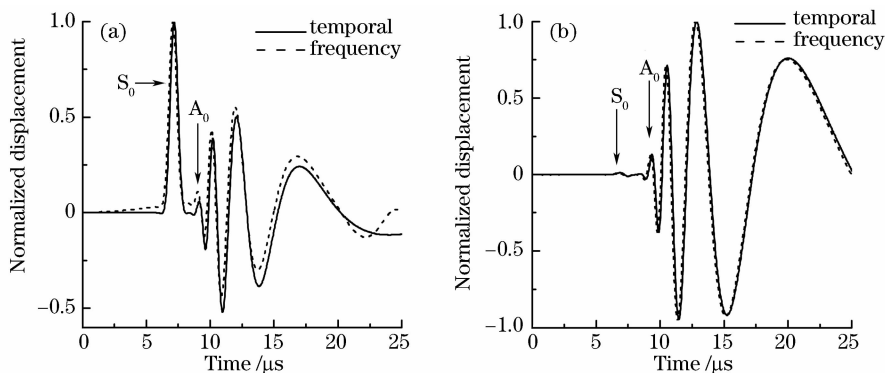


图 4 弹性平板表面位移波形的时域解和频域的傅里叶逆变换解。(a) 横向位移;(b) 垂直位移

Fig. 4 Transverse displacement (a) and vertical displacement (b) waveforms in the elastic plate using temporal solution and frequency solution with IFFT

图 5 给出厚度为 0.1 mm 的弹性平板中平面 $x-y$ 的 Lamb 波相速度色散曲线,从图中可以看出,在频率范围 $0 \leq f \leq 1$ MHz 中,只有低频的对称模 S_0

模和反对称模 A_0 模,且对称模 S_0 模是弱色散的,反对称模 A_0 模是色散的,这与图 4 中 Lamb 波瞬态波形的特征一致。

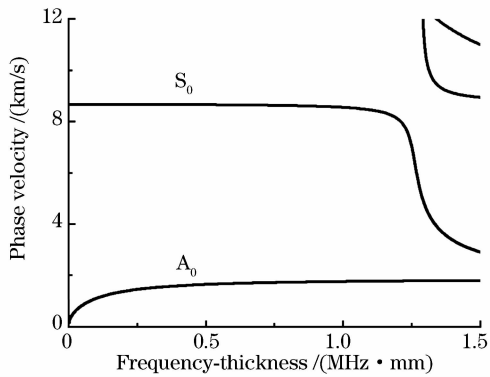


图5 碳纤维/环氧树脂弹性平板中平面 $x-y$ 的色散曲线
Fig. 5 Dispersion curves for plane $x-y$ in carbon-epoxy elastic plate

为了分析粘弹性材料的粘性特征对 Lamb 波传播特征的影响,分别建立两个不同有限元频域模型进行模拟研究。第一个模型是忽略碳纤维/环氧树脂复合材料的粘性特征,令 $C''_{ij}=0$,仅把表 1 中的实数作为材料的输入参数(吸收区域除外),将其视作纯弹性材料;第二个模型是考虑碳纤维/环氧树脂复

合平板的粘性特征,将表 1 中的粘弹性劲度参数作为材料的输入参数,其他数值条件相同。图 6 显示 x 方向上距离激光作用中心为 5 mm 有限元频域解的傅里叶逆变换解位移波形,实线表示粘弹性材料中的波形,虚线表示弹性材料中的波形。粘弹性瞬态波形与弹性瞬态波形的轮廓类似,能清晰地分辨出不同模式波的传播特征。两者的对称模 S_0 模和反对称模 A_0 模的传播速度相等,这表明材料的粘性特征对 Lamb 波的传播速度没有影响。比较相同观测点的粘弹性和弹性瞬态波形可以看出,弹性瞬态波形的振幅大于粘弹性瞬态波形的振幅,粘弹性 Lamb 波的振幅发生明显的衰减;此外,从图 6(a)还可以看出,粘弹性 Lamb 波中 A_0 模的振幅衰减幅度大于 S_0 模的振幅衰减幅度,该现象的物理原因是材料的粘性特征引起 Lamb 波的能量耗散,从而表现为波形的振幅衰减,且不同模式波的衰减(因子)不同。因此,在计算粘弹性材料中超声波的传播问题,不可忽略材料的粘性特征。

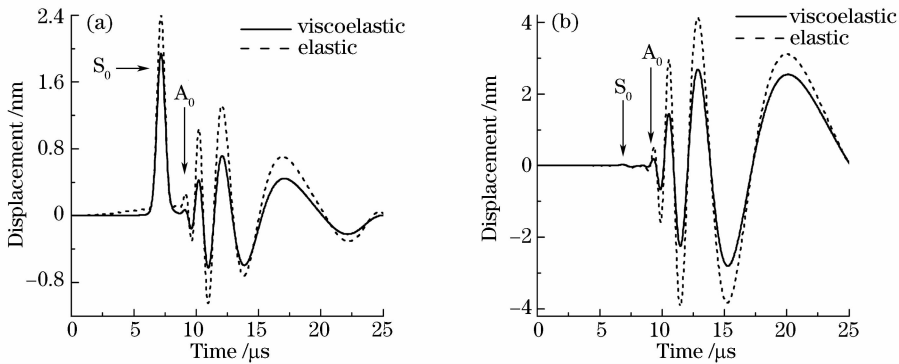


图6 弹性平板和粘弹性平板表面位移波形的频域傅里叶逆变换解。(a) 横向位移;(b) 垂直位移
Fig. 6 Transverse displacement (a) and vertical displacement (b) waveforms in the elastic plate and viscoelastic plate, using frequency solution with IFFT

4 结 论

采用有限元法分别在时域和频域中建立激光激发 Lamb 波的数值模型,比较两种算法的求解过程,进而在频域中计算了激光激发粘弹性 Lamb 波的传播问题。结果表明,脉冲激光在薄板表面激发产生 Lamb 波,主要由低频的弱色散的对称模 S_0 模和色散的反对称模 A_0 模组成。此外,有限元频域模型能有效地处理粘弹性材料中超声波的传播问题,材料的粘性特征会引起 Lamb 波的能量耗散,从而表现为波形的振幅衰减,且不同模式波的衰减(因子)不同。

参 考 文 献

- Zhang Shuyi. Laser ultrasound and nondestructive evaluation in materials [J]. *Applied Acoustics*, 1992, **11**(4):1~6
张淑仪. 激光超声与材料无损评价[J]. *应用声学*, 1992, **11**(4):1~6
- C. B. Scruby, L. E. Drain. *Laser Ultrasonics: Techniques and Applications* [M]. New York: Adam Hilger, 1990
- J. C. Cheng, S. Y. Zhang. Quantitative theory for laser generated Lamb waves in orthotropic thin plates [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1999, **74**(14):2087~2089
- Shen Zhonghua, Xu Baiqiang, Ni Xiaowu *et al.*. Numerical simulation of pulsed laser induced ultrasound in monolayer and double layer materials [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(10): 1275~1280
沈中华, 许伯强, 倪晓武 等. 单层和双层材料中的脉冲激光超声数值模拟[J]. *中国激光*, 2004, **31**(10):1275~1280

- 5 Yuan Ling, Ren Xudong, Yan Gang *et al.*. Experimental study of laser-generated surface acoustic waves in laser shock hardening metals [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(1):120~124
袁玲,任旭东,严刚等.激光冲击硬化层中激光声表面波
的实验研究[J].中国激光,2008,**35**(1):120~124
- 6 R. J. Dewhurst, C. Edwards, A. D. W. McKie *et al.*. Estimation of thickness of thin metal sheet using laser generated ultrasound [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1987, **51**(14):1066~1068
- 7 J. B. Spicer, A. D. W. McKie, J. W. Wagner. Quantitative theory for ultrasonic waves in a thin plate [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1990, **57**(18):1882~1884
- 8 Ni Xiaowu, Chen Xiao, Xu Baiqiang *et al.*. Study of laser-generated transient Lamb wave by experiment and numerical simulation [J]. *Journal of Nanjing University of Science and Technology*, 2003, **27**(5):588~594
倪晓武,陈笑,许伯强等.激光激发瞬态 Lamb 波的实验检测
与数值模拟[J].南京理工大学学报,2003,**27**(5):588~594
- 9 B. Q. Xu, J. Feng, G. D. Xu *et al.*. Laser-generated thermoelastic acoustic sources and Lamb waves in anisotropic plates [J]. *Appl. Phys. A: Mater. Sci. Process.*, 2008, **91**:173~179
- 10 Han Qingbang, Qian Menglu. Analysis of laser-generated viscoelastic Rayleigh wave on viscoelastic materials [J]. *Acta Acustica*, 2007, **32**(4):338~342
韩庆邦,钱梦驩.激光激发粘弹表面波特性分析[J].声学学报,
2007,**32**(4):338~342
- 11 Liu Jie, Sun Sheng, Guan Yanjin. Numerical and experimental study on the laser micro-bending process [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(2):276~280
刘杰,孙胜,管延锦.微尺度激光弯曲成形数值模拟与实验
研究[J].中国激光,2008,**35**(2):276~280
- 12 Ding Haifeng, Huang Meizhen, Tong Yaxing *et al.*. Research on opto-thermal response of human skin irradiating by CW and pulsed laser based on FEM simulation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(10):1983~1988
丁海峰,黄梅珍,童雅星等.激光辐照下皮肤组织光热响应有
限元分析[J].光学学报,2008,**28**(10):1983~1988
- 13 Xu Baiqiang, Ni Xiaowu, Shen Zhonghua *et al.*. Numerical simulation of laser-generated ultrasound by finite element method in the plate material [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(5):621~625
许伯强,倪晓武,沈中华等.激光激发板状材料中超声导波的
有限元数值模拟[J].中国激光,2004,**31**(5):621~625
- 14 He Yuejuan, Zhu Rihong, Shen Zhonghua *et al.*. Analysis of laser-induced surface Rayleigh wave's polarity in hollow cylinders by finite element method [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(6):765~769
何跃娟,朱日宏,沈中华等.圆管中激光激发表面瑞利波极性
的有限元分析[J].中国激光,2006,**33**(6):765~769
- 15 Wang Jijun, Shen Zhonghua, Xu Baiqiang *et al.*. Analysis on precursor in laser ultrasonics in metal and non-metallic materials [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(8):1127~1132
王纪俊,沈中华,许伯强等.金属和非金属材料中激光超声前
驱小波分析[J].中国激光,2006,**33**(8):1127~1132
- 16 Zhao Yan, Shen Zhonghua, Lu Jian *et al.*. Simulation of laser inducing cylindrical Rayleigh waves on isotropic cylinders by finite element method [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(8):1062~1065
赵艳,沈中华,陆建等.激光在圆柱表面激发柱面瑞利波
的有限元模拟[J].中国激光,2006,**33**(8):1062~1065
- 17 S. H. Rhee, J. K. Lee, J. J. Lee. The group velocity variation of Lamb wave in fiber reinforced composite plate [J]. *Ultrasonics*, 2007, **47**:55~63
- 18 COMSOL Multiphysics User's Guide, Version 3.4 [DB/OL]. <http://www.comsol.com/>
- 19 B. Hosten, M. Castaings. Finite elements methods for modeling the guided waves propagation in structures with weak interfaces [J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2005, **117**(3):1108~1113
- 20 B. Hosten, M. Castaings. FE modeling of Lamb mode diffraction by defects in anisotropic viscoelastic plates [J]. *NDT&E International*, 2006, **39**:195~204
- 21 Y. Matsuda, C. J. K. Richardson, J. B. Spicer. Spectral compression of ultrafast acoustic transients in thin films for enhanced detectability [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2001, **79**(14):2288~2290
- 22 C. M. Hernandez, T. W. Murray, S. Krishnaswamy. Photoacoustic characterization of the mechanical properties of thin films [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2002, **80**(4):691~693
- 23 O. M. Mukdadi, S. K. Datta. Transient ultrasonic guided waves in bi-layered anisotropic plates with rectangular cross section [J]. *Rev. Prog. Quant. Nondestr. Eval.*, 2004, **23**:238~245
- 24 F. Schubert, B. Koehler, A. Peiffer. Time domain modeling of axisymmetric wave propagation in isotropic elastic media with CEFIT-cylindrical elastodynamic finite integration technique [J]. *J. Comput. Acoust.*, 2001, **9**(3):1127~1146