

文章编号: 0258-7025(2010)02-0531-06

# 高精度单幅闭合条纹干涉图相位重构技术

刘 东 杨甬英 田 超 骆永洁 卓永模

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

**摘要** 在干涉检测中,常用各种调制手段将被测信息加载到干涉图中,通过对检测得到的条纹图样进行分析,便可以得到被测信息。如果实验条件不允许施加任何调制手段,探测器检测得到的将很有可能是具有闭合条纹的单幅干涉图。正则化相位跟随(RPT)技术可以对单幅闭合干涉图进行相位重构,但其最主要的问题是精度过低。从最小二乘法角度出发,在经典 RPT 技术基础上,利用黄金分割(GS)算法对干涉图相位进行二次逼近,实现了对单幅闭合干涉图的高精度相位重构。计算机仿真结果表明该算法在保持了经典 RPT 算法各项优点的同时能够有效提高相位重构精度。对实际干涉图进行处理的结果与 ZYGO GPI 干涉仪进行了对比,结果较吻合,平均峰-谷(PV)值精度优于  $\lambda/20$ 。

**关键词** 测量;干涉图;闭合条纹;相位重构;黄金分割

**中图分类号** TH744.3 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL20103702.0531

## Study on Phase Retrieval from Single Close Fringe Pattern with High Precision

Liu Dong Yang Yongying Tian Chao Luo Yongjie Zhuo Yongmo

(State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

**Abstract** Different modulation methods can be adopted in interferometry and the desired information can be obtained with the interferograms. But sometimes the very nature of the experimental setup does not allow us to introduce any modulation method. Then we are forced to demodulate the interferograms with close fringes. Regularized phase-tracking (RPT) method can demodulate close fringes but with low precision. This paper presents a novel algorithm, called RPT approached & golden section algorithm (RPT&GS), to demodulate close fringes based on the RPT method. Starting from the result of classical RPT, we use the golden section algorithm to search for the accurate phase of single close fringe. Computer simulation shows the RPT&GS contains all the advantages of RPT besides high demodulation precision. Comparison experiments show good agreement with ZYGO GPI interferometer on real close fringes, and the average peak-valley (PV) value accuracy is better than  $\lambda/20$ .

**Key words** measurement; interferogram; close fringe; phase retrieval; golden section

### 1 引 言

由于干涉仪速度快、精度高,并且可以检测多种物理量与几何量,如角度、深度、压力、变形等,其在光学测试中具有广泛的应用<sup>[1]</sup>。在实际中,通常都需要通过一定的调制手段,如移相干涉法<sup>[2]</sup>、载波干涉法(线性载波<sup>[3,4]</sup>和环形载波<sup>[2]</sup>)等将被测信息加载到干涉条纹图中。当干涉条纹图被探测器记录后,通过分析得到的干涉条纹就可以得到被测信息。

移相干涉法可以获得目前所知的最高精度的检测,但由于其需要采集多幅彼此之间具有一定相位差的干涉图,容易受到外界环境如机械振动、空气扰动等的影响,不适合现场实时检测。载波干涉法仅需一幅干涉图并且对噪声有较好的抑制作用,应用也非常广。然而,由于载波法需要在两干涉波前之间加入一倾斜或离焦,当被测波前畸变较大时,需要引入的倾斜或离焦将非常大,会对系统引入较大像差,从

收稿日期:2009-03-06; 收到修改稿日期:2009-05-18

基金项目:国家重大科技专项经费和浙江大学现代光学仪器国家重点实验室重点课题(MOIJ08001)资助项目。

作者简介:刘 东(1982—),男,博士研究生,主要从事光学非球面检测方面的研究。E-mail:nanotesting@gmail.com

导师简介:杨甬英(1954—),女,教授,博士生导师,主要从事光学精密检测方面的研究。E-mail:chuyyy@hznc.com

而影响了检测精度。并且,对于环形载波干涉图,目前尚没有较好方法可以对其中心区域给出良好解调<sup>[2]</sup>。当外界条件或检测对象不允许使用时间或空间调制方式时,就需要对原始的没有调制的干涉图进行处理。由于没有任何调制,待处理的干涉图往往只有一幅,且很可能具有闭合条纹,传统的干涉图解调方法此时都将失去作用。

Kreis 等<sup>[5~8]</sup>在自动解调闭合条纹干涉图方面均有较深入的研究,并提出了多种解调方法。在这些方法中, Servin 等<sup>[8]</sup>提出的二维正则化相位跟随(RPT)技术是一种简单而非常有效的方法。该算法具有无相位跳变、无边缘扭曲、抗噪能力强并可解调任意单幅干涉图等优点,当然同时也存在一些问题。后期的研究对 RPT 算法做了诸多改进<sup>[2,9]</sup>,一定程度上提高了 RPT 算法的性能。但是 RPT 算法的总体精度一直不高,对于任意波面,在满足采样定律的前提下,一般极限精度仅在  $\lambda/20$  左右,并不能满足高精度检测的要求。

在对各种闭合条纹解调方法,特别是 RPT 算法进行仔细研究的基础上,本文结合最小二乘法思想,提出了在经典 RPT 算法基础上对目标相位进行二次搜索的算法,大大提高了闭合条纹干涉图的解调精度。该算法以经典 RPT 技术对真实相位做初步逼近,再通过构造新的优化函数,以黄金分割法来搜索相位的真实值,故称为 RPT 逼近黄金分割(RPT&GS)算法。计算机仿真结果表明,该方法的相位重构精度峰谷值(PV)在  $\lambda/1000$  以上并具有很好的重复性。对实际干涉图进行处理的结果与 ZYGO GPI 干涉仪进行了对比,结果较吻合,平均精度优于  $\lambda/20$ 。

## 2 单幅闭合条纹图相位解调问题

一般来说,如果检测环境相对稳定,大气扰动和机械振动较小,移相干涉测量技术是干涉检测的首选。但是如果上述条件不能得到满足,而允许干涉仪两光路之间引入较大的倾角,则可以采用线性载波方式获取一幅干涉图来处理。如果不能对干涉仪两光路间引入倾斜,则可尝试在两光路之间引入较大离焦,通过环形载波方式获取一幅干涉图来处理。但是,如果上述条件都不允许,就需要尝试对一个没有任何调制的干涉图进行了。

### 2.1 闭合干涉图解调难点

之所以要对被测波前进行调制,是因为波前相位在没有经过任何调制时产生的干涉图难于解调。

由于很多波前的余弦函数是相同的,所以对同一干涉图解调出来的波前相位可能并不唯一。例如,下面的 4 个相位可以产生相同的干涉条纹

$$\begin{cases} \phi_a(x, y) = \phi(x, y), \\ \phi_b(x, y) = -\phi(x, y), \\ \phi_c(x, y) = |\omega[\phi(x, y)]|, \\ \phi_d(x, y) = \begin{cases} \phi(x, y), & x \leq 0 \\ -\phi(x, y), & x > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

式中  $\omega(\cdot)$  为包裹(“ $2\pi$  跳变”)操作。

由于

$$\cos[\phi_a(x, y)] = \cos[\phi_b(x, y)] = \cos[\phi_c(x, y)] = \cos[\phi_d(x, y)], \quad (2)$$

于是,(1)式中 4 个不同的相位将产生相同的干涉图。

实际解调中如果希望得到的相位是  $\phi_a$ ,但可能得到的却是  $\phi_b$ ,  $\phi_c$  或  $\phi_d$ 。虽然此时可以通过简单的反向、解包裹或右边边局部反向的方法而得到相位  $\phi_a$ ,但这都需要施加人工干预,难以实现干涉图的自动解调。另外,如果解调出来的错误相位更复杂,将不能通过简单处理来得到正确相位。所以,寻求一种算法可以完全自动地得到如  $\phi_a$  一样正确的相位是非常必要的。当然,需要注意的是,仅从一幅干涉图是无法判断被测相位是  $\phi_a$  还是其反向相位  $\phi_b$  的,对两相位的取舍仍需要通过其他先验知识。实际上,傅里叶变换条纹解调技术中,正一级与负一级频谱重构出来的波面也是反向关系,在进行滤波时,具体滤出哪个也是需要通过某些先验知识或实验来决定的<sup>[10]</sup>。

通过分析发现,如果某种算法能够从单幅干涉图完全自动地得到(2)式中的  $\phi_a$  或  $\phi_b$ ,则其必须满足一定条件,即:

1) 重构的相位所产生的干涉图要与原始干涉图保持一致;

2) 重构的相位需要足够光滑。

换句话说,相位  $\phi_a$  或  $\phi_b$  的重构过程就是寻求一个能满足上述两个约束条件的相位的过程。

### 2.2 二维正则化相位跟随技术

通常,一幅闭合条纹干涉图可以表示为

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\phi(x, y)], \quad (3)$$

式中  $a(x, y)$  为干涉图背景,  $b(x, y)$  为干涉图的调制,  $\phi(x, y)$  为干涉图中待重构的相位。对(3)式进行一定的预处理(即正则化<sup>[11]</sup>等),去除背景  $a(x, y)$  并将调制项  $b(x, y)$  化为 1,则可以得到

$$I'(x, y) \approx \cos[\phi(x, y)], \quad (4)$$

这样重构相位的问题将转变为从正则化的  $I'(x, y)$  中重构  $\phi(x, y)$  的问题。根据文献[8]的研究,对相位  $\phi(x, y)$  的重构可以通过一个优化过程来实现。

如果干涉图中某点的很小[如  $(2i+1) \times (2i+1)$ ,  $i$  为当前像素编号]邻域中的相位可以认为是被线性调制的,即

$$\phi(x, y) = \phi_0 + \omega_x(x - x_i) + \omega_y(y - y_i), \quad (5)$$

则可以取优化函数为

$$U_T = \sum_{(x, y) \in L} U_{x, y}(\phi_0, \omega_x, \omega_y), \quad (6)$$

式中

$$U_{x, y}(\phi_0, \omega_x, \omega_y) = \sum_{(\epsilon, \eta) \in (N_{x, y} \cap L)} \{I'(\epsilon, \eta) - \cos[\phi_\epsilon(x, y, \epsilon, \eta)]\}^2 + \beta[\phi_0(\epsilon, \eta) - \phi_\epsilon(x, y, \epsilon, \eta)]^2 m(\epsilon, \eta), \quad (7)$$

$$\phi_\epsilon(x, y, \epsilon, \eta) = \phi_0(x, y) + \omega_x(x, y)(x - \epsilon) + \omega_y(x, y)(y - \eta), \quad (8)$$

$L$  为干涉图孔径;  $N_{x, y}$  为待求相位点  $(x, y)$  的某一邻域(如  $3 \text{ pixel} \times 3 \text{ pixel}$  或  $5 \text{ pixel} \times 5 \text{ pixel}$ );  $m(\cdot)$  是一个解调标志,如果点  $(x, y)$  已经被解调,  $m(x, y) = 1$ , 否则  $m(x, y) = 0$ ;  $\omega_x$  和  $\omega_y$  分别是沿  $x$  轴和  $y$  轴的局部频率。另外,  $\beta$  为控制重构相位光滑度的参数。

这样,只要找到向量解  $\mathbf{p}(x, y) = [\phi_0(x, y), \omega_x(x, y), \omega_y(x, y)]$  使得上述优化函数  $U_{x, y}(\phi_0, \omega_x, \omega_y)$  取得极小值,就可以得到点  $(x, y)$  处的真实相位了。

$$\mathbf{p}^{k+1} = \mathbf{p}^k - \tau \frac{\partial U'_{x, y}}{\partial \mathbf{p}}, \quad (9)$$

式中  $k$  为迭代次数,初始状态为  $\mathbf{p}^0 = [\phi_0^0, \omega_x^0, \omega_y^0] = [0, 0, 0]$ 。可以通过梯度迭代公式(9)得到使优化函数达到极小值的解  $\mathbf{p}$ 。

当相位面参数的最优值找到后,就得到了点  $(x_i, y_i)$  处的相位  $\phi_0$  以及空间频率  $\omega_x$  和  $\omega_y$ 。现在,向下移动一个像素,重复应用上述过程就可以重构整个干涉图上的相位,而以这种迭代过程求取干涉图相位的方法即为正则化相位跟随技术。

上述 RPT 算法可以解调任意单幅干涉图,并且具有无相位跳变、边缘扭曲和抗噪能力强等诸多优点,但同时也存在诸多问题,如无法对多峰多谷的相位进行正确判向、解调结果依赖于扫描路径、邻域  $N_{x, y}$  需要依据经验确定等。

后期的研究对 RPT 算法做了诸多改进,如在扫描路径的选择、邻域  $N_{x, y}$  的自适应确定等方面,这

些方法一定程度上提高了 RPT 算法的性能,但是 RPT 算法的总体精度一直不高。对于任意波面,在满足采样定律的前提下,一般极限精度仅在  $\lambda/20$  左右,并不能满足高精度检测的要求。

### 3 精度提高算法原理及计算机仿真

观察(6)~(8)式定义的优化函数  $U_T$  可以发现,由于经典 RPT 算法中采用点  $(x, y)$  某一邻域  $N_{x, y}$  中其他点的相位信息对其进行约束,故  $U_T$  取极小值时,也很难得到该点相位的真实值。而从最小二乘意义出发,如果点  $(x, y)$  的解调相位  $\phi_0(x, y)$  等于其理论相位,则  $\{I'(x, y) - \cos[\phi_0(x, y)]\}^2$  趋近于 0。所以,可以构造另一优化函数  $U_N$ , 即

$$U_N = \{I'(x, y) - \cos[\phi_0(x, y)]\}^2, \quad (10)$$

则如果优化函数  $U_N$  能取其极小值,那么便可以得到该点的真实相位。

图 1(a)给出了解调某点时优化函数  $U_T$  和  $U_N$  的取值。为了便于观察,将图 1(a)中  $U_T$  极小值附近放大并示于图 1(b)。从图 1 可以发现,  $U_T$  极小值与该点相位真实值之间存在差异,说明经典 RPT 算法原理上即存在一定误差,这也是经典 RPT 算法相位解调精度一直不高的原因。同时,虽然优化函数  $U_N$  可以取到相位真实值,但由于其为多模函数,无法直接定位相位的真实值区间并进行搜索。针对上述矛盾,提出以经典 RPT 技术对干涉图相位做初步逼近,以 RPT 技术输出的相位  $\phi_T$  为起始值,在  $(\phi_T - \Delta, \phi_T + \Delta)$  区域内搜索使  $U_N$  达到极小值的相位,从而得到真实相位。在  $(\phi_T - \Delta, \phi_T + \Delta)$  区域内搜索非线性函数  $U_T$  的极小值时可以采用快速高效的黄金分割算法<sup>[12]</sup>。

图 2 为优化函数  $U_N$  随相位及强度变化分布图,可见  $U_N$  是一多极值点函数。当点  $(x, y)$  的强度  $I'$  的绝对值小于某一阈值  $I_{\text{thresh}}$  (如 0.9) 时,两个极小值点  $\phi'$  和  $\phi''$  (图 1(b) 中  $A'$  点及  $A''$  点所示) 分开比较远,直接利用 RPT 得到的近似结果作为初值,采用黄金分割算法可以较容易地搜索到其精确相位值。但当点  $(x, y)$  的强度  $I'$  的绝对值接近于 1 时,两个极小值点  $\phi'$  和  $\phi''$  将会十分接近,仅仅利用上述方法也很难确定点  $(x, y)$  的真实相位。并且可以证明,  $U_N$  的这两个解  $\phi'$  和  $\phi''$  的关系为  $\phi' + \phi'' = 2k\pi$  ( $k$  为整数)。由于认为在任意小邻域内,干涉图相位是平滑的,所以可以利用平滑算子来区分  $\phi'$  和  $\phi''$

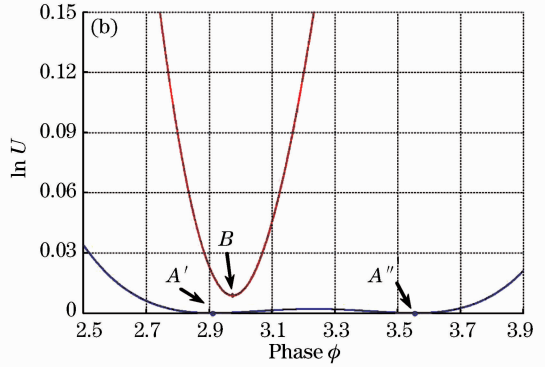
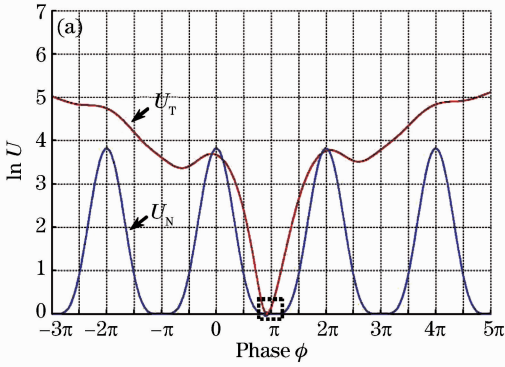


图1 解调某点时优化函数在 $(-3\pi\sim 5\pi)$ 范围内 $U_T$ 和 $U_N$ 的取值(a)和 $U_T$ 极小值附近的局部放大图(b)

Fig. 1 Performance of the cost function of RPT  $U_T$  and the new cost function  $U_N$  when the estimated phase is within  $(-3\pi\sim 5\pi)$  (a) and detail view of the area around the minimum of  $U_T$  (b)

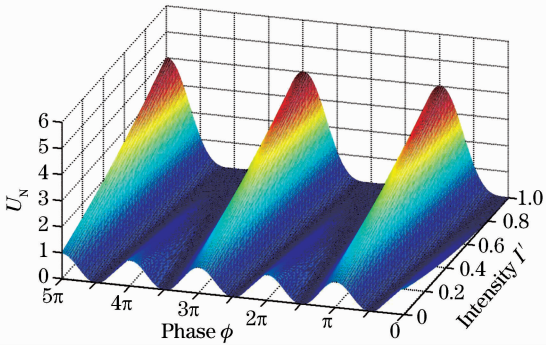


图2 优化函数 $U_N$ 随相位及强度变化分布图

Fig. 2 Performance of the cost function  $U_N$  versus phase and intensity

$$V[\omega(x)] = \begin{cases} [\omega(x) - 2\omega(x-1) + \omega(x-2)]^2, & \text{scan right} \\ [\omega(x) - 2\omega(x+1) + \omega(x+2)]^2, & \text{scan left} \end{cases} \quad (11)$$

式中 $\omega(x) = \phi(x, y) - \phi(x, y-1)$ 为点 $(x, y)$ 的 $y$ 向频率。使 $V[\omega(x)]$ 取极小值的相位便是待求取的精确相位。

综上所述,解调任意单幅闭合干涉图的基本过程可以表述为:

- 1) 对干涉图进行预处理(如去噪、正则化等),得到 $I' \approx \cos \phi$ ;
- 2) 利用经典 RPT 算法进行相位解调,结果为 $\phi_T$ ;
- 3) 以 $\phi_T$ 为初始值,构造优化函数 $U_N = \{I'(x, y) - \cos[\phi_0(x, y)]\}^2$ ,利用黄金分割搜索算法得到精确相位;
- 4) 若某点 $(x, y)$ 的强度 $I' > I_{\text{thresh}}$ ,则再利用光滑算子 $V[\omega(x)]$ 对可能出现的二义相位进行取舍;否则返回。

经过上述过程,就可以对单幅闭合干涉图实现高精度的相位解调。由于利用经典 RPT 技术对干涉图相位进行初步逼近,以其输出的解调结果为初值,构造新的约束函数,利用黄金分割搜索算法求取精确相位,所以上述提出的单幅闭合干涉图相位解调技术称为 RPT 逼近黄金分割搜索法。该方法充分利用余弦函数的基本性质而不需要领域点的约束,从原理上克服了单纯 RPT 算法无法搜索到精确相位解的局限性,使得 RPT 技术可以应用到实际的高精度检测中去。图 3 给出了经典 RPT 算法优化函数与利用本文提出的 RPT&GS 算法对同一干涉图进行解调的结果对比,其中(a)为模拟的原始相位,(b)为该相位产生的干涉图(已进行了预处理),(c)为经典 RPT 算法重构的相位,(d)为 RPT&GS 算法重构的波面,(e)和(f)分别为上述两种方法的重构误差。可以看到虽然经典 RPT 算法可以完好重构出原始相位,但精度不高;利用 RPT&GS 算法可以提高经典 RPT 算法的波面重构精度。

由于经典 RPT 算法原理上即存在一定误差,导致其本身很难实现高精度相位解调。以经典 RPT 算法解调结果为基础,从最小二乘角度出发,利用黄金分割算法可以实现单幅闭合干涉图的高精度相位解调。大量仿真实验证明,该方法稳定可靠,对于绝大多数波面,误差峰-谷值均优于 $\lambda/1000$ ,并且具有很好的重复性。

#### 4 实际闭合条纹干涉图相位重构实验

为了验证 RPT&GS 算法的正确性及精度,特进行了与 ZYGO GPI 移相干涉仪( $\lambda=633 \text{ nm}$ )的对比实验。实验中,在 ZYGO 干涉仪中产生一个具有较大倾斜和离焦的波面,通过 RPT&GS 算法处理

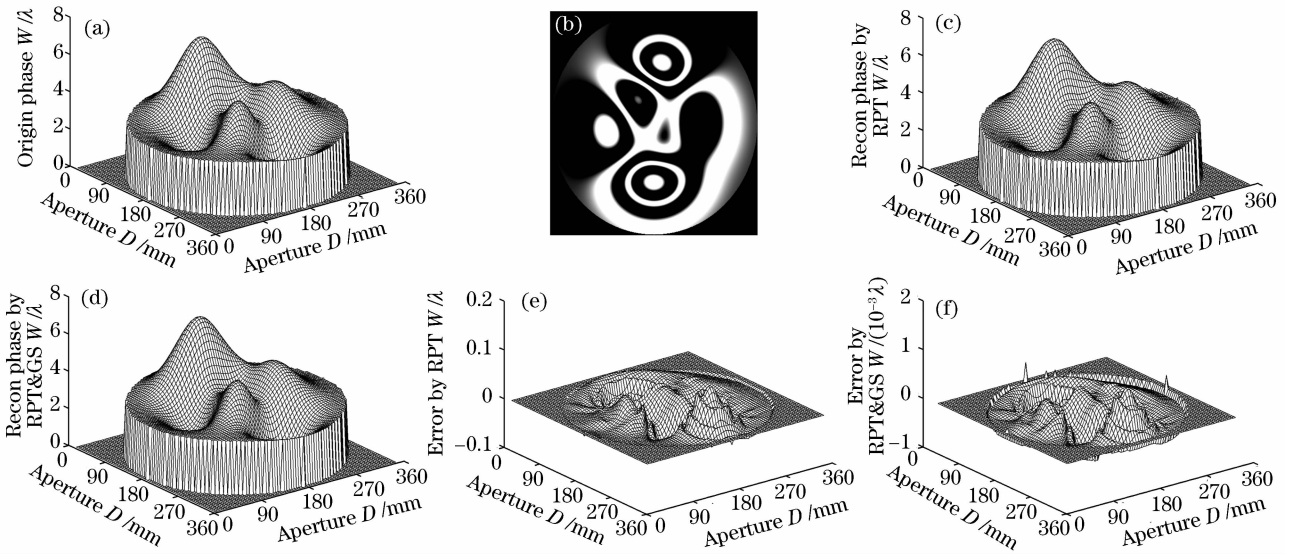


图 3 经典 RPT 算法与 RPT&GS 算法对同一干涉图进行解调的结果对比

Fig. 3 Comparison between the classical RPT algorithm and the RPT&GS algorithm to demodulate the same interferogram

得到的具有闭合条纹的干涉图,并将处理结果与 ZYGO 干涉仪的检测结果进行对比。对同一波前进行了 10 次测量及相位重构对比实验,实验数值结果如图 4 所示,其中圆圈为 ZYGO 干涉仪检测时 MetroPro 软件的输出结果,其均值为  $15.916\lambda$ ;方块为利用 RPT&GS 算法处理的检测结束后的干涉图,其均值为  $15.8727\lambda$ 。其中一次的实验图像结果如图 5~7 所示,其中图 5 为被测波面在 ZYGO 干涉仪中形成的一幅具有闭合条纹的干涉图(图中圆环表示取干涉图的 95% 为有效口径),图 6 为 ZYGO 干涉仪的检测结果。由于条纹信噪比尚好,在应用 RPT&GS 算法的相位重构过程中,约束邻域取  $3 \times 3$  区域,解调出的相位如图 7 所示。可以看到,解调出的相位峰谷值与 ZYGO 干涉仪的检测结果较吻合,RPT&GS 算法的处理结果与 ZYGO 干涉仪的输出结果均值 PV 值误差优于  $\lambda/20$ ,说明 RPT&GS

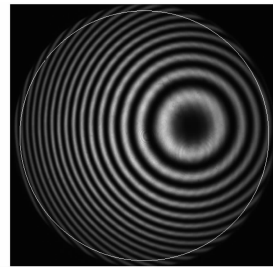


图 5 被测相位在 ZYGO 干涉仪中形成的一幅具有闭合条纹的干涉图  
Fig. 5 Interferogram with closed fringes obtained in ZYGO interferometer

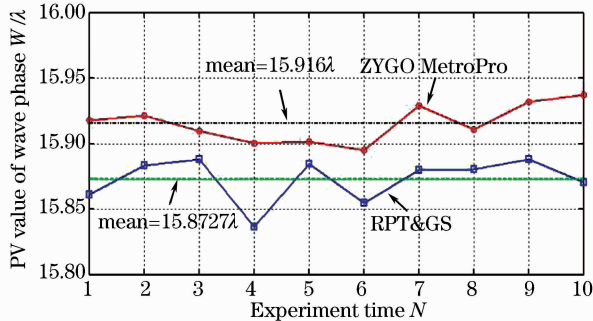


图 4 RPT&GS 算法与 ZYGO 干涉仪的对比实验  
Fig. 4 Comparison experiments between RPT&GS algorithm and ZYGO interferometer

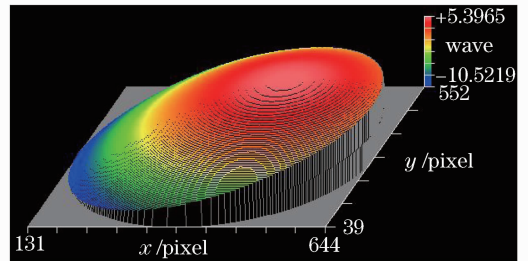


图 6 ZYGO 干涉仪的检测结果  
Fig. 6 Testing result of ZYGO interferometer

算法具有较好的重构精度。但是,从图 4 中还可以发现,RPT&GS 算法的处理结果与 ZYGO 干涉仪的输出结果的偏差也存在一定随机性。究其原因,主要是待解调干涉图与 ZYGO 干涉仪本身进行移相的干涉图不一致造成的。由于 ZYGO GPI 系列干涉仪为移相式干涉仪,在检测时条纹会随空气扰动等而变化,这就导致 ZYGO 干涉仪本身进行移相的干涉图与其检测结

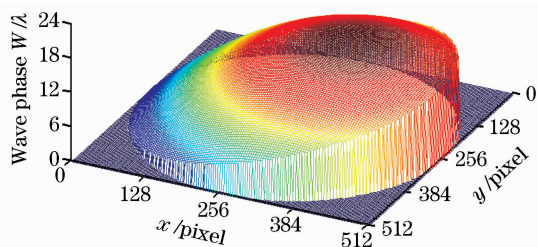


图7 应用RPT&GS技术对图5中干涉图进行相位解调的结果

Fig. 7 Phase retrieval from the closed-fringe interferogram shown in Fig. 5 by RPT&GS

束时的干涉图并不完全相同。虽然在实验中尽量保持检测环境稳定,以使这种影响降至最低,但还是存在的。另外,RPT&GS算法处理结果的均值比ZYGO干涉仪的输出结果要小,这主要是由于在条纹解调过程中进行了大量的优化搜索等计算,特别是在对干涉图进行预处理时的正则化处理等所导致的。

需要注意的是,由于被测波面具有较大倾斜和离焦,在利用ZYGO干涉仪进行测量时,需要保留被测波前的倾斜和离焦项。而此种检测结果在利用空间线性载波干涉检测法并结合傅里叶变换相位解调技术时是很难得到的。空间线性载波干涉检测法将被测面形加载到一较大倾斜的载波上,傅里叶变换相位解调技术对干涉图的频谱进行滤波、移频、逆傅里叶变换等操作从而解调出被测相位。然而,在移频的过程中,由于数字信号的离散性,并不能将一级谱完全移至零级位置,这便导致解调出的相位有一个附加倾斜。为了消除该附加倾斜,一般均用“消倾斜”<sup>[13]</sup>操作消除解调出的波面的所有倾斜项。此时,如果被测波面本身就含有倾斜,将一并被消除。RPT技术的一大优点就是不需要对解调出的相位做任何处理,如解包裹、消倾斜等,可以尽可能地保持波面的原始信息。本文提出的RPT&GS技术是RPT技术的扩展,在保持了RPT技术所有优点的同时更大大提高了解调精度,故经RPT&GS技术解调后的相位直接反映了干涉图相位的所有信息。

## 5 结 论

正则化相位跟随技术虽然可以从单幅闭合条纹干涉图中重构出波面相位,但精度相对较低,无法满足高精度检测的要求。本文分析了RPT技术的理

论误差,提出了以RPT技术解调的相位为初始值,结合最小二乘思想构造优化函数,采用黄金分割算法对干涉图相位做二次逼近,从而实现了单幅闭合干涉图的高精度相位解调。由于RPT&GS算法是对经典RPT技术的扩展,故其在可以对单幅闭合条纹干涉图进行高精度相位重构的同时还保持了RPT算法的所有优点,如解调的相位无跳变、无边缘扭曲、抗噪能力强并可解调任意孔径干涉图等。

## 参 考 文 献

- 1 K. J. Gasvik. Optical Metrology [M]. New York: John Wiley & Sons, Ltd., 2002
- 2 D. Malacara, M. Servin, Z. Malacara. Interferogram Analysis for Optical Testing [M]. New York: Marcel Dekker, 2005
- 3 Liu Dong, Yang Yongying, Xia Zuotang *et al.*. Measurement of transient near-infrared laser pulse wavefront with high precision by radial shearing interferometer [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(9):1372~1376  
刘东,杨雨英,夏佐堂等. 近红外瞬态脉冲波前高精度干涉检测技术[J]. *光学学报*, 2006, **26**(9):1372~1376
- 4 Liu Dong, Yang Yongying, Wang Lin *et al.*. Real time diagnose of transient pulse laser with high repetition by radial shearing interferometer [J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(35):8305~8314
- 5 T. Kreis. Digital holographic interference-phase measurement using the Fourier transform method [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1986, **3**(6):847~855
- 6 A. Spik, D. W. Robinson. Investigation of the cellular automata method for phase unwrapping and its implementation on an array processor [J]. *Opt. Laser Eng.*, 1991, **14**(1):25~37
- 7 K. G. Larkin, D. J. Bone, M. A. Oldfield. Natural demodulation of two dimensional fringe patterns. I. General background of the spiral phase quadrature transform [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2001, **18**(8):1862~1870
- 8 M. Servin, J. L. Marroquin, F. J. Cuevas. Fringe-following regularized phase tracker for demodulation of closed-fringe interferogram [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2001, **18**(3):689~695
- 9 M. Servin, J. L. Marroquin, J. A. Quiroga. Regularized quadrature and phase tracking from a single closed-fringe interferogram [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2004, **21**:411~419
- 10 T. M. Jeong, D. Ko, J. Lee. Method of reconstructing wavefront aberrations by use of Zernike polynomials in radial shearing interferometers [J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(8):232~234
- 11 Juan Antonio Quiroga, Jose Antonio Gomez-Pedrero, Angel Garca-Botella. Algorithm for fringe pattern normalization [J]. *Opt. Commun.*, 2001, **197**(1-3):43~51
- 12 D. Anderson. Algorithms for minimization without derivatives [J]. *IEEE Trans. Automatic Control.*, 1974, **19**(5):632~633
- 13 Antonio Fernández, Guillermo H. Kaufmann, ángel F. Doval *et al.*. Comparison of carrier removal methods in the analysis of TV holography fringes by the Fourier transform method [J]. *Opt. Eng.*, 1998, **37**(11):2899~2905