

文章编号: 0258-7025(2010)02-0438-06

# 应用变换极坐标系光束传播法研究 二维圆弧波导传播特性

韩文杰 张文平 李 丽 张芳沛 沈 严 郑永超

(中国电子科技集团公司第二十七研究所, 河南 郑州 450015)

**摘要** 演绎了新式步长设置的极坐标系傍轴有限差分光束传播法(FD-BPM)理论,提出一种变换极坐标系 FD-BPM 思想,使精度更高,计算和分析更简便。基于这些工作,对严格圆弧形二维波导的传输特性进行了综合分析,指出光波在具有相同物理特性、不同曲率半径的波导中传输时,其导模能量与输入能量的比值存在一个极限值,不同波长的光在相同物理结构的波导中传输时,短波比长波更易于形成稳定的导模且损耗小。对 S 形和 C 形弯曲的波导计算分析发现:切变损耗的存在使 S 形波导比相同参数的 C 形波导导光性能更差,但随着曲率半径的增大,这一差距逐渐缩小,同时指出了不同曲率半径的波导相互连接呈 S 形或 C 形时的一些传输规律。对透明边界条件(TBC)对于极坐标 FD-BPM 的适用性做了分析讨论,认为 TBC 在应用傍轴极坐标系 FD-BPM 分析严格圆弧形二维波导时是普遍适用的,不存在反射干扰。

**关键词** 集成光学;波导光学;变换坐标系;有限差分光束传播法;二维圆弧波导;传输特性

**中图分类号** TN012 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL20103702.0438

## Propagation Characteristic Research about Two Dimension Circle Waveguide Using a Variational Polar Coordinates Beam Propagation Method

Han Wenjie Zhang Wenping Li Li Zhang Fangpei Shen Yan Zheng Yongchao

(Chinese Electronic Technology Group Corporation No.27 Research Institute, Zhengzhou, Henan 450015, China)

**Abstract** A polar coordinates  $N$ -axis finite-difference beam propagation method (FD-BPM) based on a novel step-length setting mode has been deducted, and an idea named variational polar coordinates FD-BPM is advanced in this paper, which will bring higher precision, more convenient computation and analysis. Comprehensive analysis to the rigorous two-dimensional (2D) circle waveguide is achieved. When the light wave is transmitted in the waveguide with different curvatures, a maximum ratio of conductible mode energy to initial energy existing is discovered, and short wave is easier to be formed conductible mode compared with in the same waveguide. Furthermore, investigation about S shape and C shape waveguide has been performed in depth. The propagation capability of C shape waveguide is more excellent than S shape waveguide, as the latter has a higher tangent loss, whereas this distinction reduces while the curvature increasing. Some available propagation rules of S and C shape waveguide with different curvatures are described. The transparence boundary condition (TBC) is thought as practicable while using the polar coordinates  $N$ -axis FD-BPM presented in this paper to research the rigorous 2D circle waveguide. So-called boundary echo disturbance caused by TBC, is proved inexistent.

**Key words** integrated optics; wave-guide optics; variational coordinates; finite-difference beam propagation method; two-dimensional circle waveguide; propagation characteristic

### 1 引 言

由于导波光学器件分析设计的需求,1989 年

Koch 等<sup>[1]</sup>提出了有限差分光束传播法(FD-BPM),较之有限元光束传播法更为简便快捷,经过不断扩

收稿日期:2009-03-11;收到修改稿日期:2009-03-30

基金项目:国家 863 计划(2007AA701502)资助项目。

作者简介:韩文杰(1981—),男,硕士,工程师,主要从事光学建模与仿真、激光雷达方面的研究。

E-mail:hwj990512@163.com

导师简介:郑永超(1963—),男,研究员,主要从事光电探测系统和激光雷达等方面的研究。E-mail:zhych@163.com

展改进,由最初的标量傍轴近似发展到广角、矢量、半矢量、时域、三维 FD-BPM 以及双向、极坐标、柱坐标、斜坐标、变步长等多种算法形式,配合各类有效的差分方程求解理论与边界条件技术。目前 FD-BPM 已经形成一个较完善的理论体系,以高速计算机技术为支撑,成为导波光学中最为快速有效的仿真分析工具,可以对光开关、光延迟线、分支波导、阵列波导光栅、偏振器、干涉仪等许多复杂波导器件的模场、相位、耦合、偏振、非线性特性进行分析计算,计算结果具有很高的精度和参考价值<sup>[2~7]</sup>。

鉴于圆弧形波导在集成光学器件设计中的广泛应用,且以往文献陈述的用于分析弯曲波导的极坐标系 FD-BPM 变量设置不直观、引入误差大、编程计算复杂,对边界条件的适用性认识存在偏差<sup>[7~9]</sup>,本文将以为更直观的步长设置方法推导极坐标系 FD-BPM 公式,同时描述一种基于变换极坐标系思想的二维圆弧形波导分析设计方法,作为对 FD-BPM 理论的完善补充,为圆弧形导波器件的设计提供一个更为简便有效的工具,并对二维圆弧结构波导的传播特性做综合的分析研究。

## 2 理 论

在光开关、波导谐振腔、分支波导、光延迟线等光路设计中,常会用到形如图 1 所示的这类波导结构,称为圆弧形或弯曲波导,由多段圆弧或圆弧与直波导相切连接而成,相接的圆弧波导曲率半径相等或相差微小,所有圆弧波导的曲率半径都不小于某一值,以尽量减少传输损耗。

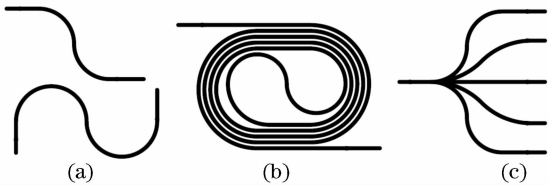


图 1 圆弧形波导

Fig. 1 Circle waveguide

由于这类波导为严格的圆弧形,所以非常适合用极坐标系傍轴 FD-BPM 来研究其传播特性,而不存在直角或极坐标系下分析其他类型曲线波导的步长误差等因素,但是在同一个极坐标系下,对整个波导结构进行坐标计算和步长设置仍是一个极为繁复的工作,且易引入误差,如果能用一个可变换的运动坐标系统,根据波导的形状走向来设置坐标和步长,然后正确处理不同坐标系下的 BPM 接口,将会使研究工作在不影响计算精度的前提下大大简化。下

面首先以径向步长  $\Delta r$  和角向步长  $\Delta\varphi$  为基本变量推导极坐标 FD-BPM,然后详细陈述变换极坐标系思想与 BPM 的接口处理。

### 2.1 极坐标系 FD-BPM 理论

弱导近似下,由极坐标系描述的单色光场  $\psi(\omega, r, \varphi)$  传播的二维标量亥姆霍兹(Helmholtz)方程

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + k_0^2 n^2 \psi = 0, \quad (1)$$

$k_0$  为真空波矢标量,  $n(\omega, x, z)$  为折射率分布,  $k_0 = 2\pi/\lambda_0 = \omega/c_0$ ,  $\lambda_0$  为真空光波长,  $c_0$  为真空光速,  $\omega$  为光频。不考虑  $\omega$ , 可将  $\psi(r, \varphi)$  表示为缓变包络函数与快振荡相位项两部分

$$\psi(r, \varphi) = E(r, \varphi) \exp(ikR\varphi), \quad (2)$$

$\mathbf{k} = k_0 n_e$  为参考波矢,  $n_e$  为波导导模的模折射率,可近似为包层折射率,  $R$  为极坐标系的角向传播轴半径,即圆弧波导的曲率半径(如图 2 所示),则(1)式可化为

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{2ikR}{r^2} \frac{\partial E}{\partial \varphi} + \left( k_0^2 n^2 - \frac{k^2 R^2}{r^2} \right) E = 0. \quad (3)$$

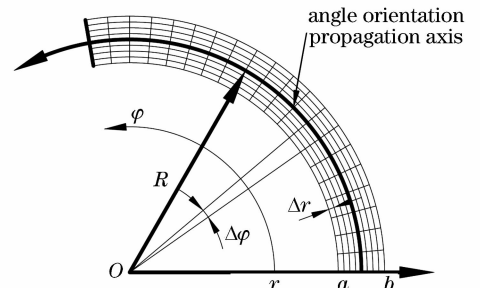


图 2 极坐标系 FD-BPM 原理图

Fig. 2 Polar coordinates FD-BPM principle

当光束沿传播轴或与传播轴成小角度(小于  $5^\circ$ )传播时,有  $\left| \frac{\partial^2 E}{\partial \varphi^2} \right| \ll 2kR \left| \frac{\partial E}{\partial \varphi} \right|$ , 在(3)式中可忽略  $\frac{\partial^2 E}{\partial \varphi^2}$  得到傍轴近似式

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{2ikR}{r^2} \frac{\partial E}{\partial \varphi} + \left( k_0^2 n^2 - \frac{k^2 R^2}{r^2} \right) E = 0. \quad (4)$$

对  $E(r, \varphi)$  进行离散处理,令  $E'_s = E(r_s, \varphi_t)$ , 径向节点为  $r_s = a + s\Delta r, s = 0, 1, \dots, X, \Delta r = (b - a)/X, \Delta r$  为径向节点间距,  $X+1$  为径向节点总数,  $b - a$  为计算窗口宽度;角向节点为  $\varphi_t = t\Delta\varphi, t = 0, 1, \dots, Y, \Delta\varphi$  为角间距,如图 2 所示。选用无条件稳定的 Crank-Nicholson 隐式差分格式,在半步长点  $(s, t + 1/2)$  对(4)式做差分近似

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E}{\partial r} &= \frac{E_{s+1}' - E_{s-1}' + E_{s+1}^{t+1} - E_{s-1}^{t+1}}{4\Delta r}, \\
\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{E_{s+1}' - 2E_s' + E_{s-1}'}{(\Delta r)^2} + \frac{E_{s+1}^{t+1} - 2E_s^{t+1} + E_{s-1}^{t+1}}{(\Delta r)^2} \right], \\
\frac{\partial E}{\partial \varphi} &= \frac{E_s^{t+1} - E_s^t}{\Delta \varphi}, \\
E &= \frac{E_s^t + E_s^{t+1}}{2},
\end{aligned} \quad (5)$$

代入(4)式,整理得到

$$AE_{s-1}^{t+1} + BE_s^{t+1} + CE_{s+1}^{t+1} = D, \quad s = 1, 2, \dots, X-1 \quad (6)$$

其中

$$\left. \begin{aligned}
A &= \frac{1}{2(\Delta r)^2} - \frac{1}{(a+s\Delta r)4\Delta r}, \\
B &= \frac{2i\mathbf{k}R}{(a+s\Delta r)^2} \cdot \frac{1}{\Delta \varphi} + \frac{M}{2} - \frac{1}{(\Delta r)^2}, \\
C &= \frac{1}{2(\Delta r)^2} + \frac{1}{(a+s\Delta r)4\Delta r}, \\
D &= -AE_{s-1}^t + \left[ \frac{2i\mathbf{k}R}{(a+s\Delta r)^2} \frac{1}{\Delta \varphi} \right. \\
&\quad \left. \frac{M}{2} + \frac{1}{(\Delta r)^2} \right] E_s^t - CE_{s+1}^t, \\
M &= \mathbf{k}_0^2 n^2(s, t+1/2) - \frac{\mathbf{k}^2 R^2}{(a+s\Delta r)^2}.
\end{aligned} \right\} \quad (7)$$

这样,只要知道第  $t$  步的场值,就可通过求解三对角差分方程组(6)得到第  $t+1$  步场值,依次递推而得到整个场分布。

另外,应用 BPM 仿真需要设置合理的边界条件和初始激励场,边界条件作用是把计算区域控制在合适的范围内并有效避免反射干扰,初始激励场则相当于一个光源。本文采用广泛使用的透明边界条件(TBC)和高斯形激励场。

## 2.2 变换极坐标系

如图3所示,分别用坐标系  $O_1 r_1 \varphi_1$  和  $O_2 r_2 \varphi_2$  来对两段相切连接的圆弧波导  $WG_1$  与  $WG_2$  进行坐标和步长设定,  $WG_1, WG_2$  可以具有不同曲率半径和角向步长,这样,整段波导的坐标和步长都能以最简化的极坐标形式来表示,并能各自套用 2.1 节所述的公式进行传输分析,需要特殊处理的只是从  $O_1 r_1 \varphi_1$  到  $O_2 r_2 \varphi_2$  的 BPM 变换接口。

设  $WG_1, WG_2$  计算区域的内外边界节点分别为  $a_1, b_1$  和  $a_2, b_2$ , 标量场为  $E$ , 根据 TBC 条件,波导  $WG_1$  内边界波矢为

$$\mathbf{k}_{a_1} = -\frac{i}{\Delta r} \ln \left( \frac{E_{a_1+2}}{E_{a_1+1}} \right),$$

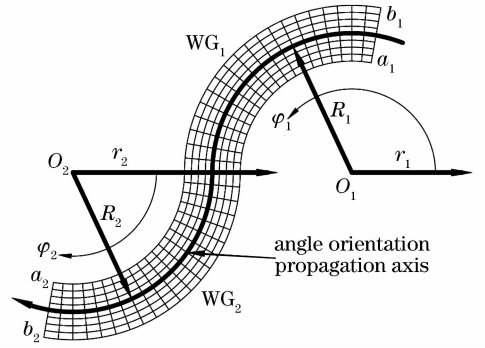


图3 变换极坐标系 FD-BPM 图示

Fig. 3 Variational polar coordinates FD-BPM principle of avoiding reflection requires  $\mathbf{k}_{a_1}$  real part forced to be positive

$$\mathbf{k}_{a_1} = |\operatorname{Re}(\mathbf{k}_{a_1})| + i \operatorname{Im}(\mathbf{k}_{a_1}),$$

则内边界场值

$$E_{a_1} = E_{a_1+1} \exp(-i \mathbf{k}_{a_1} \Delta r),$$

对外边界做同样处理

$$\mathbf{k}_{b_1} = -\frac{i}{\Delta r} \ln \left( \frac{E_{b_1-1}}{E_{b_1-2}} \right),$$

$$\mathbf{k}_{b_1} = |\operatorname{Re}(\mathbf{k}_{b_1})| + i \operatorname{Im}(\mathbf{k}_{b_1}),$$

$$E_{b_1} = E_{b_1-1} \exp(-i \mathbf{k}_{b_1} \Delta r).$$

当  $WG_1$  区域计算至最后一个角向步时,将(6), (7)式中的步长节点坐标转换为  $O_2 r_2 \varphi_2$  坐标系下的形式,并对内外边界波矢进行特殊处理,分为两种情形:当波导  $WG_1$  与  $WG_2$  呈“S”形连接时,需进行内外边界的波矢交换设置

$$\mathbf{k}_{a_2} = -\frac{i}{\Delta r} \ln \left( \frac{E_{b_1-2}}{E_{b_1-1}} \right); \mathbf{k}_{b_2} = -\frac{i}{\Delta r} \ln \left( \frac{E_{a_1+1}}{E_{a_1+2}} \right).$$

当  $WG_1$  与  $WG_2$  呈“C”形连接时,可直接作过渡设置

$$\mathbf{k}_{a_2} = -\frac{i}{\Delta r} \ln \left( \frac{E_{a_1+2}}{E_{a_1+1}} \right); \mathbf{k}_{b_2} = -\frac{i}{\Delta r} \ln \left( \frac{E_{b_1-1}}{E_{b_1-2}} \right).$$

对波矢作取正处理,然后便可按照相同的 BPM 方法计算  $WG_2$  中的传播场。

## 3 二维圆弧波导的传播特性

首先建立仿真模型:设定径向步长  $0.5 \mu\text{m}$ , 角向步长  $\pi/800$ , 径向计算窗口宽度为 201 步,其中第 93~109 步为波导区域,即波导宽度为  $8 \mu\text{m}$ , 其他部分为包覆层区域,波导折射率 1.51, 包覆层折射率 1.50, 高斯光激励源波长  $1.54 \mu\text{m}$ , 光斑直径  $4 \mu\text{m}$ , 由波导中心入射,为便于分析比较,对初始能量做归一处理。

### 3.1 曲率半径与波长对传播场的影响

选取几个典型的波导曲率半径  $R$  值: 200,

1000, 2000, 3000, 5000, 8000, 10000, 20000, 30000  $\mu\text{m}$ , 分别让光在其中传输一个圆周( $2\pi\text{rad}$ ), 提取波导中心(径向第 101 步)的能量衰减曲线, 如图 4(a)所示, 该曲线很好地反映出光在不同  $R$  波导中的传输衰减情况。当  $R < 3000\ \mu\text{m}$  时, 波导中的光能量衰减很快, 不能形成稳定传输;  $R = 3000\ \mu\text{m}$  时, 光在波导中传输  $\pi\text{rad}$  后, 基本形成了稳定的导模, 能量衰减为初始的 67%;  $R > 3000\ \mu\text{m}$  时, 光在入射后经过很小的角度( $< \pi/8\text{rad}$ )便迅速衰减稳定

至导模能量, 并随着  $R$  的增大, 衰减逐渐接近一个极限值: 约为初始值的 75%。即使继续增大  $R$ , 导模能量也不会超过该极限值, 在图 4(b) 中增加 100000  $\mu\text{m}$ , 200000  $\mu\text{m}$ , 500000  $\mu\text{m}$  3 个  $R$  值, 绘出不同  $R$  波导传输  $4\pi\text{rad}$  后的导模能量曲线, 更为明显地说明导模能量存在极限这一事实, 图 4 同时说明, 欲使  $1.54\ \mu\text{m}$  光稳定传输,  $3000\ \mu\text{m}$  的波导曲率半径是一个临界值。

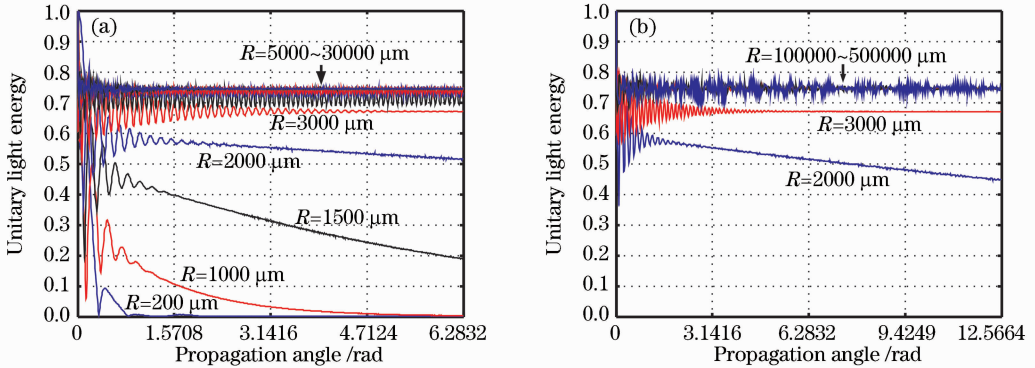


图 4  $1.54\ \mu\text{m}$  光在不同曲率半径波导中的传输特性

Fig. 4 Propagation characteristic of  $1.54\ \mu\text{m}$  light in variant curvature radius waveguides

图 5 比较了不同波长的光分别在  $R = 1000\ \mu\text{m}$  和  $3000\ \mu\text{m}$  波导中的传输情形, 选取  $0.98, 2\ \mu\text{m}$  波长的光与  $1.54\ \mu\text{m}$  光做比较, 发现在相同的波导中,  $2\ \mu\text{m}$  光衰减最快, 不易形成导模, 而  $0.98\ \mu\text{m}$  光衰减最慢。在  $R = 3000\ \mu\text{m}$  波导中传输  $2\pi\text{rad}$  后,  $2\ \mu\text{m}$  光延续衰减趋势, 而  $1.54\ \mu\text{m}$  和  $0.98\ \mu\text{m}$  的光均已形成稳定导模传输, 说明在相同特性的波导中, 短波比长波更易形成导模。图 5 中  $0.98\ \mu\text{m}$  光的传输曲线振荡最剧烈, 是由于 BPM 的快振荡相位项  $\exp(ikR\varphi)$  与波长有关。

### 3.2 S 形与 C 形圆弧波导传输分析

图 1 显示圆弧波导弯曲形式可分为“S”形与“C”形, 根据光波导理论可知不同的切向连接方式将对波导传输模场造成不同的影响<sup>[10]</sup>。以  $R = 3000\ \mu\text{m}$  的半圆周波导分别与  $R = 1000, 2000, 3000, 8000\ \mu\text{m}$  的半圆周波导进行 S 形和 C 形连接, 以  $R = 8000\ \mu\text{m}$  的半圆周波导分别与  $R = 2000, 3000, 8000, 20000\ \mu\text{m}$  的半圆周波导进行 S 形和 C 形连接, 应用变换极坐标系 BPM 对其传输特性进行计算分析, 如图 6, 图 7 所示。发现在 S 形波导中, 传输能量在切变连接点都产生一定损耗, 本文称为“切变损耗”, 如图 6(a) 中  $3000 \sim 3000\ \mu\text{m}$  的 S 波导切变损耗约为 7%, 而在 C 形波导中则不存在这一损耗, 从图 7 可以观察到: C 形波导中只存在波导固有的传输辐射损耗。另外一个明显的规律是: 传输从大  $R$  波导至小  $R$  波导进行时,  $R$  值相差越大, 切变损耗越大, 辐射损耗也越大; 从小  $R$  波导至大  $R$  波导进行时,  $R$  值相差越大, 切变损耗越小, 辐射损耗也越小。S 形与 C 形波导总的损耗都随着相连接波导的两  $R$  值的增大而减小, 如  $8000 \sim 3000\ \mu\text{m}$  的 S 波导损耗比  $3000 \sim 3000\ \mu\text{m}$  的 S 波导损耗约少 8%, 而具有相同  $R$  值的 C 波导由于没有切变损耗, 因而总的损耗更小, 但随着  $R$  的增大, 相同  $R$  的

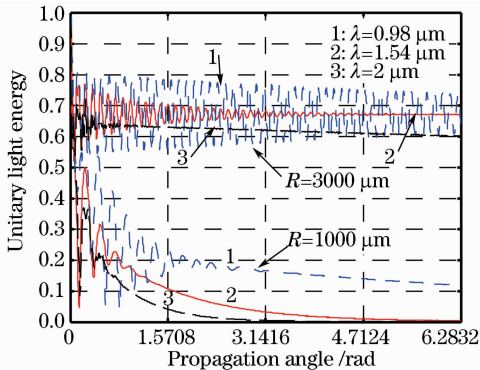


图 5  $0.98, 1.54$  和  $2\ \mu\text{m}$  光在相同波导中的传输特性比较

Fig. 5 Propagation characteristic comparison between  $0.98\ \mu\text{m}$ ,  $1.54\ \mu\text{m}$  and  $2\ \mu\text{m}$  light in the same waveguide

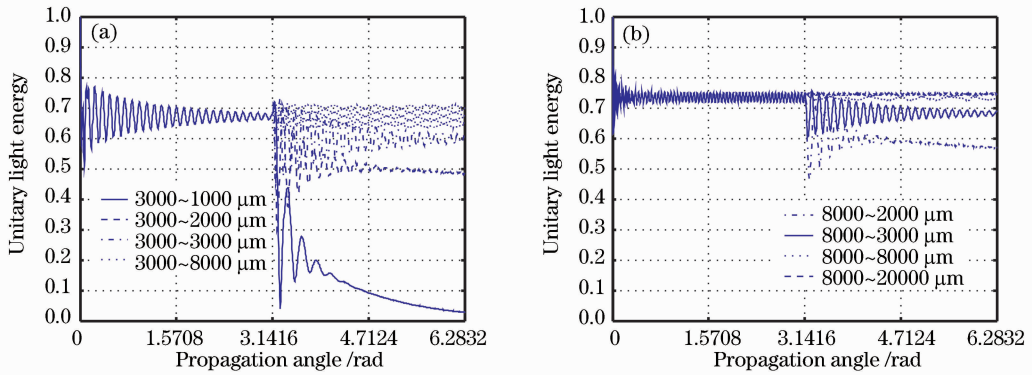


图 6 不同曲率半径 S 形波导的传输特性

Fig. 6 Propagation characteristic of S shape waveguide with variant curvature radius

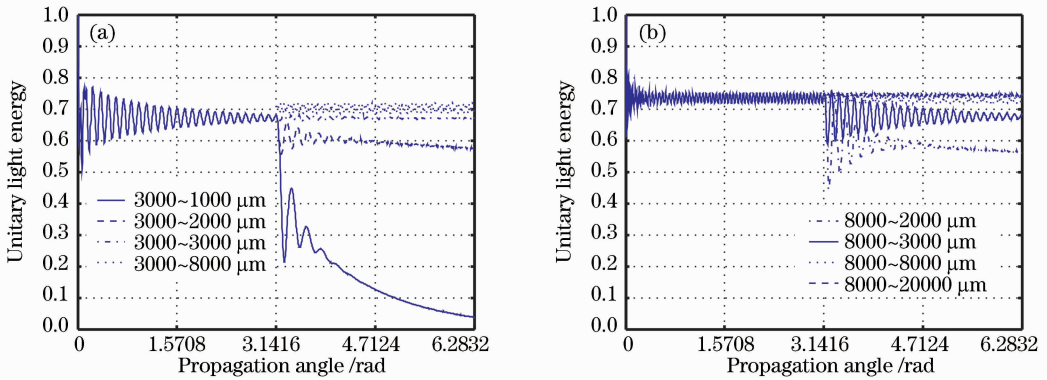


图 7 不同曲率半径 C 形波导的传输特性

Fig. 7 Propagation characteristic of C shape waveguide with variant curvature radius

S 波导与 C 波导的损耗差距逐渐缩小,图 6(b)与图 7(b)的微小差别说明了这一点。

### 3.3 TBC 边界条件适用性分析

边界条件是否恰当是决定 BPM 仿真成败的关键,有文献指出 TBC 条件不适用于 FD-BPM 对弯曲波导的仿真分析,原因是存在较强的边界反射干扰,并且波导曲率半径越小,干扰越强烈<sup>[9]</sup>。本文以径向、角向步长为基本变量,应用极坐标傍轴 FD-BPM 和 TBC 条件对严格圆弧波导进行传输分析,全部传输过程中未发现边界反射干扰现象。图 8 为光在  $R=1000 \mu\text{m}$  波导中传输半个圆周的场分布,

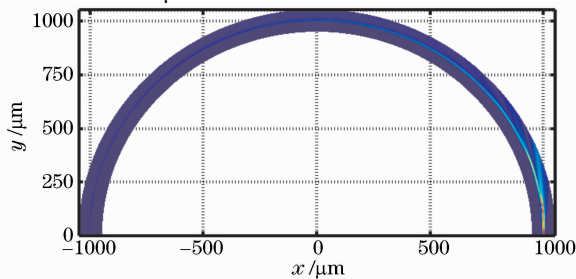
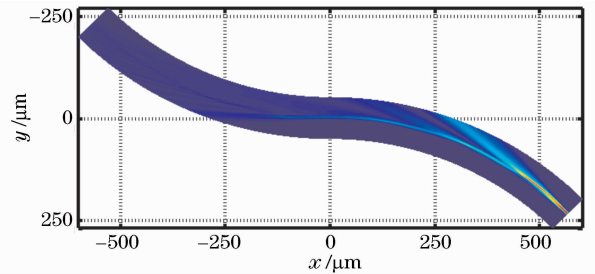
图 8  $1000 \mu\text{m}$  曲率半径波导中的场分布Fig. 8 Field distribution in  $1000 \mu\text{m}$  curvature radius waveguide图 9  $800 \mu\text{m}$  曲率半径 S 形波导中的场分布Fig. 9 Field distribution in  $800 \mu\text{m}$  curvature radius S shape waveguide

图 9 是曲率半径为  $800 \mu\text{m}$  S 形波导中的场分布,通过在三维图形中对边界传输情况的观察,发现在不同  $R$  的波导中,辐射模能量都从边界逸出计算区域,内外边界均无反射回波干扰,说明本文的变量设置方式和 TBC 条件在应用傍轴 FD-BPM 分析圆弧波导时是完全适用的,没有必要采用 PML 等复杂的边界条件。

## 4 结 论

在推导新式极坐标系 FD-BPM 的基础上,提出了变换极坐标系思想来补充 FD-BPM 理论,并以此

为工具对严格圆弧形二维波导的传输特性进行了分析讨论。描述了一系列对光波导设计很有指导价值的规律,最后对 TBC 条件在本文所述 FD-BPM 理论中的适用性作了讨论,提出关于边界数值反射的一些见解,指出所述 FD-BPM 理论思想对圆弧形二维波导分析设计的普遍适用性和便利性。

### 参 考 文 献

- 1 T. B. Koch, J. B. Davies, D. Wickramasinghe. Finite element/finite difference propagation algorithm for integrated optical device [J]. *Electron. Lett.*, 1989, **25**(8):514~516
- 2 Li Anying, Yang Yapei. Review of the new development of beam propagation method for analysis of optical waveguide [J]. *Laser Technology*, 2000, **24**(4):236~240  
李安英,杨亚培. 光波导光束传输法数值分析新进展[J]. *激光技术*, 2000, **24**(4):236~240
- 3 Wu Tao, Kong Fanmin, Li Kang *et al.*. Wide angle beam propagation method based on oblique coordinate and the analysis of tilted waveguides [J]. *Chinese J. Lasers*, 2003, **30**(8):705~708  
吴涛,孔繁敏,李康等. 斜角坐标系下的广角光束传播法及其对倾斜波导的分析[J]. *中国激光*, 2003, **30**(8):705~708
- 4 Yan Chaojun. Numerical calculation of imaging positions in multimode interference couplers by the three-dimensional beam propagation method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(1):110~114  
严朝军. 采用三维波束传输法的多模干涉耦合器成像位置的数值计算[J]. *光学学报*, 2008, **28**(1):110~114
- 5 Wang Shijun, Ma Huilian, Jin Zhonghe. Finite difference beam propagation analysis of wide-angle crossed waveguide [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(2):231~234  
王世军,马慧莲,金仲和. 基于有限差分的大角度交叉波导光束传输法[J]. *中国激光*, 2008, **35**(2):231~234
- 6 Wen Ke, Wang Rong, Wang Jingyuan *et al.*. Polarization splitter based on resonant tunneling phenomenon in three-core photonic crystal fibers [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(12):1962~1965  
文科,王荣,汪井源等. 基于谐振耦合现象的三芯光子晶体光纤偏振分束器[J]. *中国激光*, 2008, **35**(12):1962~1965
- 7 Zhou Qincun, Dai Daoxin, He Sailin. Simulation of arrayed waveguide gratings using a finite difference beam propagation method [J]. *Chinese J. Semiconductors*, 2002, **23**(12):1313~1319  
周勤存,戴道铎,何赛灵. 基于 FD-BPM 方法的阵列波导光栅模拟[J]. *半导体学报*, 2002, **23**(12):1313~1319
- 8 M. Rivera. A finite difference BPM analysis of bent dielectric waveguides [J]. *J. Lightwave Technol.*, 1995, **13**(2):233~238
- 9 Dai Daoxin, Ao Xianyu, Zhou Qincun *et al.*. Cylindrical coordinate wide-angle BPM with PML boundary condition in a bent waveguide [J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 2003, **14**(4):331~335  
戴道铎,敖献煜,周勤存等. 弯曲波导中基于 PML 边界条件的柱坐标广角 BPM[J]. *光电子 • 激光*, 2003, **14**(4):331~335
- 10 Xiao Zhigang, Li Bincheng. Combined multi- and single-mode fiber relay for laser beam transportation [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(6):855~860  
肖志刚,李斌成. 多模与单模光纤级联系统对激光束的传输[J]. *中国激光*, 2008, **35**(6):855~860