

文章编号: 0258-7025(2010)12-3066-04

基于旋转相位调制的复杂光场相位恢复算法

黄利新^{1,2} 姚 军¹ 高福华² 陈剑鸣³ 官爱玲³

¹ 中国科学院光电技术研究所微细加工光学技术国家重点实验室, 四川 成都 610209
² 四川大学物理学院高能密度物理与技术教育部重点实验室, 四川 成都 610064
³ 昆明理工大学理学院, 云南 昆明 650093

摘要 提出了一种基于旋转相位调制手段恢复复杂光场相位的方法, 通过数值模拟验证其有效性和可行性。采用结构简单的相位板横向旋转到一个或更多新的位置来产生多个夫琅禾费衍射图样, 通过修正的混合输入输出算法(HIO)对光场进行复原。模拟实验表明, 该算法能在二维情况下快速准确地恢复复杂光场, 并且大幅度地提高了复杂光场的恢复精度。多次选取随机初始迭代值, 没有出现迭代停滞现象和收敛结果不确定的问题, 且具有良好的抗噪性能。

关键词 光计算; 相位恢复; 复杂光场; 横向旋转; 相位调制

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20103712.3066

Phase Retrieval of Complex Optical Fields Based on Rotated Phase Modulation

Huang Lixin^{1,2} Yao Jun¹ Gao Fuhua² Chen Jianming³ Gong Ailing³

¹ State Key Laboratory of Optical Technologies for Microfabrication, Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China

² Key Laboratory for High Energy Density Physics and Technology of Ministry of Education, College of Physical Science and Technology, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China

³ Faculty of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650093, China

Abstract A method of iterative phase retrieval of complex optical field was studied. This method uses a series of diffraction patterns to solve for both amplitude and phase of the object field by using hybrid input-output algorithm. The method requires a phase plate that need transversely rotated to one or more positions. The method needs no a priori knowledge about the object field. The convergence rate was rapid. The simulation results showed this algorithm could fast retrieve a complex optical field in high accuracy. The retrieval accuracy of complex optical field was greatly enhanced. The method does not suffer any stagnation or ambiguity problem, and it has high stability towards additive noise.

Key words optical computing; phase retrieval; complex optical field; transverse rotation; phase modulation

1 引言

相位恢复问题属于光学中的求逆问题, 主要研究的是在从适当位置处测量的强度信息中复原丢失的相位。它在很多方面都有所应用, 如天文学^[1], X射线结晶学^[2], 波前探测^[3,4], 量子关联衍射成像^[5],

三维物体探测^[6]和 X 射线显微镜^[7,8]以及光学安全系统^[9,10]等。

1972 年, Gherberg 等^[11]提出由物面和频谱面的光强信息复原物面上光场相位分布的算法, 即 GS 算法。在此基础上, Fienup^[12]通过使用有限支集和

收稿日期: 2010-02-01; 收到修改稿日期: 2010-06-11

基金项目: 国家自然科学基金(60978051)和中国科学院国防实验室创新基金(CXJJ-09-S05)资助课题。

作者简介: 黄利新(1986—), 男, 硕士研究生, 主要从事相位恢复方面的研究。E-mail: lixhuang@gmail.com

导师简介: 姚 军(1973—), 男, 博士, 研究员, 主要从事激光技术、微光机电系统及其应用等方面的研究。

E-mail: junyao@ioe.ac.cn(通信联系人)

非负约束条件代替物面的光强约束,提出了多种改进算法,例如误差减少算法(ER)、输入输出算法(IO)以及混合输入输出算法(HIO)等。杨国祯等^[13]提出了可适用于处理广泛存在的一般非么正变换系统的新方法——杨-顾算法(包括理论和算法)。2003年,Bauschke等^[14]基于凸集最优化理论提出了混合投影反射算法。不过以上算法在遇到复杂光场时,都存在容易陷入停滞、收敛不确定等缺点。2004年,Faulkner等^[7]提出通过将光瞳横向移动到不同位置记录物场不同部分的衍射图样,因为在重叠区域的物场得到多次记录,所以重叠区域的物场能得到更好的恢复。Rodenburg等^[8]使用硬X射线源记录几百个衍射图样成功地验证了该方法。F. Zhang等^[15]在输入面横向移动随机相位板实现相位调制产生多个衍射图样,然而随机相位板在制作上有一定的困难。2009年,Kohler等^[16]提出使用空间光调制器来实现相位调制产生多个衍射图样,但是由于空间光调制器的填充比不是100%,而存在衍射效应,故复原结果不是很理想。

本文在输入面采用一个结构简单的相位板,该相位板需要打破旋转对称性。当横向旋转相位板到新的位置会产生2个或更多的夫琅禾费衍射面,通过修正的混合输入输出算法来实现复杂光场的相位恢复,并分析了不同数目的衍射面对计算精度的影响。

2 原 理

图1为设计光路的示意图,相位板的初始调制函数为 $P_1(r)$,移动后的调制函数为 $P_m(r)$,其中 $m=2,3,\dots,M$ (M 是衍射图样总的记录数目)。输入面的光场函数为 $O(r)$,衍射面的光场函数为 $\varphi(R)$ 。

图2(a)为所设计的简单相位板,灰色部分表示比白色部分多加了 θ 的相位跳变。图2(b)分别为相位板横向旋转了1次后(每次旋转角度为 $\pi/2$)的效果图。

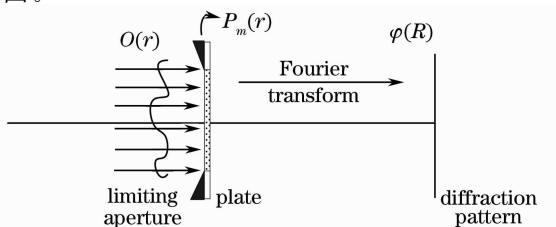


图1 光路示意图
Fig. 1 Schematic of optical path

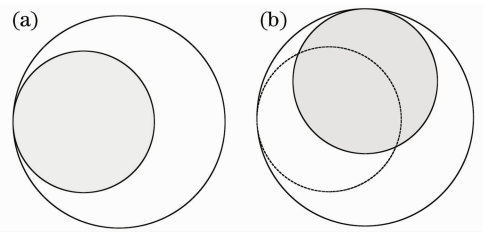


图2 相位板的相位分布

Fig. 2 Phase distribution of the plate

图3为所采用HIO算法的计算流程。1)从物场的初始波前函数 $O_n(r)$ 开始(下标 n 表示迭代次数);2)乘以相位板的调制函数 $P_m(r)$ (下标 m 表示相位板的位置数),产生新的物函数 $\varphi_{n,m}(r)$;3)将物函数 $\varphi_{n,m}(r)$ 作傅里叶变换传输到输出面,得到衍射场的波前函数 $\psi_{n,m}(R)$;4)将衍射场振幅的测量值 $|\psi_m(R)|$ 与衍射场波前函数 $\psi_{n,m}(R)$ 的相位构成函数 $\psi'_{n,m}(R)$;5)衍射场函数 $\psi'_{n,m}(r)$ 逆向传输到相位板平面;6)更新相位板平面的波前函数,式中 S 表示满足支持域约束的那些点的集合,也就是相位板所在的区域。式中 β 是一个常数,通常取在0.5~1.0之间;7)旋转相位板到新的位置,重复步骤1)~6),并且 $m=m+1$ 。直到相位板旋转到最后一个位置。然后从相位板的初始位置开始,直到满足输出条件。

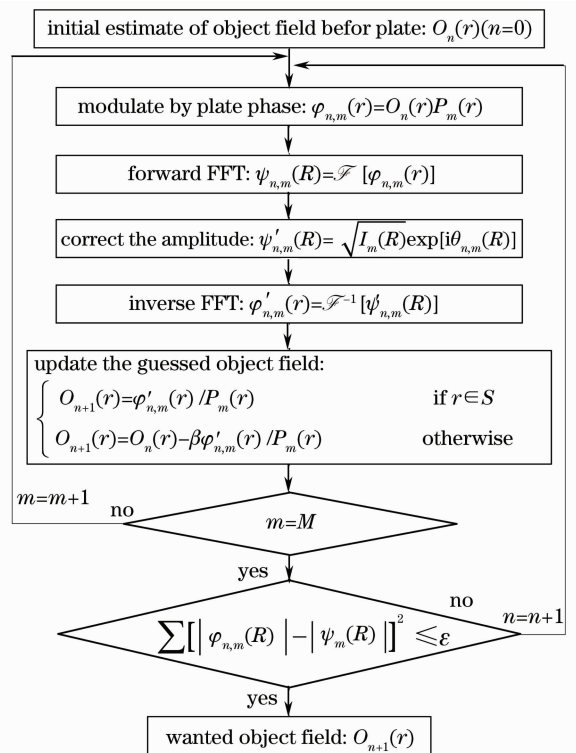


图3 相位恢复算法流程图

Fig. 3 Flow chat of phase retrieval algorithm

3 模拟实验及结果分析

选取了 2 个不同的复杂图像作为输入面的光场函数,如图 4(a)和(b)所示。图 4(a)和(b)分别代表待恢复的振幅 $[0, 1]$ 和相位 $[0, 2\pi]$,采样区域的宽度为 $10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$,图形的直径为 5 mm 。仿真计算中总的采样点数为 512×512 ,波长为 $0.6328 \mu\text{m}$, $\theta = \pi$ 。



图 4 复杂光场的相位恢复模拟结果。(a)和(b)是原始的振幅和相位,(c)和(d)是恢复出来的振幅和相位

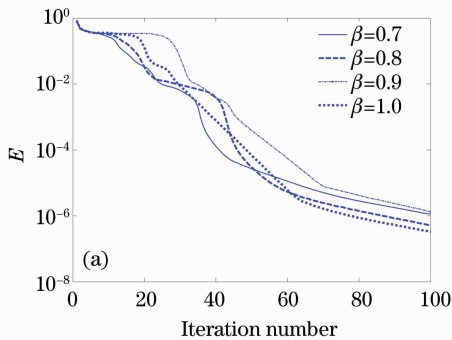
Fig. 4 Simulation results of the phase retrieval method for a complex-valued field. (a) and (b) are original amplitude and phase, (c) and (d) are retrieved amplitude and phase

振幅和相位恢复精度可用相对均方根(RMS)误差 E 和 E_θ 来评估, E 和 E_θ 分别定义为

$$E = \left(\sum_{i,j} \left| |O_{ij}^{\text{ret}}| - |O_{ij}^{\text{true}}| \right|^2 / \sum_{i,j} |O_{ij}^{\text{true}}|^2 \right)^{1/2}, \quad (1)$$

$$E_\theta = \left[\sum_{i,j} \left| (\theta_{ij}^{\text{ret}} - E\theta^{\text{ret}}) - (\theta_{ij}^{\text{true}} - E\theta^{\text{true}}) \right|^2 \right]^{1/2}, \quad (2)$$

式中 $|O_{ij}^{\text{true}}|$ 和 $\theta_{ij}^{\text{true}}$ 分别代表物函数某个像素 (i, j)



的振幅和相位的实际值, $|O_{ij}^{\text{ret}}|$ 和 θ_{ij}^{ret} 分别代表使用算法复原出来的同一个像素 (i, j) 的振幅值和相位值。 $E\theta^{\text{true}}$ 和 $E\theta^{\text{ret}}$ 分别表示 θ^{true} 和 θ^{ret} 的平均值。

迭代初始值设为振幅为 1 的均匀平面波,衍射图样的记录个数 $M=4$,算法系数 $\beta=1$,相位恢复算法所用迭代次数为 100,结果如图 4(c)和(d)所示。振幅恢复结果与真实振幅分布几乎完全相同,两者之间的误差 $E=3.30 \times 10^{-7}$ 。相位恢复结果与真实相位分布之间存在平移关系,去除平移后两者之间的误差 $E_\theta=1.85 \times 10^{-6} \lambda$ 。

图 5(a)为 $M=4$,算法系数取不同值时对相位恢复算法收敛性能的影响。迭代初始值设为振幅为 1 的均匀平面波。当迭代次数小于 50 时, $\beta=0.7$ 的收敛速度最快。当迭代次数为 50 时,误差 $E=2.7 \times 10^{-5}$,即几乎完全恢复出了物面的振幅分布。 $\beta=0.9$ 时的收敛速度最慢。

图 5(b)为 $\beta=1$ 时,衍射图样的记录个数不同及选用不同算法对相位恢复算法收敛性能的影响。如图 5(b)所示, $M=4$,迭代次数为 100,误差 $E=3.30 \times 10^{-7}$, $E_\theta=1.85 \times 10^{-6} \lambda$ 。 $M=3$,迭代次数为 200,误差 $E=5.84 \times 10^{-7}$, $E_\theta=1.39 \times 10^{-6} \lambda$ 。 $M=2$,迭代次数为 2000,误差 $E=0.015$, $E_\theta=0.029 \lambda$ 。由此可见,衍射图样的记录个数 $M > 2$ 时,修正的 HIO 算法的收敛速度非常快,并且恢复精度也非常高。对以上模拟实验,若采用误差减小(ER)算法,当 $M=4$,迭代次数为 2000 时,恢复结果误差 $E=0.002882$, $E_\theta=0.0027 \lambda$ 。可见这里提出的基于修正 HIO 的相位恢复算法,在恢复精度与收敛速度方面均有明显提高。

采用信噪比(SNR) R_{SN} 作为噪声大小的评价指标,若将信号和噪声的强度信息分别记为 I_s 和 I_n ,则 $R_{\text{SN}}=10 \lg(I_s/I_n)$ 。对每个衍射图样的记录面都

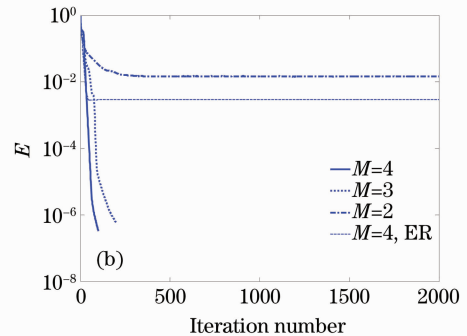


图 5 算法的收敛性能。(a)算法系数不同,(b)衍射图样个数不同

Fig. 5 Convergence performance of phase retrieval algorithms. (a) different algorithm parameters, (b) different numbers of recordings

引入随机噪声(各面的信噪比相等),在不同信噪比的条件下分别进行多次试验(10次),取误差 E 对应的最大值作为评价标准,如表 1 所示。从而说明本修正算法的抗噪性能良好,表中 NUM 是迭代次数。

表 1 算法的抗噪性能

Table 1 Performance of the algorithm with additive noise

SNR	E ($M=3$, NUM: 300)	E ($M=4$, NUM: 100)
16.99	0.0102	0.0111
13.01	0.0281	0.0238
10.00	0.0518	0.0488

4 结 论

提出采用一个结构简单的相位板,通过将相位板横向往旋转到新的位置产生多个衍射图样进行相位恢复。模拟实验证实衍射面的数目 $M > 2$ 时,复杂光场的恢复精度非常高且收敛速度非常快。通过多次模拟实验显示,该算法没有停滞现象和收敛结果不确定的问题,并具有良好的抗噪性能。

参 考 文 献

- 1 B. H. Dean, D. L. Aronstein, J. S. Smith *et al.*. Phase retrieval algorithm for JWST flight and test-bed telescope [C]. *SPIE*, 2006, **6265**: 626511
- 2 R. P. Millane. Phase retrieval in crystallography and optics [J]. *J. Opt. Soc. Am. A.*, 1990, **7**(3): 394~411
- 3 Mao Heng, Wang Xiao, Zhao Dazun. Experimental validation and phase retrieval algorithm of complicated pupil wavefront[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(3): 575~581
毛 珩, 王 潇, 赵达尊. 复杂光瞳波前相位恢复算法与实验验证[J]. *光学学报*, 2009, **29**(3): 575~581
- 4 Heng Mao, Xiao Wang, Dazun Zhao. Application of phase-diverse phase retrieval to wavefront sensing in non-connected complicated pupil optics [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(7): 397~399
- 5 Liu Yongfeng, Zhang Minghui, Shen Xia *et al.*. Application of phase retrieval algorithm to quantum correlated diffraction imaging[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(11): 2075~2081
刘永峰, 张明辉, 沈 夏等. 相位恢复算法在量子关联衍射成像中的应用研究[J]. *光学学报*, 2007, **27**(11): 2075~2081
- 6 Arun Anand, Vani K. Chhaniwal, P. Almoró *et al.*. Shape and deformation measurements of 3D objects using volume speckle field and phase retrieval[J]. *Opt. Lett.*, 2009, **34**(10): 1522~1524
- 7 H. M. L. Faulkner, J. M. Rodenburg. Movable aperture lensless transmission microscopy: a novel phase retrieval algorithms[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**(2): 023903
- 8 J. M. Rodenburg, A. C. Hurst, A. G. Cullis *et al.*. Hard-X-ray lensless imaging of extended objects[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, **98**(3): 034801
- 9 Shi Yishi, Zhang Jingjuan. Research on the phase retrieval algorithm used for multiple-image encryption with region multiplexing[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(10): 2705~2708
史 伟 诗, 张 静 娟. 相位恢复算法用于分区复用多图像加密的研究 [J]. *光学学报*, 2009, **29**(10): 2705~2708
- 10 Chen Daqing, Gu Jihua, Zhou Hao *et al.*. An image digital watermarking with phase retrieval algorithm and Fourier transformation hologram[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(12): 3310~3316
陈大庆, 顾济华, 周 皓等. 基于相位恢复的傅里叶变换全息图像数字水印[J]. *光学学报*, 2009, **29**(12): 3310~3316
- 11 R. W. Gerchberg, W. O. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase form image and diffraction phase pictures [J]. *Optik*, 1972, **35**: 237~246
- 12 J. R. Fienup. Phase retrieval algorithms: a comparison [J]. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(15): 2758~2769
- 13 G. Z. Yang, B. Y. Gu, B. Z. Dong. Theory of the amplitude-phase retrieval in an any linear transform system and its applications [J]. *Inter. J. Modern Phys.*, 1993, **B7**: 3153~3224
- 14 H. H. Bauschke, P. L. Combettes, D. R. Luke. Hybrid projection-reflection method for phase retrieval[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2003, **20**(6): 1025~1028
- 15 F. Zhang, G. Pedrini, W. Osten. Phase retrieval of arbitrary complex-valued fields through aperture-plane modulation [J]. *Phys. Rev. A*, 2007, **75**(4): 043805
- 16 C. Kohler, F. Zhang, Wolfgang Osten. Characterization of a spatial light modulator and its application in phase retrieval[J]. *Appl. Opt.*, 2009, **48**(20): 4003~4008