

文章编号: 0258-7025(2010)12-3025-06

# 基于波前补偿的高阶高斯光束相干合成

王小林 周 朴 赵海川 马阎星 马浩统 许晓军 赵伊君

(国防科技大学光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要** 在相同的抽运功率下,激光器工作在高阶模式时比基模高斯工作时有更高的功率输出,将其用于相干合成有望得到更高的功率输出。由于高阶高斯光束内部存在  $0-\pi$  相位差,使得其光束质量较差,相干合成激光亮度也因此受限。提出基于波前补偿的高阶高斯光束相干合成方案,利用光束净化将高阶高斯光束内部  $0-\pi$  相位进行补偿,然后将补偿后的光束用于相干合成。给出了优化式自适应光学光束净化补偿高阶高斯光束内部波前的仿真和实验结果,数值模拟了厄米-高斯光束波前补偿前后相干合成的效果。结果表明,波前补偿后相干合成的 1 倍衍射极限内的桶中功率较波前补偿前相干合成桶中功率提高 1 个量级甚至 2~3 个量级。

**关键词** 激光光学;高阶高斯光束;波前补偿;光束净化;相干合成

中图分类号 TN24 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20103712.3025

## Coherent Combining of High-Order Mode Lasers with Wave Front Compensation

Wang Xiaolin Zhou Pu Zhao Haichuan Ma Yanxing

Ma Haotong Xu Xiaojun Zhao Yijun

(College of Optoelectronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract** Laser holds a higher output power when working in high-order-mode than working in fundamental mode, coherent combining of high-order mode lasers is a promising way for higher output power. For the inside  $0-\pi$  phase difference of the wave front, the beam quantity of the high-order mode is not as good as that of the fundamental mode, therefore the brightness of the coherent combining is limited. Coherent combining of high-order mode lasers with wave front compensation is proposed. Inside  $0-\pi$  phase differences of high-order mode laser are compensated using beam cleanup technology firstly, and then coherent combining is implementing with the wave front compensated lasers. Results of simulation and experiment of inside wave front compensation using optimal algorithm based beam cleanup technology are given. Numerical simulation of coherent combining of high-order Hermite-Gauss mode lasers with and without inside wave front compensation is done. Result shows that the power in bucket of one time diffraction limitation of the combining beams with inside wave front compensation is at least 10 times or even more than 1000 times of that value of the combining beams without inside wave front compensation.

**Key words** laser optics; high-order mode laser; wave front compensation; beam cleanup; coherent beam combining

## 1 引 言

相干合成作为提高输出功率的有效手段,能够保证良好的光束质量,近年来得到了广泛的研究<sup>[1~10]</sup>。但是目前相干合成的研究大多基于基模

光束,由于在相同的抽运水平下,激光器工作在高阶模式时能够得到较基模更高的功率<sup>[11]</sup>,高阶模式的相干合成有望获得比基模高的功率输出<sup>[12]</sup>。然而,除了拉盖尔-高斯  $TEM_{01}$  和  $TEM_{02}$  模式有较高光束质

收稿日期: 2010-05-17; 收到修改稿日期: 2010-06-17

基金项目: 国防科技大学优秀研究生创新项目(B080702)资助课题。

作者简介: 王小林(1985—),男,博士研究生,主要从事自适应光学方面的研究。E-mail: wxllin@nudt.edu.cn

导师简介: 赵伊君(1930—),男,教授,博士生导师,主要从事高能激光技术方面的研究。E-mail: zhaoyij70@sina.com

量外<sup>[13]</sup>,一般情况下的 高阶模式光束质量较差,普遍认为其相干合成效果也不佳,因此高阶高斯光束相干合成则少见报道。国际上,Jolivet 等<sup>[14]</sup>对多个模式同时存在的情况下的相干合成效果进行了数值模拟,认为当各个模式满足一定功率比例关系时,有可能得到比基模光束更好的合成效果。Eckhouse 等<sup>[12]</sup>利用外腔耦合的方式,实现了 LP<sub>11</sub>模式的相干合成,单路激光功率为 0.5 W,合成效率大于 90%。国内,冯光等<sup>[15]</sup>分析了光纤激光器中 LP<sub>02</sub>和 LP<sub>11</sub>模式对相干合成的影响,认为当光纤激光器中高阶模式为 LP<sub>11</sub>模时,远场相干条纹的峰值能量随着 LP<sub>11</sub>模的增加而线性下降;当光纤激光器中高阶模式为 LP<sub>02</sub>模时,远场相干条纹的条纹对比度随着 LP<sub>02</sub>模的增加而线性下降。尽管已经实现了 LP<sub>11</sub>模的高阶高斯光束相干合成<sup>[12]</sup>,但是由于光束质量较差,合成光斑能量主要集中在边缘,光斑中心能量较小。高阶光束质量较差,究其原因,是由于高阶高斯光束内部存在 0- $\pi$  相位差,如果能够将高阶高斯

光束波前内部的 0- $\pi$  相位差进行补偿后用于相干合成,那么光束质量将会得到显著的提高。基于此,本文提出基于波前补偿的高阶高斯光束相干合成方案,分析了该方案的原理,给出了优化式自适应光学光束净化补偿厄米-高斯光束 TEM<sub>11</sub>模的仿真和实验结果;并以厄米-高斯光束表达式描述的 TEM 模为例,数值模拟了波前补偿前后的相干合成效果。

## 2 基于光束净化的高阶高斯相干合成原理

### 2.1 高阶高斯光束的相位特性分析

一般认为高阶高斯光束的光束质量较差,究其原因这是由于高阶高斯光束波前内部存在 0- $\pi$  相位差<sup>[16~18]</sup>。以厄米-高斯光束为例,简要说明高阶高斯光束内部的相位特性。厄米-高斯光束由厄米多项式和 高斯光束的积及相位项决定

$$U_{mn}(x, y, z) = A_{mn} \frac{\omega_0}{\omega(z)} H_m \left| \sqrt{2}x/\omega(z) \right| H_n \left| \sqrt{2}y/\omega(z) \right| \times \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{\omega^2(z)} \right] \cdot \exp \left\{ -j \left[ kz + \frac{k}{2R(z)}(x^2 + y^2) - (m + n + 1) \arctan \left( \frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right) \right] \right\}, \quad (1)$$

其振幅

$$E_{mn}(x, y, z) = A_{mn} \frac{\omega_0}{\omega(z)} H_m \left| \sqrt{2}x/\omega(z) \right| \cdot H_n \left| \sqrt{2}y/\omega(z) \right| \cdot \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{\omega^2(z)} \right], \quad (2)$$

式中  $R(z)$  为厄米高斯束在  $z$  处的曲率半径,  $\omega(z)$  为传播轴  $z$  处的等相位面的光束半径,  $\omega_0$  为厄米高斯光束光腰半径,  $A_{mn}$  为厄米高斯光束的振幅常数,  $m, n$  分别表示光强图样沿  $x$  和  $y$  方向的节线数,  $H_n(x)$  为厄米函数,

$$H_n(x) = (-1)^n \exp(x^2) \frac{d^n}{dx^n} \exp(-x^2) = \sum_{i=0}^{n/2} \frac{(-1)^i n!}{i!(n-2i)!} (2x)^{n-2i}, \quad (3)$$

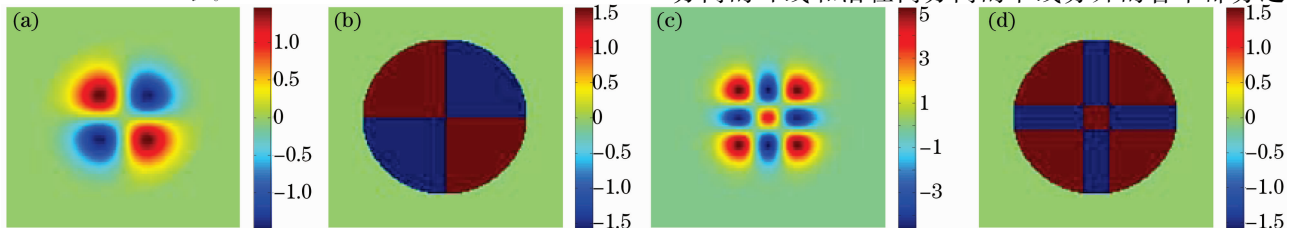


图 1 厄米-高斯光束 TEM<sub>11</sub>和 TEM<sub>22</sub>的振幅和相位分布,TEM<sub>11</sub>模的振幅(a)和相位(b),TEM<sub>22</sub>模的振幅(c)和相位(d)

Fig. 1 Amplitude and phase distribution of Hermite-Gauss mode TEM<sub>11</sub> and TEM<sub>22</sub>,

amplitude (a) and phase (b) distribution of TEM<sub>11</sub>, amplitude (c) and phase (d) distribution of TEM<sub>22</sub>

间也存在  $0-\pi$  相位差。考虑到高阶高斯光束内部的  $0-\pi$  相位特性,如果能够将其内部相位进行补偿,然后用于相干合成,那么有可能极大地提高合成输出激光亮度。

## 2.2 基于波前补偿的高阶高斯光束相干合成方案

以两路相干合成为例,基于波前补偿的高阶高斯光束相干合成方案如图 2 所示。采用主振荡功率放大(MOPA)结构的相干合成方式,高阶模式激光器(HML)输出的单纯高阶模激光被分束镜(BS,分

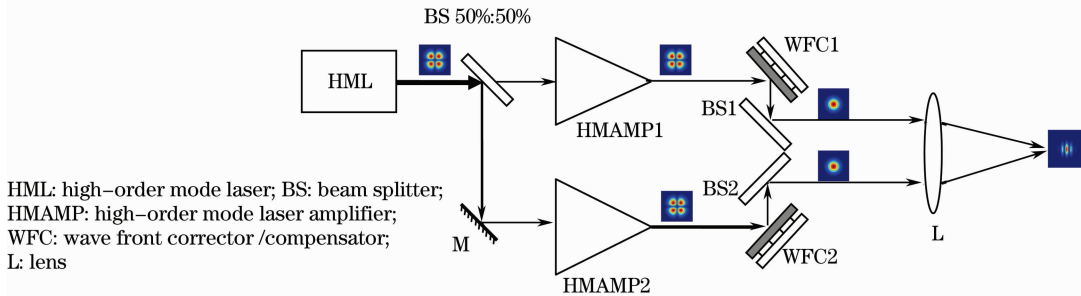


图 2 基于波前补偿的高阶高斯光束相干合成结构图

Fig. 2 Schematic of high-order mode laser coherent combining with wave front compensation

在图 2 所示的实验方案中,首先需要获得高阶模激光输出。高阶模式激光产生有多种方法,常用的有相位板法。相位板法是在腔内插入  $0-\pi$  相位分布的二元相位板,如果该相位板的相位分布与高阶高斯光束的相位分布相同,就能得到相应的纯净的高阶高斯光束输出<sup>[11,17,20]</sup>。利用类似的方法,在相同的抽运水平下,Ishaaya 等<sup>[11]</sup>获得了拉盖尔-高斯的  $TEM_{04}$ ,  $TEM_{14}$ ,  $TEM_{24}$ ,  $TEM_{34}$ ,  $TEM_{44}$  模式的单脉冲能量为分别 5.2, 7.5, 10, 12.5 和 13.7 mJ, 较基模光束(单脉冲能量为 2.5 mJ)得到了显著的提高。

该方案中关键技术是如何实现波前补偿。对于高阶高斯光束  $0-\pi$  相位补偿,为获得近基模高斯光束输出,研究人员提出了多种方法,包括  $0-\pi$  相位板法<sup>[17,21]</sup>、干涉仪模式转换法<sup>[18,19,22]</sup>等。 $0-\pi$  相位板法是利用与高阶模式光束空间相位分布互补的相位板( $\pi-0$  分布),实现高阶模式内部波前的均一化<sup>[17]</sup>。干涉仪模式转换法是利用高阶高斯光束各个模瓣相位的  $0-\pi$  相位差特性,将各个模瓣分离后分别进行相位补偿,然后通过空间合束得到近似基模的光束<sup>[18,19]</sup>。以上的相位补偿中,相位元件的制作工艺复杂、成本高,模式转换法不具备通用性、难以实时对系统的特性进行校正。基于优化式自适应光学的光束净化方案通用性强,不但能够实时对高阶光束内部的  $0-\pi$  相位进行补偿,还能够校正系统静态像差和湍流引起的动态像差。基于此,提出了基于优

光比 50%:50%)分为两束,透射光直接进入高阶模放大器 HMAMP1,反射光经过全反射镜(M)后进入高阶模放大器 HMAMP2。各路放大器的输出光束利用波前校正器(WFC)进行波前补偿,补偿高阶高斯光束波前内部的  $0-\pi$  相位差,使得高阶高斯光束转换为近基模高斯光束<sup>[19]</sup>;然后将波前补偿后的光束进行相干合成。实验中,利用傅里叶变换透镜(L)模拟远场合成效果。

化式自适应光学光束净化的高阶光束  $0-\pi$  相位补偿法。

## 2.3 基于优化式自适应光学光束净化的高阶高斯光束波前补偿原理与实验

基于优化自适应光学的高阶高斯光束波前补偿原理与基模高斯光束净化相同,将高阶高斯光束远场中心处的桶中功率(PIB)、平均半径、像质函数等作为性能评价函数<sup>[23]</sup>,通过优化算法对性能评价函数进行寻优,当系统性能评价函数达到极值时,光束波前畸变达到最小<sup>[24~26]</sup>。理想情况下,光束净化能够将激光波前校正为等相位的平面,即能够实现高阶高斯光束内部波前  $0-\pi$  相位差的补偿。本课题组基于随机并行梯度下降(SPGD)算法对高阶高斯光束的光束净化进行了理论和实验研究,并利用中国科学院光电技术研究所生产的 37 单元变形镜自适应光学系统初步实现了高阶模式内部  $0-\pi$  相位的补偿。图 3 给出了  $TEM_{11}$  模式典型的数值模拟和实验结果。图 3(a)是利用 64 单元活塞式变形镜仿真的结果,仿真中利用 PIB 作为性能评价函数,图示的曲线为性能评价函数随着算法迭代的演化过程。图中同时给出了校正前后远场的光强和校正所使用的补偿相位分布。图 3(b)为利用高阶模式的 He-Ne 激光进行光束净化的实验结果,图中给出了性能评价函数变换曲线、近场光强分布和校正前后的远场光强分布。对比图 3(a)和(b)可知,实验结果与

理论仿真吻合较好。理论和实验都表明,利用优化自适应光学的光束净化能够有效地补偿高阶高斯光

束内部的  $0-\pi$  相位差,为基于波前补偿的高阶高斯光束相干合成提供了技术支撑。

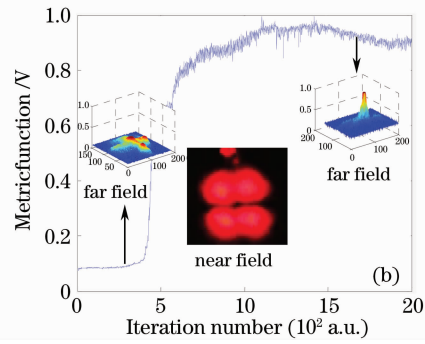
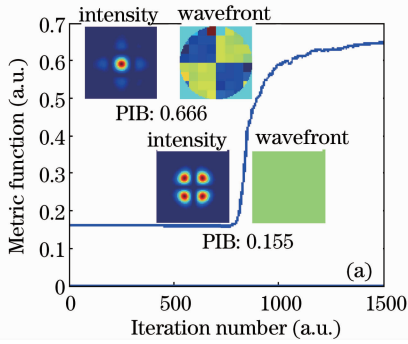


图3 TEM<sub>11</sub>模光束净化仿真与实验结果。(a)仿真结果,(b)实验结果

Fig. 3 Simulation and experimental results of beam cleanup of TEM<sub>11</sub> mode laser. (a) simulation results, (b) experimental results

### 3 有无波前补偿时高阶高斯光束相干合成的数值模拟

为了研究波前补偿前后的相干合成效果,对 TEM<sub>11</sub> 和 TEM<sub>22</sub> 模式厄米高阶高斯光束两路一维排布和四路二维矩形排布的情况进行了数值模拟。为了简化计算,仿真中不考虑光束净化对波前补偿的残差,即认为光束净化能够完全补偿高斯光束内部的  $0-\pi$  相位差。仿真结果如图 4 所示,图中给出了合成光束的近场排布、有无波前补偿时的 1 倍衍

射极限内的 PIB 曲线和波前补偿前后远场合成光强分布。其中图 4(a),(c) 分别为 TEM<sub>11</sub> 模的两路和四路相干合成的结果,图 4(b),(d) 分别为 TEM<sub>22</sub> 模的两路和四路相干合成的结果。由仿真结果可知,波前补偿前,相干合成得到的远场光斑较为弥散,光斑中心能量较小;波前补偿后,相干合成远场能量大部分集中到光斑中心,主瓣能量得到了显著的提高。波前补偿后,TEM<sub>11</sub> 模的两路和四路相干合成远场 1 倍衍射极限内的能量分别提高了 369 倍(PIB 从  $9.2 \times 10^{-4}$  提高到 0.34)和 1000 倍(PIB 从

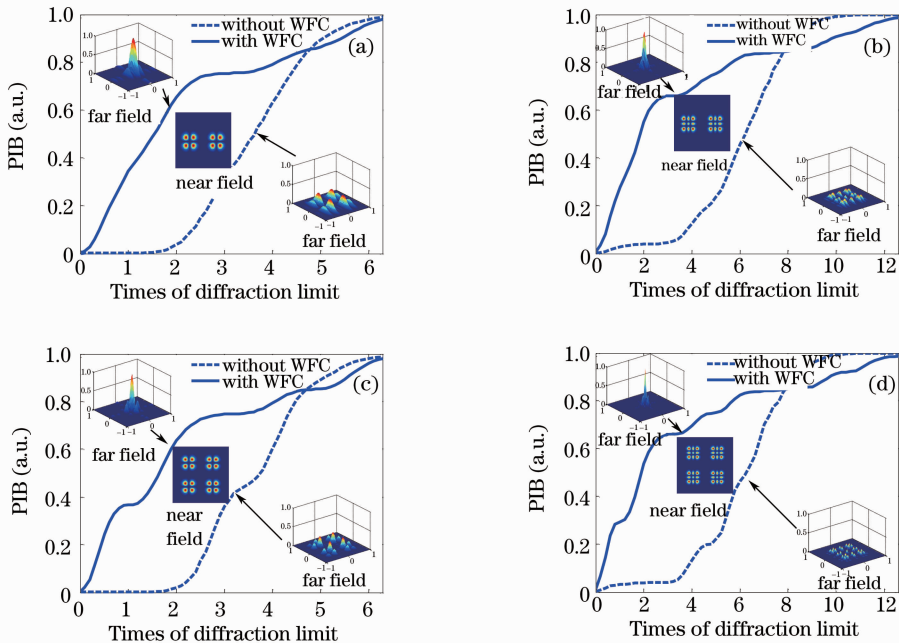


图4 高阶高斯光束波前补偿前后相干合成的仿真结果。TEM<sub>11</sub>模两路(a)四路(c)相干合成,TEM<sub>22</sub>模两路(b)四路(d)相干合成

Fig. 4 Simulation results of coherent combining of high-order mode with and without wave front compensation. TEM<sub>11</sub> mode with two (a) and four (c) lasers beams, TEM<sub>22</sub> mode with two (b) and four (d) lasers beams

$3.7 \times 10^{-4}$  提高到 0.37); TEM<sub>22</sub> 模的两路和四路相干合成远场 1 倍衍射极限内的能量分别提高了 10 倍(PIB 从 0.0272 提高到至 0.275)和 9.7 倍(PIB 从 0.03 提高到 0.29)。TEM<sub>11</sub> 的主瓣能量较 TEM<sub>22</sub> 模主瓣能量提高倍数大得多。以两路合成为例,对于 TEM<sub>11</sub> 模光束的相干合成,两路光束相邻模瓣之间的相位差都为  $\pi$ ,使得远场合成为异相模,光斑中心基本上没有能量;而 TEM<sub>22</sub> 模光束的相干合成,两路光束两个相邻模瓣之间的相位差为 0,使得远场合存在同相模成分,光斑中心有一部分能量,因此 TEM<sub>11</sub> 的主瓣能量较 TEM<sub>22</sub> 模主瓣能量提高倍数大得多。

从仿真结果可知,基于波前补偿的相干合成能够将合成光束主瓣能量提高 1 个量级以上(对于相邻两个光束完全异相的情况,能够提高 2 个量级到 3 个量级)。这里仿真了厄米-高斯光束波前补偿前后的相干合成情况,实际上,对于拉盖尔-高斯光束有类似的结论,限于篇幅,这里不再赘述。

综上所述,基于波前补偿的高阶光束相干合成,不仅能够得到比基模光束相干合成更高的合成功率,还能获得较无波前补偿的高阶光束合成更好的光束质量和更高的桶中功率,具有无内部  $0-\pi$  相位补偿的高阶光束相干合成所不具有的显著优点。但是该方案也存在一些问题,一方面由于单纯高阶光束产生可能较为复杂,输出极限功率受限于模式选择器件;另一方面,当高阶光束阶数较高时,对波前补偿器件的空间分辨率要求较高。随着高功率模式选择器件(高功率液晶空间光调制器等相位屏)和高分辨率波前校正器(MEMS 变形镜、相位型液晶空间光调制器,液晶空间光调制器目前分辨率可达  $1024 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$ )的发展,单纯高阶光束输出极限功率将会得到极大的提高,优化式自适应光学对高阶高斯光束的波前补偿能力将得到有效的补偿,基于波前补偿的高阶光束相干合成中的问题能够得到较好的解决。

## 4 结 论

考虑到激光器工作在高阶模式时比基模时有更高的输出功率,提出了基于波前补偿的高阶高斯光束相干合成。对高阶高斯光束的光束净化进行了初步的理论和实验研究,验证了光束净化补偿高阶高斯光束内部相位的可行性。对波前补偿前后的厄米-高斯光束高阶高斯光束相干合成进行了数模模拟,结果表明,波前补偿后相干合成远场主瓣能量能

够较无波前补偿情况下合成主瓣能量提高 1 个量级以上。基于波前补偿的高阶高斯光束相干合成,能够在保证基模光束相干合成光束质量的同时,获得比基模光束相干合成更高的功率输出,随着高功率模式选择器件和高分辨率波前校正器的发展,该方案有望成为高功率高亮度相干合成的一种新技术途径。

## 参 考 文 献

- 1 T. M. Shay, V. Benham, J. T. Baker *et al.*. First experimental demonstration of self-synchronous phase locking of an optical array [J]. *Opt. Express*, 2006, **14**(25): 12015~12021
- 2 B. He, Q. Lou, J. Zhou *et al.*. High power coherent beam combination from two fiber lasers [J]. *Opt. Express*, 2006, **14**(7): 2721~2726
- 3 He Bing, Lou Qihong, Zhou Jun *et al.*. Coherent output power of 60 W from two large-core double-cladding fiber lasers [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(8): 1279~1280  
何 兵, 楼祺洪, 周 军 等. 两根大芯双包层光纤激光器获得 60 W 相干输出 [J]. *光学学报*, 2006, **26**(8): 1279~1280
- 4 M. A. Vorontsov, T. Weyrauch, L. A. Beresnev *et al.*. Adaptive array of phase-locked fiber collimators analysis and experimental demonstration [J]. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 2009, **15**(2): 269~280
- 5 P. Zhou, Y. Ma, X. Wang *et al.*. Coherent beam combination of three two-tone fiber amplifiers using stochastic parallel gradient descent algorithm [J]. *Opt. Lett.*, 2009, **34**(19): 2939~2941
- 6 P. Zhou, Z. Liu, X. Wang *et al.*. Coherent beam combining of fiber amplifiers using stochastic parallel gradient descent algorithm and its application [J]. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 2009, **15**(2): 248~256
- 7 Liu Zejin, Zhou Pu, Hou Jing *et al.*. Research of coherent beam combining using actively phase-controlling [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(3): 518~524  
刘泽金, 周 朴, 侯 静 等. 主动相位控制光纤激光相干合成的研究 [J]. *中国激光*, 2009, **36**(3): 518~524
- 8 Zhou Pu, Wang Xiaolin, Ma Yanxin *et al.*. Phase locking of sixteen laser beams using stochastic parallel gradient descent algorithm [J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(2): 367~369  
周 朴, 王小林, 马阎星 等. 随机并行梯度下降算法实现 16 路光纤激光相位锁定 [J]. *中国激光*, 2010, **37**(2): 367~369
- 9 Liu Zejin, Hou Jing, Xu Xiaojun *et al.*. Research progress of laser beam combining [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(11): 2273~2279  
刘泽金, 侯 静, 许晓军 等. 激光相干合成的研究进展 [J]. *中国激光*, 2009, **36**(11): 2273~2279
- 10 P. Zhou, Z. Chen, X. Wang *et al.*. Tolerance on tilt error for coherent combining of fiber lasers [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2009, **7**(1): 39~42
- 11 A. Ishaaya, N. Davidson, A. Friesem. Very high-order pure Laguerre-Gaussian mode selection in a passive Q-switched Nd:YAG laser [J]. *Opt. Express*, 2005, **13**(13): 4952~4962
- 12 V. Eckhouse, M. Fridman, N. Davidson *et al.*. Phase locking and coherent combining of high-order-mode fiber lasers [J]. *Opt. Lett.*, 2008, **33**(18): 2134~2136
- 13 A. A. Ishaaya, V. Eckhouse, L. Shimshi *et al.*. Intracavity coherent addition of single high-order modes [J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(14): 1770~1772
- 14 V. Jolivet, P. Bourdon, B. Bennai *et al.*. Beam shaping of single-mode and multimode fiber amplifier arrays for propagation through atmospheric turbulence [J]. *IEEE J. Sel. Top.*

- Quantum Electron.*, 2009, **15**(2): 257~268
- 15 Feng Guang, Cao Xiangjie, Shang Weidong *et al.*. Effect of higher order modes of fiber laser on the characteristics of coherent combination [J]. *Laser Technology*, 2009, **33**(5): 555~560  
冯光, 曹祥杰, 尚卫东等. 光纤激光器高阶模式对相干合成特性影响分析[J]. *激光技术*, 2009, **33**(5): 555~560
- 16 G. Machavariani. Effect of phase imperfections on high-order mode selection with intracavity phase elements[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(34): 6328~6333
- 17 R. Rabinovici, A. A. Ishaaya, I. Peer *et al.*. Increasing output energy from a passively Q-switched Er:glass laser[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(30): 7426~7431
- 18 G. Machavariani, N. Davidson, Y. Lumer *et al.*. New methods of mode conversion and brightness enhancement in high-power lasers[C]. CLEO/Europe and IQEC 2007 Conference Digest, 2007. CA\_14
- 19 A. A. Ishaaya, G. Machavariani, N. Davidson *et al.*. Conversion of a high-order mode beam into a nearly Gaussian beam by use of a single interferometric element[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(7): 504~506
- 20 G. Machavariani, N. Davidson, A. A. Ishaaya *et al.*. Improving the stability of longitudinal and transverse laser modes[J]. *Opt. Commun.*, 2004, **239**(1-3): 147~151
- 21 A. E. Siegman. Binary phase plates cannot improve laser beam quality[J]. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(9): 675~677
- 22 G. Machavariani, Y. Lumer, I. Moshe *et al.*. Efficient conversion of a radially polarized beam to a nearly Gaussian beam [J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(8): 924~926
- 23 R. A. Muller, A. Buffington. Real-time correction of atmospherically degraded telescope images through image sharpening[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1974, **9**: 1200~1210
- 24 Yang Huizhen. Adaptive Optics Without a Sensor Based on Stochastic Parallel Gradient Descent Algorithm and its Applications[D]. Chengdu: Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Institute of Optoelectronics Chinese Academy of Sciences, 2008  
杨慧珍. 无波前探测自适应光学随机并行优化控制算法及其应用研究[D]. 成都: 中国科学院成都光电所中国科学院研究生院, 2008
- 25 Wang Sanhong, Liang Yonghui, Long Xuejun *et al.*. Multilevel wavefront correction technique based on stochastic parallel gradient descent algorithm [J]. *Chinese J. Lasers.*, 2009, **36**(5): 1091~1096  
王三宏, 梁永辉, 龙学军等. 基于随机并行梯度下降算法的多级波前校正技术[J]. *中国激光*, 2009, **36**(5): 1091~1096
- 26 P. Yang, Y. Ning, X. Lei *et al.*. Enhancement of the beam quality of non-uniform output slab laser amplifier with a 39-actuator rectangular piezoelectric deformable mirror [J]. *Opt. Express*, 2010, **18**(7): 7121~7130