

文章编号: 0258-7025(2010)12-3019-06

光子在高散射媒质中传输特性的蒙特-卡罗模拟

夏辉 林旭 肖元元 庞如意 苗彩霞

(中南大学物理科学与技术学院, 湖南长沙 410083)

摘要 为研究光子在高散射媒质中的传输特性,将高散射媒质等效为离散的球形散射体集合。在蒙特-卡罗方法的基础上,提出一种新的椭圆算法来确定高散射媒质中散射点的分布。根据米氏散射理论和光子辐射输运方程,结合模拟解析得到的散射点的分布,不同粒径、不同光程下光子散射阶数的分布以及不同散射阶数的散射光强分布,从而实现光子在高散射媒质中动态特性的数值解析。数值解析结果表明光子在高散射媒质中的传输过程本质上是光子的复散射过程,这种数值解析方法能有效解析高散射媒质中光子从单散射到复散射全光程的动态传输特性。

关键词 散射;蒙特-卡罗方法;米氏理论;辐射输运方程;散射点分布;散射光谱

中图分类号 0242.2; TNO12 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20103712.3019

Monte-Carlo Simulation of Photon's Transport Properties in Highly Scattering Media

Xia Hui Lin Xu Xiao Yuanyuan Pang Ruyi Miao Caixia

(School of Physical Science and Technology, Central South University, Changsha, Hunan 410083, China)

Abstract The discrete equivalent spherical scatterers aggregate model is developed to investigate the photon's transport characteristics in highly scattering media. Based on Monte-Carlo method, we propose a new ellipse algorithm to determine the scattering point distributions. According to Mie theory and the radiative transfer equation, combined with the obtained scattering point distributions, path-length dependent scattering order distribution and scattering intensity in different scattering orders with different particle sizes are numerically calculated. The results show that the photon's transport in highly media is essentially a multiple scattering process. The numerical algorithm can be used effectively to analyze dynamic scattering properties of scattered light from single-scattering to multiple-scattering regime.

Key words scattering; Monte-Carlo method; Mie theory; radiative-transfer equation; scattering point distribution; scattering spectrum

1 引言

对于光在高散射媒质中的传输,利用超短脉冲激光或者是低相干光源组成的低相干干涉计^[1,2],从实验上可以探测到传输了不同光程的动态散射光谱,从而实现可分割光程的动态散射光谱的测量。随着散射光经历光程的变化,探测到散射光的动态性质涵盖了从单散射到复散射的整个领域。在其解

析理论方面,对于与光传播的平均自由程相比较特别短的传输区域,实验已经证实单散射光占主导地位,因而可用单散射理论来解析实验数据,得到散射媒质的动态信息。对于经历了充分复散射的长光程的扩散波散射区域,扩散波波谱(DWS)理论预测的结果与实验结果一致^[3]。而对介于单散射与扩散波散射之间的区域,光的传输过程仅仅为复散射而不

收稿日期: 2010-06-10; 收到修改稿日期: 2010-08-27

基金项目: 国家自然科学基金(60708014)、湖南省自然科学基金(09JJ5003)和中南大学研究生教育创新工程基金(2009ssxt133)资助课题。

作者简介: 夏辉(1973—),男,博士,副教授,主要从事激光动态光散射技术、生物医学光检测及纳米材料的光学检测等方面的研究。E-mail: xhui73@mail.csu.edu.cn

能近似地看成扩散散射过程,因此散射光的动态特性既不能用单散射理论也不能用 DWS 理论来解析。对此区域目前还没有一个有效的解析方法。

本文主要利用蒙特-卡罗模拟方法来研究光子在高散射媒质中的传输特性,在蒙特-卡罗模拟过程中,提出一种新的椭圆算法来确定散射媒质中散射点的分布。利用经典的米氏散射理论及辐射输运方程,结合光子在散射媒质中的传输模型及散射点的分布,得到不同粒径、不同光程下的散射阶数分布及不同光程下不同散射阶数散射光强度的分布。为建立一种从单散射到复散射的全光程散射光特性的数值解析方法提供了新的思路。

2 散射体光散射的概率描述和光子传输模型

光源为超辐射发光二极管(SLD),波长 811 nm。由光源发出的平面单色光束,微观上可看作大量的光子流。光束与散射媒质的相互作用可以看作大量的光子与散射媒质随机碰撞统计的结果。光子在高散射媒质中的行为分为两个随机性的过程:散射和传输。光子被散射后在以散射体为中心的各个方向上呈不均匀分布,其分布可由米氏散射理论得出^[4~7]。

光子在散射媒质中的传输过程属于典型的输运问题,根据所采用的实验系统^[8],建立光子传输模型,如图 1 所示。假定球型散射体被限定在半无限大的区域中,且每个单独的散射体具有相同粒径。光子垂直入射于半无限散射介质中,在散射媒质中传输了光程 L ,经历了 n 次散射后,以与入射光相反的方向从散射媒质垂直射出。

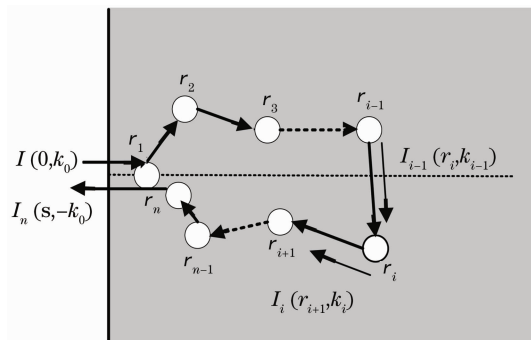


图 1 光子传输模型

Fig. 1 Schematic model of photon transport

在图 1 模型中,第 n 次散射光强度满足辐射输运方程

$$dI(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}})/dl = -\rho\sigma_t I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) + \rho\sigma_s \int_{4\pi} p(\hat{\mathbf{s}}, \hat{\mathbf{s}}') I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}') d\omega' + \epsilon(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}), \quad (1)$$

式中 $\rho, \sigma_s, \sigma_t, \omega$ 和 l 分别为散射体的密度、散射截面、衰减截面、立体角及光程。 $I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}})$, $p(\hat{\mathbf{s}}, \hat{\mathbf{s}}')$ 和 $\epsilon(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}})$ 分别为点 \mathbf{r} 处 $\hat{\mathbf{s}}$ 方向的强度、散射相函数和光源的具体强度。(1)式的一般解为

$$I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) = \rho\sigma_s \int_0^\infty \exp(-\rho\sigma_t l') \times \left[\int_{4\pi} p(\hat{\mathbf{s}}, \hat{\mathbf{s}}') I(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{s}}') d\omega' \right] dl'. \quad (2)$$

光子自由程 s 的分布函数: $p(s) = \sigma_t \exp(-\sigma_t s)$ 。这里用蒙特-卡罗方法直接进行抽样得到光子的传输自由程: $s = -\ln \xi / \sigma_t$, 其中 ξ 为 $[0, 1]$ 区间服从均匀分布的随机数。其平均自由程: $l_{\text{mfp}} = \sigma_t^{-1}$ 。

光子在传输过程中,它的能量会被部分吸收,即光子的权重 w 会减少,光子的初始权重为 1,新的权重 w' 满足 $w' = \sigma_s w / (\sigma_s + \sigma_a)$ 。在模拟过程中,两种情况下光子的传输会被终止:1)当光子的权重低于预先设定的阈值(如 10^{-6})时传输终止;2)光子从出射点返回并散射出散射媒质。

3 利用椭圆算法确定高散射媒质中散射点的分布

将总光程单位化, $\sum_{j=1}^n l_j = 1$ 。散射矢量的总和为

$$\sum_{j=1}^n q_j = k_n - k_0, \quad (3)$$

先利用 Matlab 程序产生一系列的随机数,而后从随机数中选取距离入射点最近和最远的点为椭圆的焦点,同时这两个焦点也是光子入射进散射介质后发生第一次散射和最后一次散射的位置。 $m(\theta)$ 为单颗粒散射的米氏散射相函数,对 $m(\theta)$ 进行归一化后的散射相函数记为 $p_{\text{Mie}}(\theta)$, 其表达式为 $p_{\text{Mie}}(\theta) =$

$$m(\theta) / \left[2\pi \int_0^\pi m(\theta) \sin \theta d\theta \right].$$

把散射角 θ 分为 n 等份,通过 $\sum_{i=0}^k p_{\text{Mie}}(\theta_i) < \xi < \sum_{i=0}^{k+1} p_{\text{Mie}}(\theta_i)$ ($0 \leq i, k \leq n$)

确定散射角的抽样值,这样即可由散射角方向确定在椭圆上的那个散射点,利用程序不断地循环确定散射点的分布。

对于图 2(a)中描述的单散射情况,散射点在入射光轴的 $1/2$ 深度,因为光程被标准化为 1,由(2)式得到单散射的强度为

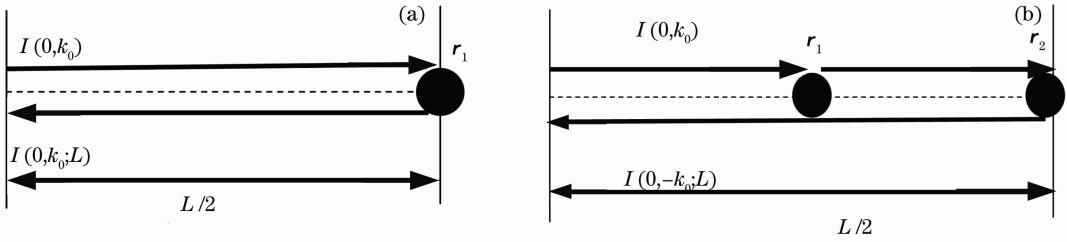


图 2 一阶(a)、二阶(b)散射事件的散射点的分布示意图

Fig. 2 Illustration of scattering points for the first (a) and the second-order (b) scattering cases

$$I_1(0, -k_0; L) = I_0(0, k_0)(\rho\sigma_s) \exp(-\rho\sigma_1 L) p(-k_0, k_0). \quad (4)$$

另一个点更近,光在此处前向散射。因此第二阶散射光的强度为

$$I_2(0, -k_0; L) = A_2 I_0(0, k_0)(\rho\sigma_s)^2 L \exp(-\rho\sigma_1 L), \quad (5)$$

第二阶散射如图 2(b)所示,第一或第二散射点应在入射光轴的 1/2 深度,在此处入射光背散射。

式中

$$A_2 = p(-k_0, k_0)p(k_0, k_0) \int_0^{1/2} d\tilde{l}_1 + p(k_0, k_0)p(-k_0, k_0) \int_0^{1/2} d\tilde{l}_2 = p(-k_0, k_0)p(k_0, k_0). \quad (6)$$

第三阶散射事件如图 3(a) 所示,第一个和最终散射点都位于入射光轴并在近 1/2 深度处。二次散射点位于通过 1/2 深度的椭圆体表面,这个椭圆体

的焦点为第一和最终的散射点。因为散射光程为单位长度,所有散射事件的散射方向都是自动决定的,因此第三阶散射光的强度为

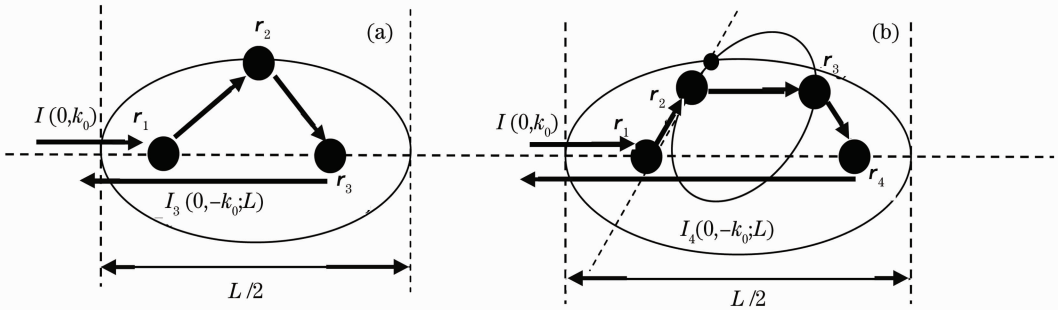


图 3 三阶(a)、四阶(b)散射事件散射点的分布示意图

Fig. 3 Illustration of scattering points for the third (a) and the fourth-order (b) scattering cases

$$I_3(0, -k_0; L) = A_3 I_0(0, k_0)(\rho\sigma_s)^3 L^2 \exp(-\rho\sigma_1 L), \quad (7)$$

式中

其中

$$A_3 = \int_0^{1/2} \int_0^{1/2} \int_{\omega_1} p(-k_0, k_2) \times p(k_2, k_1) p(k_1, k_0) d\omega_1 d\tilde{l}_1 d\tilde{l}_3. \quad (8)$$

$$A_4 = \int_0^{1/2} \int_0^{1/2} \int_{\tilde{l}_2} \int_{\omega_1} \int_{\omega_2} p(-k_0, k_3) p(k_3, k_2) p(k_2, k_1) \times p(k_1, k_0) d\omega_1 d\omega_2 d\tilde{l}_1 d\tilde{l}_2 d\tilde{l}_4, \quad (10)$$

第四阶散射如图 3(b) 所示,第一和最终散射点满足与第三阶同样的条件。第二个散射点在通过 1/2 深度的椭圆体中,这个椭圆体的焦点为第一和最终散射点。第三个散射点位于焦点为第二和最终散射点的椭圆体表面,且通过第一次散射方向和第一个椭圆体的交点。因此,第四阶散射光的强度为

关于 \tilde{l}_2 积分的上限是第一次散射方向和第一个椭圆体表面的交点。对于更高阶散射光,在同样程序中能决定所有散射点分布。故可得到从源点出射的光程为 L 的第 n 次散射光的强度为

$$I_n(0, -k_0; L) = I_0(0, k_0)(\rho\sigma_s)^n \times L^{n-1} \exp(-\rho\sigma_1 L) A_n, \quad (11)$$

$$I_4(0, -k_0; L) = A_4 I_0(0, k_0)(\rho\sigma_s)^4 L^3 \times \exp(-\rho\sigma_1 L), \quad (9)$$

其中

$$A_n = \int_{\tilde{l}_1} \dots \int_{\tilde{l}_n} \int_{\omega_1} \dots \int_{\omega_n} [\prod_{j=0}^{n-1} p(k_{j+1}, k_j)] \times d\omega_1 \dots d\omega_n d\tilde{l}_1 \dots d\tilde{l}_n. \quad (12)$$

由(12)式得知积分项 A_n 与总长度无关。一旦积分项 A_n 计算出,就能得出任何光程的散射光强度。

4 数值模拟结果及分析

4.1 散射点的分布

采用 Matlab 编程语言实现 3 节算法,根据理论

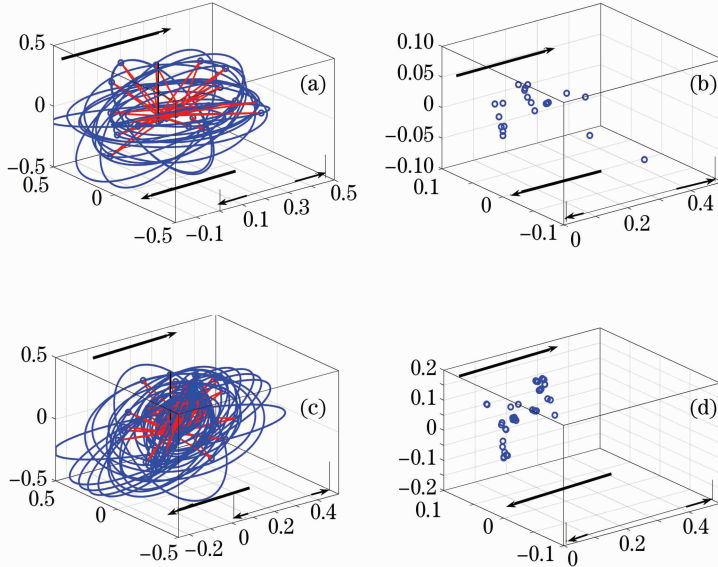


图 4 散射点可能分布图

Fig. 4 Illustration of scattering point distributions

一般的蒙特-卡罗方法是将散射过程简单地考虑为随机过程,将光子与球形颗粒的所有散射事件都考虑进去了。故一般的蒙特-卡罗方法沿各个散射方向都有透射光,考虑了所有散射事件以及全光程的可能性,即包括了从各个方向出射的散射光。而这里的模型中考虑仅为背散射光即从原入射光方向返回的光,故该理论模型为半无限的散射介质模型,只有从原出射点返回的背散射光才能被检测到,因而实现从特定的角入射、出射以及从特定位置而来的动态散射光的模拟。一般的蒙特-卡罗方法都考虑了所有散射事件以及全光程的可能性,因而对于从特定的角入射、出射以及从特定光程、特定位置而来的动态散射光的解析不是很有效^[9~13]。在采用蒙特-卡罗方法来模拟光在散射介质中的复散射过程的基础上,采用一种新的椭圆算法有效地解决了这一问题。

4.2 不同光程下的散射阶数分布

图 5 为颗粒直径为 100 nm 时,光程分别为 l , $3l$, $6l$, $9l$, $12l$, $15l$, $18l$, $21l$ 时散射阶数的分布图。竖直和水平轴分别表示第 n 次归一化的散射强度

模型,考虑 100 万个散射点,得到散射点在高散射介质中的可能位置分布。图 4 中(a),(c)分别为 20 和 50 个散射点时椭圆算法数值模拟确定散射点可能位置分布的示意图,实际中光子入射和出射均在同一点。图中箭头方向仅表示光子入射方向和出射方向,(b),(d)分别为 20 和 50 个散射点在半无限介质中的可能位置分布图。图中"o"代表散射点。

$I_n(L)/I(L)$ 和散射阶数 n 。从图可知,在高散射介质中当光程比平均自由光程短时,主要以单散射为主,复散射的影响非常小。而随着光程的增加,复散射的影响越来越重要,复散射逐渐占据主导地位。

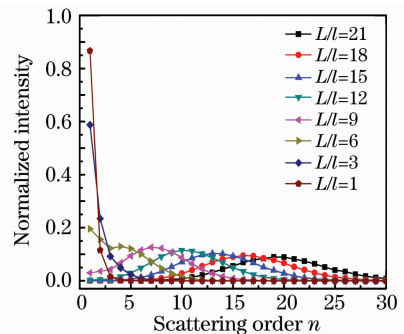


图 5 颗粒直径为 100 nm 时,不同光程下散射阶数的分布

Fig. 5 Scattering order distributions of different optical path lengths for particle diameter of 100 nm

泊松分布适合于描述单位时间内随机事件发生的概率,表示为

$$P(K) = \exp(-\alpha K) \frac{(\alpha K)^n}{n!}, \quad (13)$$

式中 $K=L/l$ 为泊松参量, L 为光程, l 为平均自由

程, α 为粒径参数。

图 6 为颗粒直径为 100 nm 时的泊松分布与散射阶数分布比较图,点实线为 K 分别为 3, 6, 9, 12, 15, 18 时的泊松分布,点虚曲线为光程 L 分别为 $l, 3l, 6l, 9l, 12l, 15l, 18l$ 时散射阶数分布图。由图可知,对于短的光程计算得出的结果不服从泊松分布,这是因为在蒙特-卡罗模拟方法的基础上,用椭圆算法来限制散射点的分布,每次散射事件的散射矢量都不再是不相关,而是相互关联的。随着光程的增加,计算出的散射点分布接近于泊松分布,这是因为随着散射事件数目的增加,散射点分布的严格限制降低了。传统的蒙特-卡罗方法都是建立在光子和颗粒的每次碰撞都与以前的碰撞无关的基础上,把光子的随机游走过程视为马尔科夫过程。显然,对于低阶散射事件,散射过程不相关的假设是不成立的,这是本文提出算法优于其他算法之处,这种蒙特-卡罗模拟方法更接近于真实的物理过程。

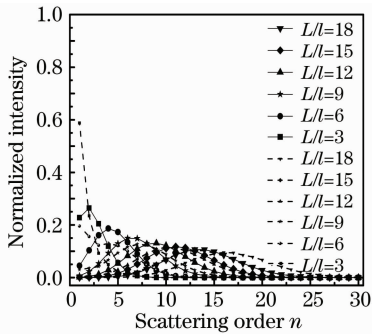


图 6 颗粒直径为 100 nm 时, 散射阶数分布和泊松分布比较图

Fig. 6 Scattering order distributions compared with Poisson distributions for particle diameter of 100 nm particle

从图 6 还能得出,第 n 阶散射光的最大强度出现在 n 倍平均自由光程处,这与第 n 阶散射光的平均自由程近似于 n 倍平均自由光程是一致的。而在实验上已经验证对于与光传播的平均自由程相比较特别短的传输区域,单散射光占主导地位^[2]。证实了本文中提出的蒙特-卡罗模拟方法的正确性。

图 7 为颗粒直径为 100, 200 和 300 nm 时,光程 L 分别为 $l, 4l, 7l$ 时散射阶数的分布图, 垂直轴和水平轴分别表示第 n 次归一化散射强度 $I_n(L)/I(L)$ 和散射阶数 n 。由图 7 可知,当颗粒粒径不同时,在短光程区域,相同的光程下颗粒越大受复散射影响越强,这和理论预测是完全一致的。因为颗粒越大其平均自由程越小,故在相同的光程时粒子越大复散射越强烈,这进一步证明了该模拟方法是有效的。

图 8 为入射光波长 811 nm, 散射球状颗粒的直

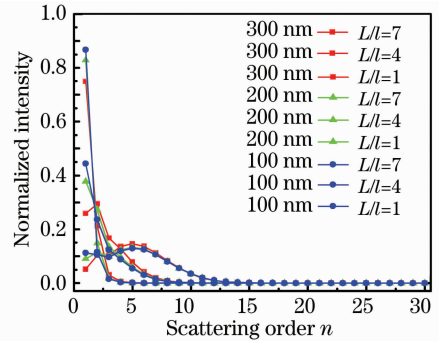


图 7 颗粒直径为 100, 200 和 300 nm 时,短光程区域内散射阶数的分布图

Fig. 7 Scattering order distributions of short optical path length for particle diameters of 100, 200 and 300 nm respectively

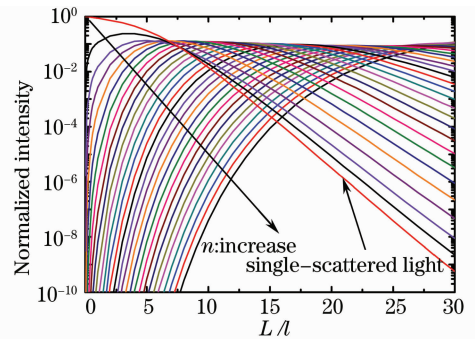


图 8 颗粒粒径为 100 nm 时的 1 到 30 阶散射光的强度
Fig. 8 Illustration of 1st to 30th scattered light intensity obtained by the numerical calculation for the particle diameter of 100 nm

5 结 论

光子在高散射媒质中的传输过程本质上是光的复散射过程。由于复散射的复杂性,且一般的蒙特-卡罗模拟方法对于从特定的角入射、出射以及从特定光程、特定位置而来的动态散射光的解析不是很有效。这里采用一种新的基于蒙特-卡罗方法的椭圆算法来确定散射点的分布,得到不同粒径不同光程下散射阶数的分布以及不同散射阶数的散射光强

分布,从而实现光子在高散射媒质中的动态特性的数值解析。模拟结果与理论预测进行比较证实了该模拟方法的有效性。在整个模拟过程中,光子经历了复散射的假设并不需要,因而从单散射到复散射的全光程领域都可以得到散射光特性精确的数值解析。

参 考 文 献

- 1 A. L. Petoukhova, W. Steenbergen, F. F. M. de Mul. Path-length distribution and path-length-resolved Doppler measurements of multiply scattered photons by use of low-coherence interferometry [J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(19): 1492~1494
- 2 K. Ishii, R. Yoshida, T. Iwai. Single-scattering spectroscopy for extremely dense colloidal suspensions by use of a low-coherence interferometry [J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(5): 555~557
- 3 D. J. Pine, D. A. Weitz. Diffusing wave spectroscopy [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1988, **60**(12): 1134~1137
- 4 Dong Zhe, Yang Xichen. Research of scattering intensity with spherical particles in laser cladding [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(5): 1296~1300
董 哲, 杨洗陈. 激光熔覆中球形粒子对激光散射强度的研究 [J]. *光学学报*, 2009, **29**(5): 1296~1300
- 5 K. Ishii, T. Iwai, S. Nakamura. Numerical analysis of a path-length-resolved spectrum of time-varying scattered light field [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2008, **25**(3): 718~724
- 6 A. Wax, C. Yang, R. R. Dasari. Path-length-resolved dynamic light scattering: modeling the transition from single to diffusive scattering [J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(24): 4222~4227
- 7 Shao Shiyong, Huang Yinbo, Wei Heili *et al.*. Phase function of prolate spheroidal mono-disperse aerosol particles [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(1): 108~113
邵士勇, 黄印博, 魏合理 等. 单分散长椭球形气溶胶粒子的散射相函数研究 [J]. *光学学报*, 2009, **29**(1): 108~113
- 8 Su Liping, Zhao Weijiang, Ren Deming *et al.*. Processing methods for laser scattering signals of bubbles [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(4): 814~818
苏丽萍, 赵卫疆, 任德明 等. 气泡激光散射信号处理方法 [J]. *中国激光*, 2009, **36**(4): 814~818
- 9 Zhou Wen, Cao Wenxi, Li Cai *et al.*. Spectral scattering property of phytoplankton calculated by absorption coefficient and size distribution [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(8): 1429~1433
周 雯, 曹文熙, 李 彩 等. 由吸收系数和粒度分布计算浮游植物的散射光谱特征 [J]. *光学学报*, 2008, **28**(8): 1429~1433
- 10 Li Mi, Xu Zheng. Light scattering characteristics of laser colloid [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(9): 2499~2502
李 密, 许 正. 激光溶胶的光散射特性 [J]. *光学学报*, 2009, **29**(9): 2499~2502
- 11 Yang Chunping, He Xiulan, Wu Jian. Numerical simulation of cirrus scattering with the monte carlo method [J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2009, **38**(1): 144~147
杨春平, 贺秀兰, 吴 健. 卷云散射的蒙特卡罗法模拟 [J]. *电子科技大学*, 2009, **38**(1): 144~147
- 12 Yun Tianliang, Zeng Nan, Li Wei *et al.*. Simulation and experiment of polarized light propagating in anisotropic tissue [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(7): 1926~1929
云天梁, 曾 楠, 李 伟 等. 各向异性生物组织中偏振光传输的模拟与实验 [J]. *光学学报*, 2009, **29**(7): 1926~1929
- 13 Luo Yunhan, He Zhonghai, Han Yonghui *et al.*. Investigation on path-length of photons migrating in turbid media [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(8): 1150~1154
罗云瀚, 贺忠海, 韩永辉 等. 混浊介质中光子的迁移程长研究 [J]. *中国激光*, 2005, **32**(8): 1150~1154