

文章编号: 0258-7025(2010)12-2975-05

基于动态 Allan 方差的机抖激光陀螺随机误差研究

魏 国 龙 兴 武

(国防科学技术大学光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要 为了更准确地评价高精度激光陀螺(RLG)的性能,提出了采用动态 Allan 方差(DAVAR)对高精度二频机械抖动激光陀螺实测数据进行分析的新方法。详细介绍了 DAVAR 的基本原理,并将其用于机抖激光陀螺随机误差的研究。结果表明,DAVAR 分析方法不仅能细化、辨识机抖陀螺各项随机误差,同时确定各项误差占总误差的比重,而且可以分析陀螺随机误差随时间变化的稳定性。与 Allan 方差分析方法相比,DAVAR 更为全面地表征了机抖激光陀螺的随机误差特性。

关键词 机抖激光陀螺;动态 Allan 方差;随机误差;Allan 方差

中图分类号 V 241.5⁺ 58 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20103712.2975

Research on Stochastic Errors of Dithered Ring Laser Gyroscope Based on Dynamic Allan Variance

Wei Guo Long Xingwu

(College of Optoelectronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract In order to evaluate the performance of high-accuracy ring laser gyroscope (RLG) more precisely, a new method of analyzing the collecting data of high-accuracy dithered RLG using dynamic Allan variance (DAVAR) is proposed. The theory of DAVAR is introduced in detail and applied in the study of stochastic errors in dithered RLG. The result shows that the analysis method of DAVAR can not only refine and identify RLG's stochastic error terms, while confirming the ratio of each error term to the overall error, but also analyze the stability of RLG's stochastic errors. Compared with Allan variance, DAVAR can represent the characterization of stochastic errors in RLG more completely.

Key words dithered ring laser gyroscope; dynamic Allan variance; stochastic errors; Allan variance

1 引 言

随着国产激光陀螺(RLG)的成熟,近年来激光陀螺捷联惯导系统的应用开始在我国蓬勃发展^[1~3]。为提高激光陀螺捷联惯导系统的导航精度,必须对激光陀螺的误差模型有深入的了解,并通过系统软件对相关误差项加以动态补偿^[4]。由于受机抖激光陀螺工作机理的影响和环境的干扰,激光陀螺的输出信号包含了许多确定和随机的误差项。

其随机误差主要包含量化噪声、角度随机游走、零偏不稳定性、角速率随机游走、速率斜坡和正弦分量,其中前三项通常被认为是激光陀螺性能指标的一部分^[5]。对于这些随机误差,常规的分析方法包括样本均值和方差、自相关函数和功率谱密度函数。一方面,计算样本均值和方差并不能揭示出潜在的误差源;另一方面,自相关函数和功率谱密度函数虽然分别从时域和频域描述了随机误差的统计特性,但

收稿日期: 2010-03-29; 收到修改稿日期: 2010-06-28

基金项目: 国防科技预研基金项目(51309050301)资助课题。

作者简介: 魏 国(1985—),男,博士研究生,主要从事激光在惯性导航技术中的应用研究。

E-mail: nudtweiguo@163.com

导师简介: 龙兴武(1958—),男,教授,博士生导师,主要从事激光陀螺及惯性技术方面的研究。

E-mail: xwlong110@sina.com

是在实际工作中通过对自相关函数和功率谱函数加以分析将随机误差分离出来是较困难的。

Allan 方差是 20 世纪 60 年代由美国国家标准局的 David Allan 提出的,它是一种基于时域的分析方法,不仅可以用来分析激光陀螺的随机误差特性,而且还可以应用于其他任何精密测量仪器,是 IEEE 公认的陀螺仪参数分析的标准方法^[6]。Allan 方差法的主要特点是能非常容易地对各种误差源及其整个噪声统计特性的贡献进行细致的表征和辨识,而且具有便于计算、易于分离等优点,但这种分析方法并不能对非平稳的随机过程进行表征。实际的误差信号,即使在短时间间隔内,信号也表现出不稳定性,况且在长时间内,被测信号会随着温度、湿度和其他器件物理性能的改变而变化。

动态 Allan 方差(DAVAR)是由 L. Galleani 等^[7,8]提出的一种用来测量原子钟时变稳定性的工具,它可以揭示受湿度变化、温度变化、辐射干扰、突然故障、老化等因素影响的原子钟平稳性的变化。从本质上讲,DAVAR 法是 Allan 方差法的扩展和完善。目前,DAVAR 已被用于伽利略实验卫星 GIOVE-A 和 GIOVE-B 的在板时钟监控,同时被美国海军研究实验室用来做成 CANVAS 时钟数据分析软件工具箱^[9]。

本文将 DAVAR 应用于本单位研制的二频机抖激光陀螺的随机误差研究,系统分析了机抖陀螺漂移误差的各个分项,并对恒温 and 变温两种情况下陀螺随机误差的平稳性变化进行了详细表征与对比。

2 Allan 方差法

Allan 方差是一种以平均时间为函数描述随机漂移误差均方根值的方法。设以采样时间 τ_0 对激光陀螺输出角速率 ω 进行采样,共采样 N 个点,把所获得的 N 个数据分别分成时间长度为 $\tau_0, 2\tau_0, \dots, m\tau_0$ [$m \leq (N-1)/2$] 的数组,则采样数据可以分为 l 组 ($l = N/m$),每一组的持续时间 $\tau = m\tau_0$ 称为相关时间,定义相邻数组角速率平均值之差的随机变量集合为

$$\Delta(t_r, \tau) = \bar{\omega}_{t_r+\tau} - \bar{\omega}_{t_r}, \quad (1)$$

式中 t_r 为分析时间点, $r = 1, 2, \dots, K-1$ 。由角速率测量值定义的 Allan 方差为

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle \Delta^2(t_r, \tau) \rangle = \frac{1}{2} \langle (\bar{\omega}_{t_r+\tau} - \bar{\omega}_{t_r})^2 \rangle, \quad (2)$$

式中 $\langle \rangle$ 表示求总体平均。Allan 方差的平方根 $\sigma_A(\tau)$ 通常被称为 Allan 标准差。由 Allan 方差的定义可以看出,它是激光陀螺稳定性的一个度量,它和影响陀螺性能的固有随机过程的统计特性有关。不同类型的随机过程通过不同的相关时间 τ 来检验,因此 Allan 方差提供了一种辨识数据中存在的不同噪声项的方法。

机抖激光陀螺的随机误差因素很多,直接从物理意义出发建立其随机误差模型比较困难,其突出的随机误差主要为:角随机游走、量化噪声、偏置不稳定性、速率随机游走、速率斜坡,误差系数分别用: N, Q, B, K, R 来表示^[10,11]。一般认为这些误差项是不相关的,则总的 Allan 方差为各项随机误差的平方和,即

$$\sigma_A^2(\tau) = \sigma_Q^2(\tau) + \sigma_N^2(\tau) + \sigma_B^2(\tau) + \sigma_K^2(\tau) + \sigma_R^2(\tau) = \frac{3Q^2}{\tau^2} + \frac{N^2}{\tau} + \frac{2\ln 2}{\pi} B^2 + \frac{K^2}{3} \tau + \frac{R^2}{2} \tau^2 = \sum_{n=2}^2 A_n \tau^n. \quad (3)$$

由(3)式提取相关时间 τ 的各项系数可得: $A_{-2} = 3Q^2, A_{-1} = N^2, A_0 = 2\ln 2/\pi, A_1 = K^2/3, A_2 = R^2/2$ 。则各项随机误差为

$$Q = \sqrt{A_{-2}/3}, N = \sqrt{A_{-1}}, B = 1.505 \sqrt{A_0}, K = \sqrt{3A_1}, R = \sqrt{2A_2}. \quad (4)$$

因此,对(3)式进行最小二乘拟合,得其拟合系数再根据(4)式计算,就可以得到陀螺的各随机误差项大小。表 1 给出了机抖陀螺主要的随机误差源及对应的 Allan 标准差。

表 1 机抖陀螺主要的随机误差源及对应的 Allan 标准差
Table 1 Main error sources of dithered RLG and corresponding Allan deviation

Type of noise	Parameter	Unit	Allan deviation / $[(^\circ)/h]$
Quantization noise	Q	μrad	$\sigma_Q = \sqrt{3}Q/\tau$
Angle random walk	N	$(^\circ)/\sqrt{h}$	$\sigma_N = N/\sqrt{\tau}$
Bias stability	B	$(^\circ)/h$	$\sigma_B = B/0.6648$
Rate random walk	K	$(^\circ)/(h \cdot \sqrt{h})$	$\sigma_K = K\sqrt{\tau}/\sqrt{3}$
Rate ramp	R	$(^\circ)/(h \cdot h)$	$\sigma_R = R\tau/2$

3 动态 Allan 方差法

动态 Allan 方差的目的是融合时间和 Allan 方差信息,假设代表一个物理量的随机信号 $x(t)$ 具有时变特性,可以在不同的时间段内重复估计信号的 Allan 方差,最后以三维图的形式表示,这样就能看出信号噪声的统计特性随时间的变化趋势^[12]。

求取 DAVAR 的具体步骤如下:1)固定一个分析时间点 $t=t_1$;2)以截断长度为 T ,中心点在 t_1 的矩形窗截断随机信号 $x(t)$;3)计算 Allan 标准差 $\sigma_A(t_1, \tau)$;4)选择另一个分析时间点,比如 $t=t_2$ (选择的时间点 t_2 应使截断数据与前一时间点 t_1 的截断数据交叠),重复步骤 2)和 3)。最终,Allan 标准差的集合 $\sigma_A(t_1, \tau), \dots, \sigma_A(t_M, \tau)$ 对应于不同的分析时间点 t_k 和不同的观测间隔 τ ,表征了随机信号 $x(t)$ 实时测量的稳定性。

考虑连续测量,首先在窗口区间 $(t-T/2) \leq t' \leq (t+T/2)$ 内使用矩形窗 $P_T(t)$ 对随机信号 $\omega(t')$ 截断,得到截断信号为

$$\omega_T(t, t') = \omega(t')P_T(t - t'), \quad (5)$$

$$P_T(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq T/2 \\ 0 & \text{others} \end{cases}, \quad (6)$$

式中 t 为矩形窗的中心。定义 Allan 窗 $h_\tau(t')$ 为

$$h_\tau(t') = \begin{cases} -\frac{1}{\tau} & 0 \leq t' < \tau \\ \frac{1}{\tau} & -\tau \leq t' < 0 \end{cases}. \quad (7)$$

通过对截断信号和 Allan 窗进行卷积建立一增量过程 $\Delta(t, t', \tau)$ 为

$$\Delta(t, t', \tau) = h_\tau(t') * \omega_T(t, t') = \int_{-\infty}^{+\infty} h_\tau(t' - t'')\omega_T(t, t'')dt''. \quad (8)$$

将(8)式代入(2)式得

$$\sigma^2(t, \tau) = \frac{1}{2} \langle \Delta^2(t, t', \tau) \rangle = \frac{1}{2(T-2\tau)} \int_{t-T/2+\tau}^{t+T/2-\tau} \Delta^2(t, t', \tau) dt'. \quad (9)$$

由于(9)式仍然是随机过程,因此定义其期望值为动态 Allan 方差

$$\sigma_D^2(t, \tau) = E[\sigma^2(t, \tau)]. \quad (10)$$

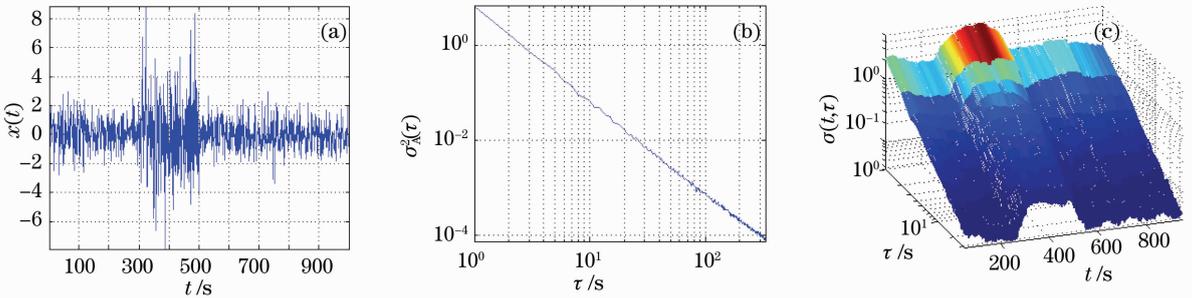


图 1 分段白噪声的 Allan 方差和 DAVAR 分析。(a)分段白噪声,(b) Allan 方差分析,(c) DAVAR 分析

Fig. 1 Allan variance and DAVRA analysis of piecewise white noise. (a) piecewise white noise,

(b) Allan variance analysis, (c) DAVAR analysis

同样,也定义 DAVAR 的平方根为动态 Allan 标准差(DADEV)。

为了验证 DAVAR 对随机噪声分析的有效性,分别对图 1(a)所示的有幅值突变的分段白噪声 $x(t)$ 进行 Allan 方差和 DAVAR 分析,结果如图 1(b)和(c)所示。对比图 1(b)和(c)可以看出,DAVAR 在时间轴上反映了噪声的突变,而 Allan 方差却无法反映这种变化。

4 实验结果及分析

在室温条件下,将本单位研制的一套机抖激光陀螺航海惯组固定在大理石台上,通电工作直至输出稳定后开始采样,采样频率为 1 Hz。为提高 DAVAR 的估计精度,采样时间长达 40 h。航海惯

组中两水平陀螺为 X 陀螺,Y 陀螺,天向陀螺为 Z 陀螺。图 2 为 X 陀螺采样输出的原始数据。图 3 为三个激光陀螺随机误差的 Allan 方差相对于相关

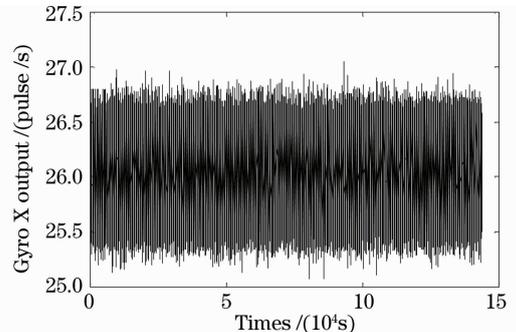


图 2 X 陀螺采样输出曲线

Fig. 2 Sampling curves of gyro X

时间的双数图。对图 3 中的 Allan 标准差与相关时间的双对数曲线进行最小二乘拟合可得各误差系数,从而得到激光陀螺的各项随机误差值,拟合结果如表 2 所示。

图 4 为三个陀螺室温条件下 DADEV 的分析。

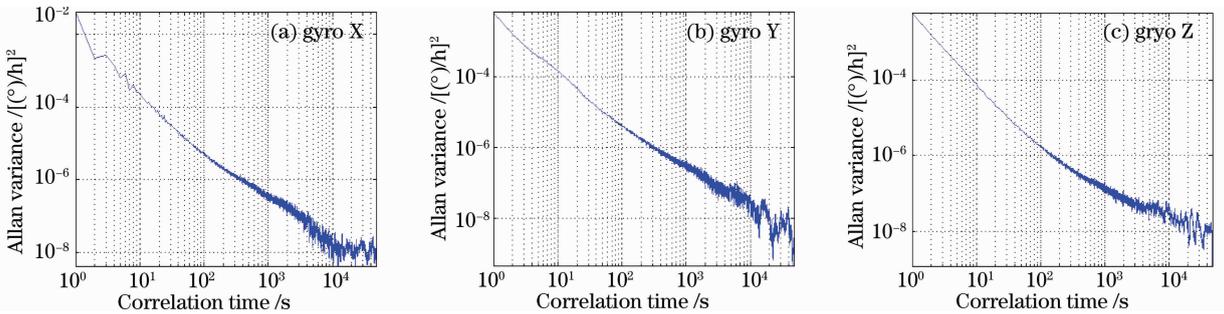


图 3 X,Y,Z 陀螺输出数据的 Allan 方差分析双对数图

Fig. 3 Double log figures of Allan variance analysis to gyro X, Y, Z

表 2 惯性测量单元中三个激光陀螺的主要误差项(室温条件下)

Table 2 Main error terms of three gyros in IMU (at room temperature)

Random error terms	$Q / (10^{-1} \mu\text{rad})$	$N / [10^{-4} (^\circ) / \sqrt{\text{h}}]$	$B / [10^{-4} (^\circ) / \text{h}]$	$K / [10^{-4} (^\circ) / (\text{h} \cdot \sqrt{\text{h}})]$	$R / [10^{-4} (^\circ) / (\text{h} \cdot \text{h})]$
Gyro X	6.294	9.661	9.987	9.917	8.296
Gyro Y	2.298	3.363	5.236	4.219	1.238
Gyro Z	2.157	2.488	8.249	9.184	3.341

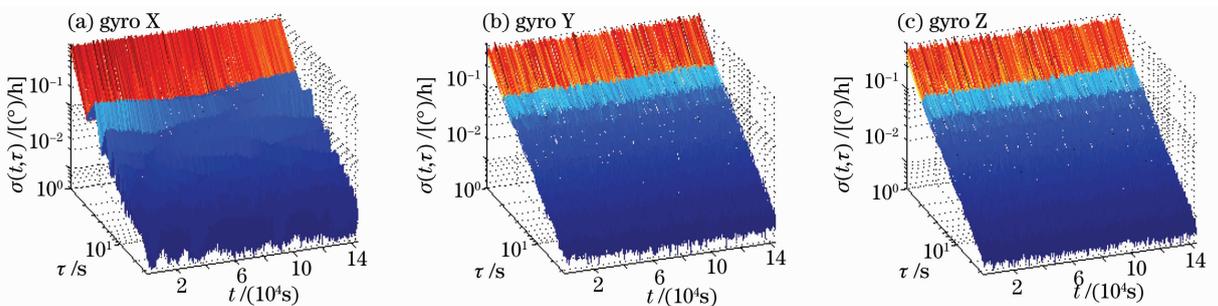


图 4 室温条件下 X,Y,Z 陀螺输出的 DADEV

Fig. 4 DADEV of the output data of gyro X, Y, Z at room temperature

由图 3 可以看出,X 陀螺在短相关时间内 Allan 方差的斜率变化较多,说明 X 陀螺受多种随机误差源的影响较为明显。由表 2 可以看出,三个陀螺的各随机误差项的大小均较小,说明了陀螺性能的良好。综合图 3 和表 2 可知,Allan 方差分析结果不包含陀螺随机误差随时间变化的平稳性信息。

由图 4 可以看出,室温环境下,X 陀螺各随机误差项的大小虽然与 Y 陀螺和 Z 陀螺相近,但其随机误差特性随着时间的变化有一定的起伏;相对而言,Y 陀螺和 Z 陀螺的随机误差特性相对平稳。由图 6 可以看出,变温条件下,X 陀螺和 Y 陀螺的随机误差特性随时间变化都有很明显的起伏,且随温度变

为了观察激光陀螺随机误差随温度的变化,改变环境温度,温度变化曲线如图 5 所示。同样对采样时间为 40 h 的变温条件下的陀螺实测数据进行 DAVAR 分析。图 6 为三个激光陀螺变温条件下 DADEV 的分析图。

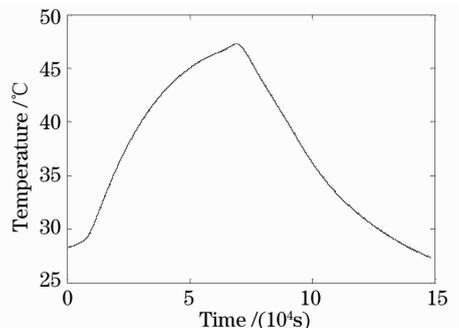


图 5 环境温度变化曲线

Fig. 5 Curve of the changing environmental temperature

化的起伏趋势是不一样的,而 Z 陀螺的随机误差特性保持平稳。综上所述,利用 DAVAR 分析三个机

抖激光陀螺的随机误差特性可知: X 陀螺随机误差特性在室温和变温情况下都有起伏,且在变温情况下起伏较大; Y 陀螺随机误差特性在室温下相对平

稳,而在变温情况下有明显起伏; Z 陀螺随机误差特性在室温和变温情况下都较平稳。

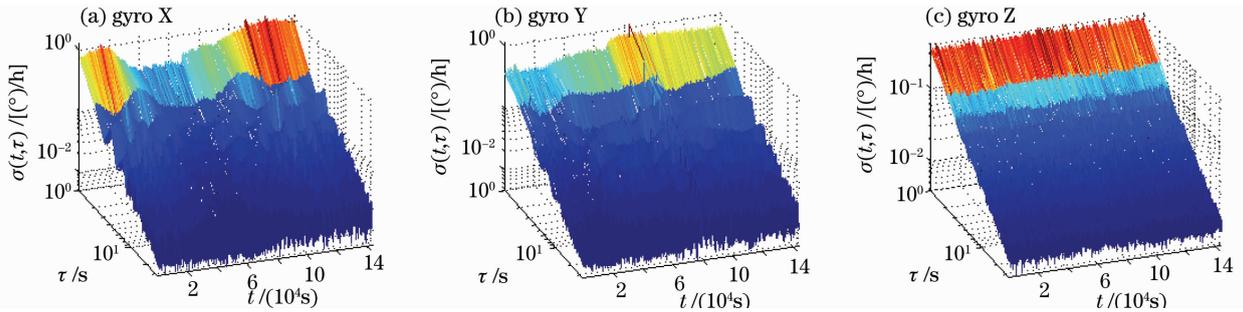


图 6 变温条件下 X, Y, Z 陀螺输出的 DADEV

Fig. 6 DADEV of the output data of gyro X, Y, Z under the condition of changing temperature

5 结 论

利用 DAVAR 对二频机抖激光陀螺静态输出数据进行分析,不仅有效分离了陀螺随机误差源的各项,通过拟合确定了各项误差的大小,并根据方差随时间的变化观察了方差信号的平稳性。实验证明,DAVAR 法较 Allan 方差法能够更全面地分析激光陀螺的随机误差,在准确评价高精度激光陀螺的可用性方面是一个比较有效的工具。

参 考 文 献

- Long Xingwu, Tang Jianxun, Wang Yu *et al.*. Development on ship's RLG inertial navigation system[C]. Proceedings of the 6th Annual Conference of Chinese Society of Inertial Technology, 2008, 15~23
龙兴武, 汤建勋, 王 宇 等. 船用激光陀螺惯导系统的研制[C]. 中国惯性技术学会第六届学术年会论文集, 2008, 15~23
- Zhan Dejun, Qin Shiqiao, Wang Shengshu *et al.*. Investigations on forward-reversal rotation asymmetry of rate biased laser gyro scale factor[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(8): 1995~1998
战德军, 秦石乔, 王省书 等. 速率偏频激光陀螺标度因数正反旋转不对称性的研究[J]. *中国激光*, 2009, **36**(8): 1995~1998
- Zhan Dejun, Qin Shiqiao, Wang Shengshu *et al.*. Harmonic measurement for laser gyro lock-in[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(4): 960~964
战德军, 秦石乔, 王省书 等. 激光陀螺锁区的谐波测量方法[J]. *光学学报*, 2009, **29**(4): 960~964
- Wang Xingshu, Huang Zongsheng, Zhou Pu *et al.*. Comparative

- study on digital filtering on the random drift of laser gyro[J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(11): 1547~1551
王省书, 黄宗升, 周朴 等. 激光陀螺随机漂移的数字滤波方法比较[J]. *中国激光*, 2006, **33**(11): 1547~1551
- IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Laser Gyros [S]. IEEE Std., 2006, 2006-647: 1~83
- N. El-Sheimy, H. Hou, X. Niu *et al.*. Analysis and modeling of inertial sensors using Allan variance[J]. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 2008, **57**(1): 140~149
- L. Galleani, P. Tavella. Tracking nonstationarities in clock noises using the dynamic Allan variance [C]. Proc. Joint FCS-PTTI Meeting, 2005, 392~396
- L. Galleani, P. Tavella. The characterization of clock behavior with the dynamic Allan variance[C]. Proc. IEEE FCS-EFTF, 2003, 5~8
- L. Galleani, P. Tavella. The dynamic Allan variance[J]. *IEEE Transaction on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2009, **56**(3): 450~464
- Hou Qingjian, Miao Dong. Random noise analysis of laser gyro in IMU[J]. *Tactical Missile Technology*, 2006, **7**(4): 72~75
侯青剑, 缪 栋. 惯性测量组合中激光陀螺随机噪声分析[J]. *战术导弹技术*, 2006, **7**(4): 72~75
- Ling Mingxiang, Zhang Shuxia. Ring laser random noise analysis and its performance characterization [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 1998, **6**(4): 51~55
凌明祥, 张树侠. 激光陀螺随机噪声分析及其性能评价[J]. *中国惯性技术学报*, 1998, **6**(4): 51~55
- L. Galleani. The dynamic Allan variance II: a fast computational algorithm[J]. *IEEE Transaction on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2010, **57**(1): 182~188