

文章编号: 0258-7025(2010)11-2849-06

# 湍流大气中部分相干双曲余弦高斯光束的 $M^2$ 因子

艾扬利<sup>1</sup> 但有全<sup>1</sup> 明德烈<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 中国民航飞行学院物理教研室, 四川 广汉 618307  
<sup>2</sup> 华中科技大学多谱信息处理技术国防科技重点实验室, 湖北 武汉 430074)

**摘要** 基于广义惠更斯-菲涅耳原理和维格纳分布函数的二阶矩方法, 推导出部分相干双曲余弦高斯(ChG)光束在湍流大气中的束宽、远场发散角和  $M^2$  因子的解析表达式。研究表明, 部分相干 ChG 光束在湍流大气中传输时, 均方根角宽度、 $M^2$  因子和相对  $M^2$  因子随着传输距离的增大而增大, 且与束腰宽度、波长、离心参数、相干参数及湍流强度等有关; 均方根角宽度随着光束离心参数的增大存在极小值。当传输距离较远时, 随着离心参数的增大,  $M^2$  因子存在极小值; 离心参数较大的光束受湍流的影响较小。

**关键词** 大气光学; 二阶矩;  $M^2$  因子; 部分相干双曲余弦高斯光束

**中图分类号** O436      **文献标识码** A      **doi:** 10.3788/CJL20103711.2849

## $M^2$ Factor of Partially Coherent Cosh-Gaussian Beams in Turbulent Atmosphere

Ai Yangli<sup>1</sup> Dan Youquan<sup>1</sup> Ming Delie<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Department of Physics, Civil Aviation Flight University of China, Guanghan, Sichuan 618307, China)  
<sup>2</sup> State Key Laboratory for Multi-Spectral Information Processing Technologies,  
Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China)

**Abstract** Based on the extended Huygens-Fresnel principle and the method of second moments of the Wigner distribution function, the analytical formulas for the root-mean-square (RMS) spatial width, the RMS angular width, and the  $M^2$ -factor of the partially coherent cosh-Gaussian (ChG) beam in turbulent atmosphere have been derived, which can be applied to cases of different spatial power spectra of the refractive index fluctuations of the turbulent atmosphere. It can be shown that the RMS angular width,  $M^2$  factor and relative  $M^2$  factor of a partially coherent ChG beam in turbulence increase with the propagation distance and depend on the waist width, wavelength, coherent parameter, decentered parameter, and spatial power spectrum of the refractive index fluctuations. The RMS angular width as a function of the decentered parameter has a minimum at any given propagation distance. For long propagation distance, the  $M^2$ -factor as a function of the decentered parameter also has a minimum, and the beams with a larger decentered parameter are less affected by the turbulence.

**Key words** atmospheric optics; second moments;  $M^2$  factor; partially coherent cosh-Gaussian beam

## 1 引言

1997 年, Casperson 等<sup>[1~3]</sup> 从 Helmholtz 方程出发, 在较为一般的情况下, 推导出了厄米-正弦类-高斯(HSG)解的存在, 并提出了用正弦类高斯光阑和光腔产生 HSG 光束的实验方法。作为 HSG 类光束特例的双曲余弦高斯(ChG)光束, 以及通过加入高斯项的空间相干度而引入的部分相干 ChG 光

束, 由于有许多的应用而受到广泛关注。

另一方面, 由于空间光通信、遥感等应用的需要, 人们对光束在大气湍流中的传输进行了大量的研究<sup>[4~8]</sup>, 其中关于完全相干或部分相干的 HSG 类光束(包括部分相干 ChG 光束)在平均光强、束宽、相干性和光谱频移等方面也有广泛的研究<sup>[9~17]</sup>, 然而, 为了容易得到解析结果, 人们采用了基于

收稿日期: 2009-12-28; 收到修改稿日期: 2010-06-03

基金项目: 航天支撑基金(20081397)和国家自然科学基金委员会与中国民用航空局联合资助项目(61079023)资助课题。

作者简介: 艾扬利(1977—), 女, 硕士, 讲师, 主要从事自由空间光通信方面的研究。E-mail: happyhap@163.com

Kolmogorov 湍流谱的 Rytov 相位结构函数的二次近似;季小玲等<sup>[18]</sup>还研究了一类可由非相干厄米-高斯模叠加而成的部分相干 ChG 光束通过大气湍流的光束扩展。这些研究的目的之一,就是要寻找那些受大气湍流影响尽可能小的光束<sup>[4,5]</sup>。已有研究指出,部分相干光束较相应的完全相干光束受大气湍流的影响更小<sup>[19]</sup>。众所周知,光束传输因子(即  $M^2$  因子)是激光束重要的特征参数,在很多实际应用中,常用来判断激光束的光束质量<sup>[20~22]</sup>。到目前为止,有关激光束在湍流大气中传输时的  $M^2$  因子的研究仅有少数几篇文献报道<sup>[23~26]</sup>。基于这些考虑,本文主要研究以完全相干 ChG 光束和高斯谢尔模型(GSM)光束为其特例且空间相干度为高斯型的部分相干 ChG 光束,在湍流大气中传输的  $M^2$  因子。根据广义惠更斯-菲涅耳原理和维格纳分布函数(WDF)的二阶矩方法,推导出部分相干 ChG 光束在湍流大气中传输时可应用于不同大气湍流功率谱的束宽、远场发散角和  $M^2$  因子的解析表达式。然后,用数值方法讨论了各种影响  $M^2$  因子的因素。

## 2 湍流中束宽、远场发散角和 $M^2$ 因子

在笛卡尔坐标系下,采用描述部分相干光的谢尔模型即引入高斯项的空间相干度,则部分相干 ChG 光束在  $z=0$  平面的交叉谱密度函数可表示为<sup>[14,15]</sup>

$$W(\boldsymbol{\rho}'_1, \boldsymbol{\rho}'_2; 0) = \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\rho}'_1 + \boldsymbol{\rho}'_2}{\omega_0^2}\right) \cosh(\Omega \boldsymbol{\rho}'_1 \cdot \boldsymbol{e}) \times \cosh(\Omega \boldsymbol{\rho}'_2 \cdot \boldsymbol{e}) \exp\left(-\frac{|\boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2|^2}{2\sigma_0^2}\right), \quad (1)$$

式中  $\omega_0$  为高斯部分的束腰宽度,  $\Omega$  为与双曲余弦部分有关的参数,  $\boldsymbol{\rho}' \equiv (x', y')$  为在  $z=0$  平面的二维位置矢量;  $\boldsymbol{e} \equiv \boldsymbol{x}' + \boldsymbol{y}'$ ,  $\boldsymbol{x}'$ ,  $\boldsymbol{y}'$  分别为源平面  $x, y$  方向的单位向量;  $\sigma_0$  为光束在  $z=0$  平面的空间相关长度。当  $\Omega=0$  时, (1) 式表示 GSM 光束。在  $\sigma_0 \rightarrow \infty$  的极限条件下, 部分相干 ChG 光束变为完全相干 ChG 光束。

利用广义惠更斯-菲涅耳原理的近轴形式, 可得部分相干光束在湍流大气中的交叉谱密度函数<sup>[4,24,25]</sup>

$$W(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_d; z) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \iint W(\boldsymbol{\rho}', \boldsymbol{\rho}'_d; 0) \times \exp\left[\frac{ik}{z}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}') \cdot (\boldsymbol{\rho}_d - \boldsymbol{\rho}'_d) - H(\boldsymbol{\rho}_d, \boldsymbol{\rho}'_d; z)\right] \times d^2 \boldsymbol{\rho}' d^2 \boldsymbol{\rho}'_d, \quad (2)$$

式中  $z$  为传输距离,  $k = 2\pi/\lambda$  为波数,  $\lambda$  为波长;

$\exp[-H(\boldsymbol{\rho}_d, \boldsymbol{\rho}'_d; z)]$  代表湍流效应,  $H$  的表达式可写为

$$H(\boldsymbol{\rho}_d, \boldsymbol{\rho}'_d; z) = 4\pi^2 k^2 z \int_0^1 d\xi \int_0^\infty \times [1 - J_0(\kappa |\boldsymbol{\rho}'_d \xi + (1 - \xi)\boldsymbol{\rho}_d|)] \Phi_n(\kappa) \kappa d\kappa, \quad (3)$$

式中  $J_0$  为第一类零阶贝塞尔函数,  $\Phi_n$  为湍流大气的折射率起伏空间功率谱密度。

此处, 已引入坐标变换

$$\boldsymbol{\rho}' = (\boldsymbol{\rho}'_1 + \boldsymbol{\rho}'_2)/2, \boldsymbol{\rho}'_d = \boldsymbol{\rho}'_1 - \boldsymbol{\rho}'_2, \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\rho} = (\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2)/2, \boldsymbol{\rho}_d = \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2. \quad (5)$$

WDF 特别适合处理部分相干光束。部分相干光束在湍流大气中传输的 WDF 可通过交叉谱密度函数  $W(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_d; z)$  的傅里叶变换得到<sup>[25]</sup>

$$h(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\theta}; z) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} W(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_d; z) \times \exp(-ik\boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{\rho}_d) d^2 \rho_d, \quad (6)$$

而 WDF 的  $n_1 + n_2 + m_1 + m_2$  阶矩可表示为<sup>[25]</sup>

$$\langle x^{n_1} y^{n_2} \theta_x^{m_1} \theta_y^{m_2} \rangle = \frac{1}{P} \iint x^{n_1} y^{n_2} \theta_x^{m_1} \theta_y^{m_2} h(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\theta}; z) d^2 \rho d^2 \theta, \quad (7)$$

式中  $P = \iint h(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\theta}; z) d^2 \rho d^2 \theta$  是光束的总功率。

利用(1), (2), (6)和(7)式并采用与文献[24, 25]中相似方法, 可计算出湍流大气中部分相干 ChG 光束的二阶矩为

$$\langle \boldsymbol{\rho}^2 \rangle = \frac{\omega_0^2}{2} [1 + \delta^2 - g(\delta)] + \frac{2}{k^2 \omega_0^2} \left[1 + \frac{1}{\alpha^2} - g(\delta)\right] z^2 + \frac{4}{3} T z^3, \quad (8)$$

$$\langle \boldsymbol{\theta}^2 \rangle = \frac{2}{k^2 \omega_0^2} \left[1 + \frac{1}{\alpha^2} - g(\delta)\right] + 4 T z, \quad (9)$$

$$\langle \boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{\theta} \rangle = \frac{2}{k^2 \omega_0^2} \left[1 + \frac{1}{\alpha^2} - g(\delta)\right] z + 2 T z^2, \quad (10)$$

式中

$$T = \pi^2 \int_0^\infty \Phi_n(\kappa) \kappa^3 d\kappa, \quad (11)$$

$$g(\delta) = \frac{\delta^2}{1 + \exp(\delta^2)}, \quad (12)$$

$T$  反映大气湍流的强弱,  $\alpha = \sigma_0/\omega_0$  为源面 ( $z=0$ ) 的相对相关长度,  $\delta = \Omega\omega_0$  为离心参数。

进一步, 根据激光束的均方根束宽和远场发散角的定义<sup>[24]</sup>, 可得部分相干 ChG 光束的束宽和远场发散角为

$$w(z) = \left\{ \frac{\omega_0^2}{2} [1 + \delta^2 - g(\delta)] + \frac{2}{k^2 \omega_0^2} \left[ 1 + \frac{1}{\alpha^2} - g(\delta) \right] z^2 + \frac{4}{3} T z^3 \right\}^{1/2}, \quad (13)$$

$$\theta(z) = \left\{ \frac{2}{k^2 \omega_0^2} \left[ 1 + \frac{1}{\alpha^2} - g(\delta) \right] + 4 T z \right\}^{1/2}. \quad (14)$$

当  $\alpha \rightarrow \infty$  时, (13), (14) 式表示完全相干 ChG 光束在湍流大气中传输时的光束束宽和远场发散角。由 (12) 式很容易证明当  $\delta \approx 1.131$  时,  $g(\delta)$  取最大值。于是, 由 (14) 式直接看出, 远场发散角随着离心参数的增加存在极小值。

类似地, 由 (8)~(10) 式以及三维部分相干光束的  $M^2$  因子定义<sup>[24]</sup>

$$M^2(z) = k \langle \rho^2 \rangle \langle \theta^2 \rangle - \langle \rho \cdot \theta \rangle^2, \quad (15)$$

经计算可得部分相干 ChG 光束在湍流大气中传输的  $M^2$  因子为

$$M^2(z) = \left\{ \left[ 1 + \delta^2 - \frac{\delta^2}{1 + \exp(\delta^2)} \right] \left[ 1 + \frac{1}{\alpha^2} - \frac{\delta^2}{1 + \exp(\delta^2)} \right] + 2k^2 \omega_0^2 \left[ 1 + \delta^2 - \frac{\delta^2}{1 + \exp(\delta^2)} \right] T z + \frac{8}{3\omega_0^2} \left[ 1 + \frac{1}{\alpha^2} - \frac{\delta^2}{1 + \exp(\delta^2)} \right] T z^3 + \frac{4}{3} k^2 T^2 z^4 \right\}^{1/2}. \quad (16)$$

当  $\alpha \rightarrow \infty$  时, (16) 式表征了完全相干 ChG 光束在湍流大气中传输的  $M^2$  因子。当  $\Omega = 0$  (即  $\delta = 0$ ) 时, (13), (14) 和 (16) 式代表了 GSM 光束在湍流大气中传输的均方根束宽、远场发散角和  $M^2$  因子的解析表达式, 且分别与文献<sup>[24]</sup>中的 (34), (35) 和 (43) 式完全相同。另外, 从 (12), (14) 式容易看出, 部分相干 ChG 光束的远场发散角比相应的 GSM 光束要小。

当  $\Omega = i\Omega_0$ , 且  $\Omega_0$  为实数时, (13), (14) 和 (16) 式表示部分相干余弦高斯光束在湍流大气中传输的均方根束宽、远场发散角和  $M^2$  因子的解析表达式。

为了方便比较, 引入相对  $M^2$  因子<sup>[24]</sup>, 则部分相干 ChG 光束在湍流大气中的相对  $M^2$  因子为

$$M_r^2(z) = M^2(z)/M^2(0) = \left\{ 1 + 2k^2 \omega_0^2 \left[ 1 + \frac{1}{\alpha^2} - \frac{\delta^2}{1 + \exp(\delta^2)} \right]^{-1} T z + \frac{8}{3\omega_0^2} \left[ 1 + \delta^2 - \frac{\delta^2}{1 + \exp(\delta^2)} \right]^{-1} T z^3 + \frac{4}{3} k^2 \left[ 1 + \delta^2 - \frac{\delta^2}{1 + \exp(\delta^2)} \right]^{-1} \left[ 1 + \frac{1}{\alpha^2} - \frac{\delta^2}{1 + \exp(\delta^2)} \right]^{-1} T^2 z^4 \right\}^{1/2}. \quad (17)$$

$M_r^2(z)$  越小, 湍流引起的  $M^2$  因子的增加就越小。因此, 可用  $M_r^2(z)$  定量比较光束参数 (比如  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\omega_0$ ) 变化时, 光束的  $M^2$  因子受湍流影响的大小。

由 (14), (16) 和 (17) 式不难看出, 部分相干 ChG 光束的均方根角宽度、 $M^2$  因子和相对  $M^2$  因子随着湍流大气中传输距离的增大而增大, 随着波长  $\lambda$  的增大而减小, 随着湍流强度  $T$  的增大而增大。

### 3 数值计算结果和分析

数值计算中的大气湍流功率谱选择 Tatarskii 谱<sup>[4]</sup>, 即

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033 C_n^2 \kappa^{-11/3} \exp\left(-\frac{\kappa^2}{\kappa_m^2}\right), \quad (18)$$

式中  $C_n^2$  为大气折射率结构常数,  $\kappa_m = 5.98/l_0$ ,  $l_0$  为湍流的内尺度。

把 (18) 式代入 (11) 式, 计算得表征湍流的特征参数  $T$  为

$$T = 0.1661 \pi^2 C_n^2 l_0^{-1/3}. \quad (19)$$

利用 (12), (14) 和 (19) 式进行数值计算, 典型结果如图 1 所示, 图中计算参数是  $C_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ ,  $l_0 = 1 \text{ mm}$ ,  $\omega_0 = 0.02 \text{ m}$ ,  $\lambda = 850 \text{ nm}$ ,  $\alpha = 1$ ,  $z = 1 \text{ km}$ 。图 1 给出部分相干 ChG 光束在湍流大气中传输时均方根角宽度随离心参数  $\delta$  的变化曲线。从图 1 可以看出, 当  $\delta \approx 1.131$  时, 均方根 (RMS) 角宽度存在极小值  $1.494 \times 10^{-5} \text{ rad}$ 。

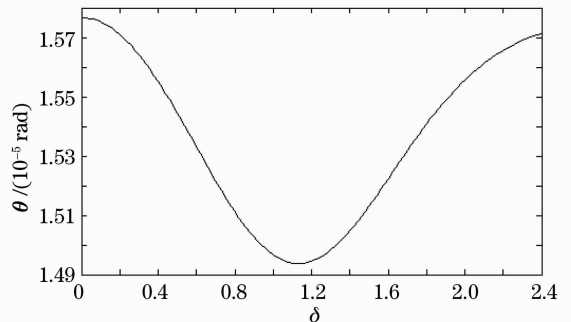
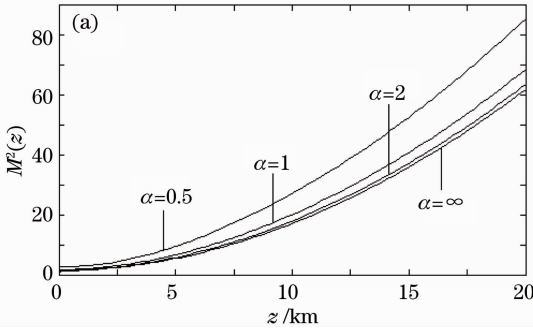


图 1 均方根角宽度随离心参数  $\delta$  的变化  
Fig. 1 RMS angular width versus the decentered parameter  $\delta$

基于(16),(17)和(19)式进行数值计算,即得到部分相干 ChG 光束在湍流大气中传输的  $M^2$  因子和相对  $M^2$  因子,典型结果如图 2~4 所示。

图 2 给出不同相干参数的部分相干 ChG 光束在湍流大气中传输时  $M^2$  因子和相对  $M^2$  因子关于传输距离  $z$  的变化。计算参数为  $C_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ ,



$l_0 = 1 \text{ mm}, \delta = 1, \omega_0 = 0.02 \text{ m}, \lambda = 850 \text{ nm}$ 。图 2 表明,  $M^2$  因子和相对  $M^2$  因子随着传输距离  $z$  的增大而迅速增大。另外,随着相干参数  $\alpha$  减小,  $M^2$  因子单调增大,而相对  $M^2$  因子却单调减小,所以空间相干性较差的部分相干 ChG 光束受湍流影响却较小。

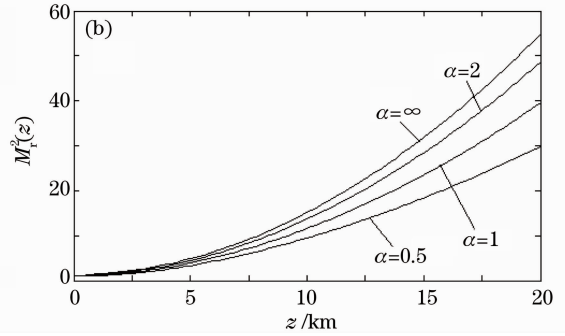


图 2  $M^2$  因子(a)和相对  $M^2$  因子(b)随传输距离  $z$  的变化

Fig. 2  $M^2$ -factor (a) and relative  $M^2$ -factor (b) versus the propagation distance  $z$

图 3 给出部分相干 ChG 光束在湍流大气中传输时  $M^2$  因子和相对  $M^2$  因子随束腰宽度  $\omega_0$  的变化曲线。计算参数是  $C_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}, l_0 = 1 \text{ mm}, \delta = 1, \lambda = 850 \text{ nm}, z = 1 \text{ km}, \alpha = 1$ 。从图 3 看出,随着  $\omega_0$  的增加,  $M^2$  因子和相对  $M^2$  因子都呈现先减小后增大的特点,即都存在极小值,其中  $M^2$  因子的最小值为 1.996,相对  $M^2$  因子的最小值为 1.153。实际上,由(16),(17)式不难证明,对任意传输距离,  $M^2$  因子和相对  $M^2$  因子随  $\omega_0$  的变化都存在极小值。

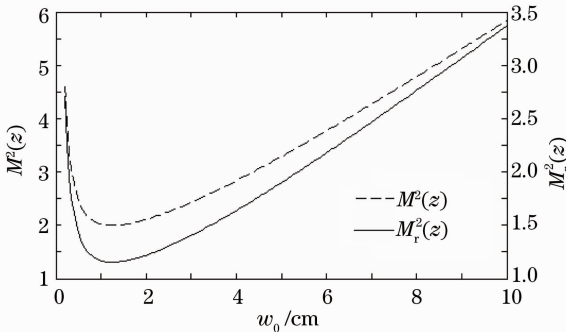
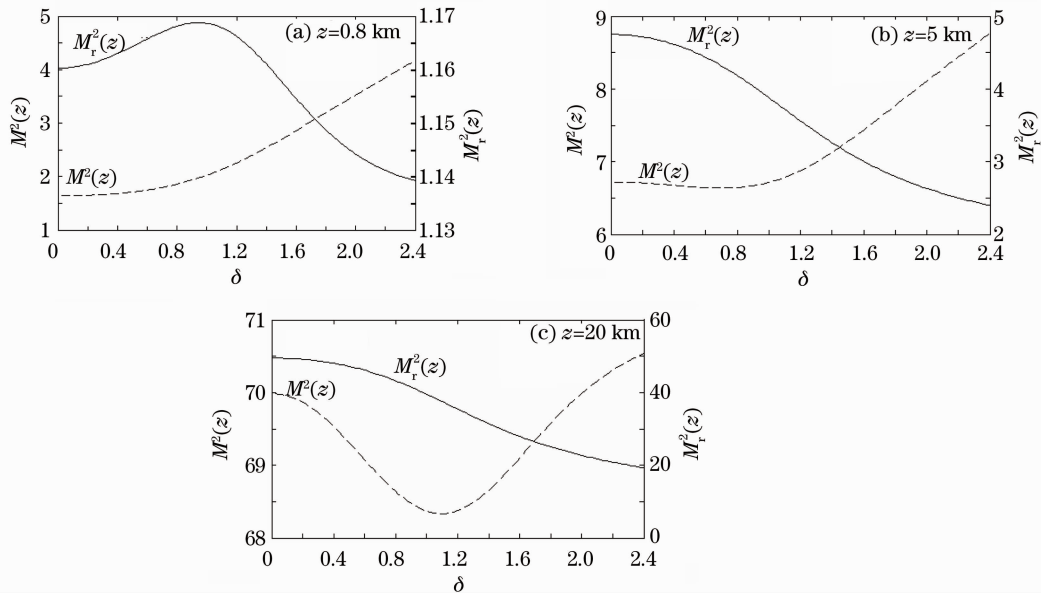


图 3  $M^2$  因子和相对  $M^2$  因子随束腰宽度  $\omega_0$  的变化

Fig. 3  $M^2$ -factor and relative  $M^2$ -factor versus the waist width  $\omega_0$

图 4 给出部分相干 ChG 光束在湍流大气中传输到不同的距离时,  $M^2$  因子和相对  $M^2$  因子随离心参数  $\delta$  的变化。计算参数是  $C_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}, l_0 = 1 \text{ mm}, \omega_0 = 0.02 \text{ m}, \lambda = 850 \text{ nm}, \alpha = 1$ 。图 4 表明,当传输距离较近即  $z = 0.8 \text{ km}$  时,  $M^2$  因子随着参

数  $\delta$  单调增加;当传输距离较远如  $z = 5 \text{ km}$  或  $z = 20 \text{ km}$  时,  $M^2$  因子随着参数  $\delta$  的增加存在极小值,且极小值分别约为 6.64, 68.33。图 4 亦显示,当传输距离较近即  $z = 0.8 \text{ km}$  时,相对  $M^2$  因子随着参数  $\delta$  的增加呈现先增大后减小的特点;但当传输距离接近或大于 1 倍瑞利(Rayleigh)距离( $\pi\omega_0^2/\lambda$ )后,相对  $M^2$  因子随着参数  $\delta$  的增加单调减小。可见,当传输距离较远时,离心参数值较大的部分相干 ChG 光束受大气湍流的影响较小。对此,结合(13),(14),(16)和(17)式从物理上可以这样解释:当传输距离  $z$  较小时,湍流效应弱即(16)式中  $Tz \approx 0$ ,  $M^2(z)$  因子几乎只由自由空间的  $M^2(0)$  因子决定,而  $M^2(0)$  就是随着离心参数  $\delta$  单调增加的,相对  $M^2$  因子约为 1,如图 4(a)所示;当传输距离  $z$  超过某一个值后,湍流效应开始明显,由于湍流大气中涡旋的衍射和散射,束腰宽度  $\omega(0)$  越大,自由空间远场发散角  $\theta(0)$  越大的光束受湍流的影响就越大,相应的  $M^2$  因子也越大[参见(16)式大括号中的第二、三项],这样当离心参数  $\delta$  由 0 逐渐增加时,由于部分相干 ChG 光束的  $\theta(0)$  先下降后回升到一个常量的极限值,同时部分相干 ChG 光束的束腰宽度  $\omega(0)$  单调增加,这两方面分别引起的  $M^2$  因子变化共同作用的结果最终导致该光束的  $M^2$  因子随着参数  $\delta$  的增加出现先下降后上升并出现极小值的现象,相对  $M^2$  因子随着参数  $\delta$  增加单调减小,如图 4(b)和(c)所示。

图 4  $M^2$  因子和相对  $M^2$  因子随离心参数  $\delta$  的变化Fig. 4  $M^2$ -factor and relative  $M^2$ -factor versus the decentered parameter  $\delta$ 

## 4 结 论

基于广义惠更斯-菲涅耳原理和维格纳分布函数的二阶矩方法,推导出部分相干 ChG 光束在湍流大气中的束宽、远场发散角和  $M^2$  因子的解析表达式,这些公式可适用于不同的大气湍流功率谱。研究表明部分相干 ChG 光束在湍流大气中传输时,均方根角宽度、 $M^2$  因子和相对  $M^2$  因子随着传输距离  $z$  的增大而增大;随着波长  $\lambda$  的增大而减小,随着湍流强度的增大而增大;均方根角宽度和  $M^2$  因子随着相干参数  $\alpha$  的增大单调减小,而相对  $M^2$  因子却单调增加,表明空间相干性越差的光束受湍流影响越小。均方根角宽度随着离心参数  $\delta$  的增加存在极小值。另外,部分相干 ChG 光束比相应的 GSM 光束的均方根角宽度要小。数值计算结果显示, $M^2$  因子和相对  $M^2$  因子随着束腰宽度的增加呈现先减小后增大的特征;当传输距离较近时, $M^2$  因子随离心参数  $\delta$  的增加单调增加,相对  $M^2$  因子则呈先增大后减小的特征;当传输距离较远时, $M^2$  因子随  $\delta$  的增加存在极小值,相对  $M^2$  因子则随  $\delta$  的增加单调减小,所以离心参数较大的部分相干 ChG 光束受湍流的影响较小。这些结果在自由空间光通信应用中,可能有助于对激光束及其参数的选择。

## 参 考 文 献

1 L. W. Casperson, D. G. Hall. Sinusoidal-Gaussian beams in complex optical systems [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, **14**(12), 3341~3348

2 L. W. Casperson, A. A. Tovar. Hermite-sinusoidal-Gaussian beams in complex optical systems[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(4): 954~961

3 A. A. Tovar, L. W. Casperson. Production and propagation of Hermite-sinusoidal Gaussian laser beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(9): 2425~2432

4 L. C. Andrews, R. L. Phillips. Laser Beam Propagation through Random Media[M]. 2nd ed. SPIE, Bellingham, 2005

5 G. Gbur, E. Wolf. Spreading of partially coherent beams in random media [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(8): 1592~1598

6 Ji Xiaoling, Zhang Tao, Chen Xiaowen *et al.*. Spectral properties of flat-topped beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(1): 12~16

季小玲, 张涛, 陈晓文等. 平顶光束通过湍流大气传输的光谱特性[J]. *光学学报*, 2008, **28**(1): 12~16

7 Ji Xiaoling, Chen Senhui, Li Xiaoqing. Polarization properties of partially coherent electromagnetic Hermite-Gaussian beams in atmospheric turbulence [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(1): 67~72

季小玲, 陈森会, 李晓庆. 部分相干电磁厄米-高斯光束通过湍流大气传输的偏振特性[J]. *中国激光*, 2008, **35**(1): 67~72

8 Ruizhong Rao. General optical scintillation in turbulent atmosphere [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2008, **6**(8): 547~549

9 H. T. Eyyuboglu, Y. Baykal, Y. Cai. Complex degree of coherence for partially coherent general beams in atmospheric turbulence[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, **24**(9): 2891~2901

10 H. T. Eyyuboglu, Y. Baykal, Y. Cai. Degree of polarization for partially coherent general beams in turbulent atmosphere [J]. *Appl. Phys. B*, 2007, **89**(1): 91~97

11 H. T. Eyyuboglu, Y. Cai, Y. Baykal. Spectral shifts of general beams in turbulent media [J]. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 2008, **10**(1): 015005

12 H. T. Eyyuboglu, Y. Baykal. Average intensity and spreading of cosh-Gaussian laser beams in the turbulent atmosphere [J]. *Appl. Opt.*, 2005, **44**(6): 976~983

13 X. Chu, Y. Ni, G. Zhou. Propagation of cosh-Gaussian beams diffracted by a circular aperture in turbulent atmosphere [J]. *Appl. Phys. B*, 2007, **87**(3): 547~552

- 14 A. Yang, E. Zhang, X. Ji *et al.*. Propagation properties of partially coherent Hermite-cosh-Gaussian beams through atmospheric turbulence [J]. *Opt. Laser Technol.*, 2009, **41**(6): 714~722
- 15 A. Yang, E. Zhang, X. Ji *et al.*. Angular spread of partially coherent Hermite-cosh-Gaussian beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(12): 8366~8383
- 16 Yang Ailin, Li Jinhong, Lü Baida. A comparative study of the beam-width spreading and angular spread in atmospheric turbulence[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(4): 2451~2460  
杨爱林, 李晋红, 吕百达. 大气湍流中光束束宽扩展和角扩展的比较研究[J]. *物理学报*, 2009, **58**(4): 2451~2460
- 17 Li Jinhong, Yang Ailin, Lü Baida. Evolution of average intensity distribution and angular spread of partially coherent Hermite-sinh-Gaussian beams propagating through turbulent atmosphere [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(1): 674~683  
李晋红, 杨爱林, 吕百达. 部分相干厄米-双曲正弦-高斯光束通过湍流大气传输的平均光强分布演化和角扩展[J]. *物理学报*, 2009, **58**(1): 674~683
- 18 Ji Xiaoling, Huang Taixing, Lü Baida. Spreading of partially coherent cosh-Gaussian beams propagating through turbulent atmosphere[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(2): 978~982  
季小玲, 黄太星, 吕百达. 部分相干双曲余弦高斯光束通过湍流大气的光束扩展[J]. *物理学报*, 2006, **55**(2): 978~982
- 19 J. Wu. Propagation of a Gaussian-Schell beam through turbulent media[J]. *J. Mod. Opt.*, 1990, **37**(4): 671~684
- 20 A. E. Siegman. New developments in laser resonators [C]. *SPIE*, 1990, **1224**: 2~14
- 21 Dan Youquan, Zhang Bin, Li Jinqun. Elegant Hermite-Gaussian coherent-mode representation of laser light[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(11): 2914~2919  
但有全, 张 彬, 李金全. 激光的复宗量厄米高斯相干模表示[J]. *中国激光*, 2009, **36**(11): 2914~2919
- 22 Qu Jun, Ding Peihong, Yuan Yangsheng *et al.*. Non-paraxial Hermite-sine-Gaussian beam character[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(5): 706~711  
屈 军, 丁培宏, 袁扬胜 等. 非傍轴厄米-正弦-高斯光束的特性[J]. *中国激光*, 2008, **35**(5): 706~711
- 23 M. H. Mahdeih. Numerical approach to laser beam propagation through turbulent atmosphere and evaluation of beam quality factor [J]. *Opt. Commun.*, 2008, **281**(13): 3395~3402
- 24 Y. Dan, B. Zhang. Beam propagation factor of partially coherent flat-topped beams in turbulent atmosphere[J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(20): 15563~15575
- 25 Y. Dan, B. Zhang. Second moments of partially coherent beams in atmospheric turbulence [J]. *Opt. Lett.*, 2009, **34**(5): 563~565
- 26 Y. Yuan, Y. Cai, J. Qu *et al.*.  $M^2$ -factor of coherent and partially coherent dark hollow beams propagating in turbulent atmosphere[J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(20): 17344~17356