

文章编号: 0258-7025(2009)Supplement 2-0341-05

# 光学稀疏孔径成像系统图像复原算法的点扩展函数分析

周智伟 王大勇 Claudia Van Rhoon 赵娟 万玉红 江竹青

(北京工业大学应用数理学院, 北京 100124)

**摘要** 光学稀疏孔径成像系统采用多个独立子望远镜按阵列排布来等效一个大口径望远镜,其直接输出图像需要进行后期数字图像处理以获得与等效口径望远镜直接成像质量相同的复原图像。在图像复原方法中,维纳滤波方法是最常使用的一种图像复原算法,这种方法需要系统的实际点扩展函数作为参数。然而对于一个大口径的光学稀疏孔径成像系统,其实际点扩展函数往往难以测量。相反,根据子望远镜的阵列排布形式可以非常容易地计算出系统的理想点扩展函数。通过理论推导和仿真实验分析了使用计算的点扩展函数代替实际的点扩展函数进行图像复原的可行性。

**关键词** 稀疏孔径;维纳滤波;点扩展函数;图像复原

中图分类号 TH751;O43 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL200936s2.0341

## Analysis of Point Spread Function in Image Restoration of Optical Sparse Aperture System

Zhou Zhiwei Wang Dayong Claudia Van Rhoon Zhao Juan Wan Yuhong Jiang Zhuqing

(College of Applied Science, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**Abstract** The digital post-processing is needed to restore the image of high quality from the blurring image output directly from optical sparse aperture imaging systems. The common method for post-processing is the Wiener filter, where the important parameter is the point spread function (PSF) which should be known. The Wiener filter will deconvolve the convolution effect if the PSF is the precise impulse response of the optical sparse aperture system. Usually it is hard to measure the PSF experimentally. On the contrary, it is easy to calculate the PSF based on designed array configuration of the optical sparse aperture system. In order to evaluate whether the calculated PSF is adaptable to the image restoration, a theoretical analysis of the image restoration has been done by using these two kinds of PSFs. The results show that the calculated PSF works well in the case that the co-phasing error is small, while the measured PSF is ineffective.

**Key words** sparse aperture; Wiener filter; point spread function; image restoration

### 1 引 言

随着人类对于太空探索的深入,对于天体微结构观测的需要催生了对高角分辨率望远镜制造的需要。这种对于高角分辨率望远镜的需要正在变得越来越迫切,但是由于衍射效应的存在,高角分辨率望远镜不可避免地导致望远镜的口径增大,从而使望远镜的制造成本、运输成本非常高昂<sup>[1~6]</sup>。目前,人类所制造的太空运载工具能够搭载的最大口径望远

镜是现在还在轨运行的哈勃望远镜,其主镜口径达到了 2.4 m。

为了解决这些矛盾,人们提出了光学稀疏孔径成像方法。光学稀疏孔径成像系统由多个小的独立望远镜组成,每个子望远镜均独立收集光线,这些光线在像面进行共相叠加形成图像。这种结构的光学稀疏孔径成像系统也叫做斐索(Fizeau)干涉望远镜。这种光学稀疏孔径成像系统能够覆盖全部频率域<sup>[7]</sup>,因

**基金项目:** 国家自然科学基金(60577029)、北京市属市管高等学校拔尖创新人才项目和人才强教计划(KZ200910005001)资助课题。

**作者简介:** 周智伟(1985—),男,硕士,主要从事光学稀疏孔径方面的研究。E-mail: wzhi Zhou1@yahoo.com.cn

**导师简介:** 王大勇(1968—),男,教授,博士生导师,主要从事光学存储和光信息处理等方面的研究。

E-mail: wdyong@bjut.edu.cn

此它可以直接成像,相比于迈克尔孙(Michelson)干涉望远镜,稀疏孔径望远镜能够实时成像,适用于观测变化速率高的物体。光学稀疏孔径成像系统相比其等效的单孔径望远镜,物体所有频率成分都能通过系统传输成像,但是由于在集光面积上有所减少,因此稀疏孔径望远镜的直接成像结果通常是低对比度、模糊的,需要进行后期图像复原处理,才能达到其等效的单孔径望远镜的直接成像质量。

维纳滤波是光学稀疏孔径成像系统最常用的图像复原算法,而点扩展函数是维纳滤波器的最重要参数。点扩展函数可以通过两种途径获得,一种是采用实验的方法,直接测量系统的点扩展函数。另一种是根据子望远镜设计的阵列排布方式,得到系统的出瞳函数,根据出瞳函数计算出系统的理想点扩展函数。实验测量点扩展函数一般采用平行光照射,在像面采集的方法,但是这种方法对于大口径的稀疏孔径望远镜不太实用,因为要产生大口径的平行光本身就是一件困难的事情。尽管还有其他可以替代的方法,但是这些方法实施起来都比较复杂,考虑到如果光学稀疏孔径望远镜要发射到太空中,那么在地面上测量点扩展函数会具有较大的偏差,因而是无效的。如果能使用理想点扩展函数代替实际点扩展函数进行解卷积运算,而且复原图像的质量与等效的单口径望远镜成像质量接近,那么就不需要测量系统的实际点扩展函数了。这样可以节省部署稀疏孔径望远镜的复杂程度。本文通过理论推导,揭示出在系统只存在较小误差的情况下,可以使用计算点扩展函数代替实际点扩展函数完成图像复原,并且通过实验验证了替代的可行性。

## 2 成像和图像复原原理

光学稀疏孔径成像系统的成像原理可以近似为非相干光成像,系统对光强度点扩展函数是线性系统,输出图像的强度分布可以表示为

$$i(x_t, y_t) = i_g(x_t, y_t) * f_{\text{PSF}}(x_t, y_t) + n(x_t, y_t), \quad (1)$$

式中 $*$ 表示卷积运算, $i(x_t, y_t)$ 是系统的输出图像, $i_g(x_t, y_t)$ 是输入系统的几何理想像, $f_{\text{PSF}}(x_t, y_t)$ 则是系统的点扩展函数, $n(x_t, y_t)$ 是叠加在系统输出图像上的加性噪声。

点扩展函数,也叫脉冲响应<sup>[8]</sup>,是光学系统出瞳函数的傅里叶变换模的平方

$$f_{\text{PSF}}(x_t, y_t) = |\mathcal{F}[P(x, y)]|^2, \quad (2)$$

对于稀疏孔径望远镜,入射单个子望远镜的平行

光,出射时还是平行光,因此对于稀疏孔径望远镜,系统的出瞳函数是由子望远镜的排布阵列结构决定的<sup>[9]</sup>。典型的光学稀疏孔径望远镜有3种阵列排布形式:环形、戈莱型(Golay)和Y型,分别如图1所示。

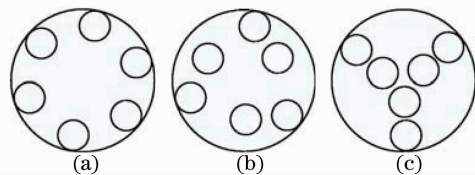


图1 3种典型阵列排布形式。(a)环形;  
(b)Golay-6;(c)Y型

Fig. 1 Three typical array. (a) annulus; (b) Golay-6; (c) tri-arm

根据(1)式,光学稀疏孔径成像系统的图像复原过程,就是通过数值算法去除点扩展函数的卷积影响,复原成像目标的几何理想像。在频域中常使用维纳滤波器进行图像复原,这是由于维纳滤波器形式简单

$$W(f_x, f_y) = \frac{T_{\text{OTF}} * (f_x, f_y)}{|T_{\text{OTF}}(f_x, f_y)|^2 + |N(f_x, f_y)/\tilde{I}_g(f_x, f_y)|^2},$$

$$T_{\text{OTF}}(f_x, f_y) = \mathcal{F}[f_{\text{PSF}}(x_f, y_f)]|_{f_x=x/\lambda f, f_y=y/\lambda f}, \quad (3)$$

式中 $W(f_x, f_y)$ 是维纳滤波器的频域形式, $\tilde{I}_g(f_x, f_y)$ 是几何理想像的频谱, $N(f_x, f_y)$ 是加性噪声的频谱分布, $T_{\text{OTF}}(f_x, f_y)$ 则是系统的归一化光学传递函数,也是维纳滤波器的最重要参数, $*$ 代表取共轭运算。一般情况下由于噪声都是未知的,因此使用常数 $K$ 代替 $|N(f_x, f_y)/\tilde{I}_g(f_x, f_y)|^2$ 。(3)式中的 $f$ 是系统出瞳到像面的距离, $\lambda$ 是系统的波长,这里仅考虑单色光情况。

## 3 包含误差的点扩展函数

### 3.1 活塞误差

由于子望远镜出瞳不在同一个平面上,因此经过不同子望远镜的平行光束在像面会产生相位差,这样产生的相位误差叫做活塞误差

$$P(x, y) = \sum_{n=1}^N P_{\text{sub}}(x - a_n, y - b_n) \exp(j\phi_n). \quad (4)$$

由于活塞误差只是由于子望远镜出瞳不在同一平面上,因此每个子孔径活塞误差仅为一个常数。 $P(x, y)$ 就是系统的出瞳函数。考虑子望远镜出瞳函数相同,只是中心坐标不同,系统的点扩展函数利用(2)式可以表示为

$$f_{\text{PSF}}(x_i, y_i) = f_{\text{PSF sub}}(x_i, y_i) \times \left\{ \left\{ N + 2 \sum_{k=1}^{N(N+1)/2} \cos[2\pi(\Delta x_k x_i + \Delta y_k y_i + \Delta \phi_k)] \right\} \right\}, \quad (5)$$

式中  $\Delta x_k, \Delta y_k$  为子孔径中心的矢量间距,  $a_n, b_n$  是子孔径的中心坐标,  $\Delta \phi_k$  是两个子孔径间的相对活塞误差,  $\lambda$  为系统的波长,  $f$  为系统出瞳到像面的距离。

### 3.2 倾斜误差

倾斜误差是由于子孔径出瞳面对于系统的光轴不垂直造成的, 经过子孔径的光束不再平行于光轴, 因而在像面合成时产生倾斜相位误差。倾斜误差在光轴  $z$  方向上的光程差

$$\Delta z = c\Delta x + d\Delta y, \quad (6)$$

式中  $\Delta z, \Delta x, \Delta y$  分别为任意两点光轴方向上的光程差和  $x$ - $y$  平面上的该两点坐标差。此时系统的出瞳函数变为

$$P(x, y) = \sum_{n=1}^N P_{\text{sub}}(x - a_n, y - b_n) \times \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda}(c_n x + d_n y)\right], \quad (7)$$

式中  $c_n, d_n$  是每个子孔径的倾斜因子。其点扩展函数利用(2)式计算

$$f_{\text{PSF}}(x_i, y_i) = f_{\text{PSF sub}}(x_i, y_i) \times \left\{ \left\{ N + 2 \sum_{k=1}^{N(N+1)/2} \cos[2\pi(\Delta x_k x_i + \Delta y_k y_i + \Delta \phi'_k)] \right\} \right\},$$

$$\Delta \phi'_k = -\frac{1}{\lambda} [(a_n c_n - a_m c_m) + (b_n d_n - b_m d_m)], \quad (8)$$

式中  $m, n$  为两个不同的子孔径编号。

通过理论推导可以看出, 两种相位误差可以统一为一个表达式

$$f_{\text{PSF}}(x_i, y_i) = f_{\text{PSF sub}}(x_i, y_i) \times \left\{ \left\{ N + 2 \sum_{k=1}^{N(N+1)/2} \cos[2\pi(\Delta x_k x_i + \Delta y_k y_i + \Delta \phi_k)] \right\} \right\}. \quad (9)$$

该点扩展函数可以看作是系统的真实点扩展函数, 参与系统的成像过程。通过(9)式看出系统的误差可以造成点扩展函数的干涉条纹变化。

在图像复原算法中使用的两种点扩展函数为计算点扩展函数和实测点扩展函数<sup>[10]</sup>。计算点扩展函数不考虑系统的误差, 表示为

$$f_{\text{PSF}}(x_i, y_i) = f_{\text{PSF sub}}(x_i, y_i) \times \left\{ \left\{ N + 2 \sum_{k=1}^{N(N+1)/2} \cos[2\pi(\Delta x_k x_i + \Delta y_k y_i)] \right\} \right\}. \quad (10)$$

实测点扩展函数则包含了系统的误差与噪声

$$f_{\text{PSF}}(x_i, y_i) = f_{\text{PSF sub}}(x_i, y_i) \times \left\{ \left\{ N + 2 \sum_{k=1}^{N(N+1)/2} \cos[2\pi(\Delta x_k x_i + \Delta y_k y_i + \Delta \phi_k)] \right\} \right\} + n'(x_i, y_i), \quad (11)$$

这里的噪声与成像过程中的噪声分布不同。

## 4 分 析

将两种不同的点扩展函数利用(3)式分别计算光学传递函数

$$T_{\text{OTF}^1}(f_x, f_y) = T_{\text{OTF sub}}(f_x, f_y) \times \left[ \delta(f_x, f_y) + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N(N+1)/2} \delta\left(f_x \pm \frac{\Delta x_k}{\lambda f}, f_y \pm \frac{\Delta x_k}{\lambda f}\right) \right], \quad (12)$$

$$T_{\text{OTF}^2}(f_x, f_y) = T_{\text{OTF sub}}(f_x, f_y) \times \left\{ \delta(f_x, f_y) + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N(N+1)/2} \delta\left(f_x \pm \frac{\Delta x_k}{\lambda f}, f_y \pm \frac{\Delta x_k}{\lambda f}\right) \times \exp\left[-j2\pi\Delta\phi_k \left(\frac{f_x}{\Delta x_k} + \frac{f_y}{\Delta y_k}\right)\right] \right\} + N'(f_x, f_y), \quad (13)$$

当  $\Delta \phi_k / \Delta x_k, \Delta \phi_k / \Delta y_k$  比较小, 即系统的误差与子孔径之间的矢量间距的比值比较小时, (12) 式和(13) 式中的  $\exp[-j2\pi\Delta\phi_k(f_x / \Delta x_k + f_y / \Delta y_k)]$  只是造成系统的光学传递函数的微小相移, 因而可以忽略不计, 相对于计算点扩展函数, 实测点扩展函数仅多了噪声分布。

对于计算点扩展函数, 其图像复原结果为

$$\tilde{I}_{\text{out}}(f_x, f_y) = \frac{\tilde{I}_g(f_x, f_y)}{1 + K / |T_{\text{OTF}}(f_x, f_y)|^2} + \frac{N(f_x, f_y)}{T_{\text{OTF}}(f_x, f_y) + K / T_{\text{OTF}}^*(f_x, f_y)}. \quad (14)$$

可以从结果看出遥远物体的几何理想像的频谱通过图像复原算法解出来了,  $K / |T_{\text{OTF}}(f_x, f_y)|^2$  基本上可以看作是一个比较小的常数。由于噪声通常比几何理想像的强度低很多, 因此(12) 式的结果中的第二项要远小于第一项, 因此计算点扩展函数基本上可以复原图像。

对于实测点扩展函数, 其图像复原结果为

$$\tilde{I}_{\text{out}}(f_x, f_y) = \frac{\tilde{I}_g(f_x, f_y)}{1 + \frac{K}{|T_{\text{OTF}}^2(f_x, f_y)|^2}} + \frac{N(f_x, f_y)[T_{\text{OTF}}^2(f_x, f_y)]^*}{|T_{\text{OTF}}^2(f_x, f_y)|^2 + K} + \frac{\tilde{I}_g(f_x, f_y)[N'(f_x, f_y)]^*}{|T_{\text{OTF}}^2(f_x, f_y)|^2 + K} T_{\text{OTF}}(f_x, f_y). \quad (15)$$

实测点扩展函数不能完全复原几何理想像的频谱,由于加性噪声的存在,系统实际点扩展函数的卷积影响无法完全消除,第三项带有几何理想像的频谱和光学传递函数信息的项会影响复原图像的质量。

## 5 仿真结果及分析

仿真实验参数如下:出瞳函数采样间隔  $0.0635\text{ mm}$ ,阵列结构为 Golay-3 型,其中一个孔径加有  $0.1\lambda$  波长的活塞相位误差,另一个孔径加有分别与  $x, y$  轴成  $0.2^\circ$  夹角的倾斜误差,剩余的子孔径未加误差,此时系统最大误差与孔径坐标的矢量差的比值小于  $1/10$ ,满足较小误差的假设。其系统的出瞳函数如图 2 所示。灰度值表示相位误差的大小。子孔径直径  $11\text{ mm}$ ,等效孔径  $35\text{ mm}$ 。系统出瞳到像面距离  $840\text{ mm}$ ,中心波长  $532\text{ nm}$ 。

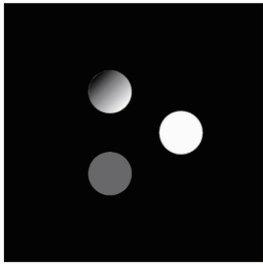


图 2 有误差的出瞳函数

Fig. 2 Exit pupil function with error

仿真的实测点扩展函数的峰值强度为  $4.2075 \times 10^9$ ,加载的噪声为均匀分布的白噪声,均值强度为  $1.50 \times 10^5$ ,峰值信噪比约为  $40\text{ dB}$ 。图 3 所示为两种点扩展函数。

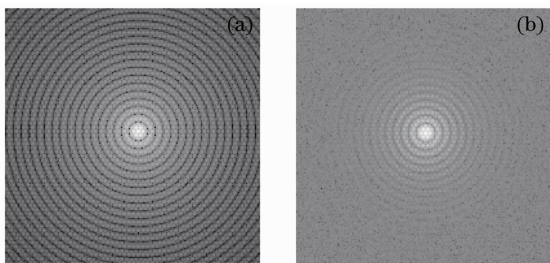


图 3 两种点扩展函数。(a) 计算点扩展函数;  
(b) 实测点扩展函数

Fig. 3 Two PSFs. (a) calculated PSF;  
(b) measured PSF

在模拟成像过程中对退化图像加均匀分布白噪声,图片均值强度为  $5.4543 \times 10^{12}$ ,白噪声均值强度  $5.0 \times 10^5$ ,均值信噪比约为  $70\text{ dB}$ 。图 4 所示为两种点扩展函数的复原图像。维纳滤波器参数  $K$  均选择为  $0.1$ 。图 5 所示为光学稀疏孔径直接输出图像。

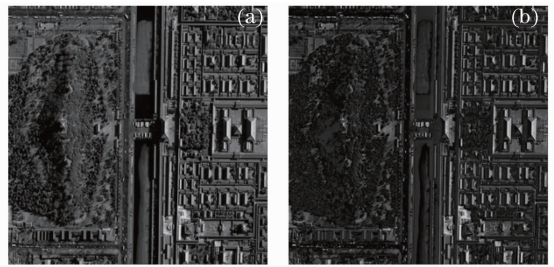


图 4 图像复原结果。(a) 计算点扩展函数复原图像;  
(b) 实测点扩展函数复原图像

Fig. 4 Restored images. (a) calculated PSF restored image; (b) measured PSF restored image

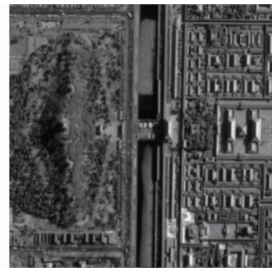


图 5 光学稀疏孔径成像系统直接输出图像

Fig. 5 Direct output image of optical sparse aperture

从图 4 可以明显看出,利用计算点扩展函数复原的图像与利用实测点扩展函数复原的图像相比,对比度比较高。在中频部分,如图中屋顶部分,计算点扩展函数由于没有噪声的影响,其复原图像的对比度要好于实测点扩展函数的复原图像;高频部分,如图片中树木及阴影部分,计算点扩展函数的复原图像细节清晰可辨,而实测点扩展函数的复原图像则呈现模糊的一片。通过对比可以看出,利用实测点扩展函数复原的图像细节以及中频部分的对比度明显劣于利用计算点扩展函数复原的图像。这证实了理论分析的结果。

## 6 结 论

通过理论推导和仿真实验,都证明了在系统存在较小误差时,计算点扩展函数可以代替实测点扩展函数用于维纳滤波图像复原。对于稀疏孔径望远镜系统而言,其实测点扩展函数一般难以得到,而且即使能够得到,也往往包含有噪声。相反,通过子望远镜排布的阵列形式,可以很容易地计算出系统的理想点扩展函数。通过分析和仿真验证,计算出的理想点扩展函数在系统存在较小误差时完全可以替代实际点扩展函数参与图像复原处理,这意味着对于光学稀疏孔径系统,只要能够控制好误差,就不必再实际测量系统的点扩展函数,而是使用计算的理想点扩展函数

代替即可,从而节省了系统建设成本。

### 参 考 文 献

- 1 S. Chung, D. W. Miller, O. L. de Weck. Design and implementation of sparse aperture imaging systems[C]. *SPIE*, 2002, **4849**: 181~192
- 2 S. Chung, D. W. Miller, O. L. de Weck. ARGOS testbed: study of multidisciplinary challenges of future spaceborne interferometric arrays [J]. *Opt. Eng.*, 2004, **43**(9): 2156~2167
- 3 Yi Hongwei, Li Yingcai, Fan Chao. Research on pupil configuration of equilateral six sub-apertures sparse-aperture system[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(11): 2062~2065  
易红伟, 李英才, 樊超. 稀疏孔径等边六孔径结构研究[J]. *光子学报*, 2007, **36**(11): 2062~2065
- 4 Zhu Xifang, Wu Feng, Tao Chunkan. Research on image restoration for sparse aperture systems [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(12): 2319~2324  
朱锡芳, 吴峰, 陶纯堪. 稀疏孔径光学系统成像恢复算法研究[J]. *光子学报*, 2007, **36**(12): 2319~2324
- 5 Wu Quanying, Qian Lin, Shen Weimin. Imaging research on sparse-aperture systems of symmetrical configuration[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **36**(8): 1259~1262  
吴泉英, 钱霖, 沈为民. 两种对称型稀疏孔径系统的成像研究[J]. *光子学报*, 2006, **36**(8): 1259~1262
- 6 Zhang Wei, Deng Jian, Long Funian *et al.*. Imaging quality of segmented mirror synthetic aperture optics [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2008, **16**(2): 208~214  
张伟, 邓键, 龙夫年等. 拼接镜面合成孔径光学系统的像质评价[J]. *光学精密工程*, 2008, **16**(2): 208~214
- 7 R. D. Fiete, T. A. Tantaló, J. R. Calus *et al.*. Image quality of sparse-aperture designs for remote sensing[J]. *Opt. Eng.*, 2002, **41**(8): 1957~1969
- 8 J. E. Harvey, A. Kotha, R. L. Phillips. Image characteristics in applications utilizing dilute subaperture arrays [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(16): 2983~2992
- 9 A. B. Meinel, M. P. Meinel. Large sparse-aperture space optical systems[J]. *Opt. Eng.*, 2002, **41**(8): 1983~1994
- 10 R. L. Kendrick, J. Aubrun, R. Bell *et al.*. Wide-field Fizeau imaging telescope: experimental results[J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(18): 4235~4240