

文章编号: 0258-7025(2009)Supplement 2-0147-06

# 全息模式波前传感器理论分析及数值模拟

刘长海 姜宗福

(国防科技大学光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要** 完善了一种基于二元全息元件(BHOE)的模式波前传感器技术,对这种模式波前传感技术原理进行了详细的理论分析,介绍了二元全息元件的基本设计原理。研究了单个 Zernike 模式像差对待测光束光强的影响。利用计算机编码设计了二元全息元件,并进行了数值模拟,验证了该波前传感技术的可行性。这种波前传感器利用了全息元件的光学并行处理能力,波前传感速度能大大提高,极大地减轻波前重构的计算量。与传统类型的波前传感器相比,这种快速波前传感技术适用于对波前探测带宽要求高的环境中,如空基环境中的大气传输、高刷新速率或强闪烁环境中等。

**关键词** 自适应光学;模式波前传感器;二元全息元件;Zernike 像差

**中图分类号** O438.1;TP212 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL200936s2.0147

## Holographic Modal Wavefront Sensor: Theoretical Analysis and Simulation

Liu Changhai Jiang Zongfu

(College of Optoelectric Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract** A modal wavefront sensing technique of using binary holography optical element (BHOE), and a detail theoretical analysis on the principle of the modal wavefront sensor of this type are presented. The primary design approach of the BHOE is introduced. The effect on the unknown beam intensity of the aberration of single Zernike mode is also studied. The BHOE is encoded and designed with computer, and simulations are carried out to verify the feasibility and validity of the wavefront sensing approach. With the optical parallel processing ability, the speed of the wavefront sensor is highly improved, eliminating the computational overhead or post-processing in wavefront reconstruction stage. Compared with the conventional wavefront sensors, our technique is suitable for the large bandwidth situation, e. g. the atmosphere transmission in airborne environments, the requirements for high update rates, the large scintillation environments and so on.

**Key words** adaptive optics; modal wavefront sensor; binary holography optical element; Zernike aberration

## 1 引言

波前传感是一项重要技术,广泛应用于光学检测、自适应光学高精度成像、激光诊断和显微术等方面。利用波前传感器,可以对通过各种畸变介质(如光学元件、大气、生物医学组织等)引入的波前像差进行探测。在很多实际应用中,波前像差可以分解为正交多项式集(模式集),已知各个模式的系数即可描述

波前像差。目前已经发展了多种波前传感技术,如哈特曼-夏克波前传感器<sup>[1]</sup>、曲率波前传感器<sup>[2~4]</sup>和剪切干涉仪等,在自适应光学系统和光学检测系统中都得到广泛的应用。但是,由于这些波前传感技术是通过测量波前的斜率或曲率等参量,从而间接得到像差模式的系数,波前重构过程中需要繁重的计算量,这无疑限制了波前传感器的运行速度。在对带宽要求

**作者简介:** 刘长海(1981—),男,博士研究生,主要从事自适应光学、波前传感器、全息光学元件设计等方面的研究。

E-mail: lch2000719@163.com

**导师简介:** 姜宗福(1963—),男,教授,博士生导师,主要从事高能激光技术、气动光学及自适应光学等方面的研究。

E-mail: jiangzongfu@yahoo.com.cn

很高的闭环自适应光学系统中,或者需要快速波前重构的应用中,这是一个严重的问题。

Neil 等<sup>[5]</sup>提出一种模式波前传感器,这种传感器能极大地降低波前重构的计算量。其原理是,待测波前分别被引入特定模式的正负偏置像差,经透镜傅里叶变换后,在探测器面上产生两个光斑,两个光斑的强度差与该待测像差模式的系数在一定范围内存在线性关系。这种模式波前传感技术已经在一些领域得到应用,如共焦荧光显微术、双光子荧光显微术、静态视觉像差检测、三维光存储器件像差的主动校正等<sup>[6~8]</sup>。Booth 对模式波前传感器的输出信号进行优化处理<sup>[9]</sup>,从而提高了模式波前传感器的灵敏性、线性响应范围,一定程度上抑制了模式间的耦合效应,扩大了传感器动态范围。但模式波前传感器处理的像差模式数量受到限制,只能探测预先设定的波前像差模式,缺少高阶像差模式信息,使闭环中的误差累积越来越严重。为了解决这个问题,Zhong 等<sup>[10]</sup>用变形镜的镜面模式取代 Zernike 像差模式作为模式波前传感器的偏置像差模式。变形镜的镜面模式数量受其激励电极个数的限制,在镜面模式传感器闭环运行中,不存在额外的误差累积。但由于镜面模式探测信号严重的交互干扰,使这一模式传感器无法集成到闭环自适应系统中。

最近,Ghebremichael 等<sup>[11]</sup>利用多元全息光学

元件(HOEs)的特性和位置敏感传感器(PSDs)的高灵敏性,提出了一种全息模式波前传感器,这种传感器的波前分辨率达  $\lambda/50$ ,探测误差介于  $\pm 2\lambda PV$ ,响应带宽达 1 MHz,完全不需要繁琐的计算。更重要的是,这一方法在确定波前像差的类型、大小和方向的过程中,利用了系统中难以避免的模式间耦合和模式内耦合效应。然而,多元全息元件的光学记录和高阶模式之间的混淆却是棘手的问题。计算机制全息图是实现这种波前传感器的一个选择,在优化模式混淆方面,能更容易地利用计算机进行全息图设计。Bhatt 等<sup>[12]</sup>利用计算机生成全息图,对全息模式波前传感器进行了建模与仿真,定性验证了这种波前传感技术。

Neil 等也在偏置模式波前传感器概念的基础上,建议利用二元全息光学元件代替正负偏置像差板<sup>[5]</sup>,但只是概念上的提出,没有进行相关理论分析。本文对这一方案进行了详细的理论分析,介绍了二元全息元件的设计原理,利用计算机设计了二元全息元件,并进行了数值模拟验证。

## 2 二元全息元件波前传感理论

在全息光学原理中,离轴型光学全息图透过率可表示为<sup>[13]</sup>

$$h(x, y) = |R(x)\exp(j2\pi\alpha x) + A(x, y)\exp[j\phi(x, y)]|^2 = R^2 + |A(x, y)|^2 + 2RA(x, y)\cos[2\pi\alpha x - \phi(x, y)], \quad (1)$$

其中  $R(x)\exp(j2\pi\alpha x)$  为参考光复振幅,  $A(x, y)\exp[j\phi(x, y)]$  为物光复振幅。式中前两项只对偏置分量有贡献,使  $h(x, y)$  为实的非负数,第三项包含了物光波的全部信息。

在制作光学全息图时,应用  $[R^2 + |A(x, y)|^2]$  作为偏置是方便的,使用照相方法容易实现,但也因此增加了全息图记录时的带宽要求,再现时会出现多余的衍射像。应用计算机制作全息图时,由于计算机的灵活性,可以加其他形式的偏置分量使  $h(x, y)$  为实的非负数,由此可有效降低带宽、减少抽样点数、便于制作及提高再现像质。

当物光只有相位变化[振幅  $A(x, y)$  变化缓慢]时,令  $|A(x, y)|_{\max} = 1, R = 1$ , 进行归一化处理,则(1)式为

$$h(x, y) = \frac{1}{2} \{1 + \cos[2\pi\alpha x - \phi(x, y)]\}. \quad (2)$$

由电讯系统中的非线性硬限幅器模型,把  $\cos[2\pi\alpha x - \phi(x, y)]$  输入限幅器,同时加入偏置  $\cos[\pi q(x, y)]$  来调制干涉图上条纹的宽度。输出函数  $g(x, y)$  取二元值(0 或 1)的周期函数,其波形是一系列频率为  $\alpha$ , 宽度为  $q(x, y)/\alpha$  的矩形脉冲序列。 $g(x, y)$  的傅里叶级数展开式

$$g(x, y) = \sum_m \frac{\sin[\pi m q(x, y)]}{\pi m} \times \exp\{jm[2\pi\alpha x - \phi(x, y)]\}, \quad (3)$$

即为全息图的透过率函数。用该函数作为二元全息元件的透过率进行波前重构时,能得到所需要的重构波前,下面具体分析这一点。

如图 1 所示,利用 Zernike 多项式  $Z_k$  ( $k$  为多项式单下标)表示畸变波前像差,则畸变波前可表示为

$$U = U_0 \exp(ikW), \quad (4)$$

其中  $k = 2\pi/\lambda$  为波矢大小,  $W$  为畸变波前所包含的像差

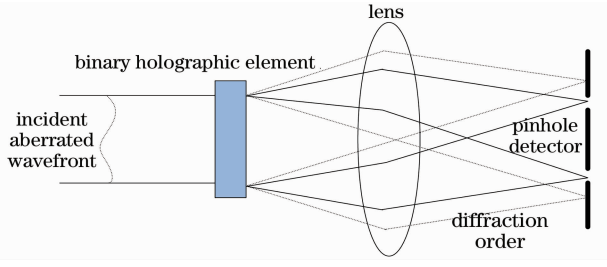


图 1 二元全息模式波前传感器示意图  
Fig.1 Schematic diagram of the binary holographic modal wavefront sensor

$$W = \sum_k a_k Z_k. \quad (5)$$

假设待测波和记录波分别包含一种类型像差模式,用  $Z_i, Z_k$  表示,系数分别为  $a, b$ , 二元全息元件的透过率函数为

$$g(x, y) = \sum_m \frac{\sin[\pi m q(x, y)]}{\pi m} \times \exp\{jm[2\pi\alpha x - bZ_k(x, y)]\}. \quad (6)$$

待测波复振幅表示为

$$U(x, y; -0) = A'(x, y)\exp[jaZ_i(x, y)], \quad (7)$$

其中  $A'(x, y)$  为待测波振幅。

用待测波  $U(x, y; -0)$  照射二元全息元件,透过二元全息元件后光波复振幅为

$$U(x, y; +0) = U(x, y; -0) \cdot g(x, y) = \sum_m \frac{A'(x, y)\sin[\pi m q(x, y)]}{\pi m} \exp\{jm[2\pi\alpha x - bZ_k(x, y)]\} \exp[jaZ_i(x, y)] = \sum_m \frac{A'(x, y)\sin[\pi m q(x, y)]}{\pi m} \exp(j2m\pi\alpha x) \exp[j(aZ_i - mbZ_k)], \quad (8)$$

其中  $\mp 0$  分别表示二元全息元件的前后面。

现在仅考虑  $\pm 1$  衍射级的情况,即  $m = \pm 1$ 。由(8)式知

$$U(x, y, +0) |_{m=\pm 1} = \frac{A'(x, y)\sin[\pi q(x, y)]}{\pi} \exp(\pm j2\pi\alpha x) \exp[j(aZ_i \pm bZ_k)]. \quad (9)$$

假设待测波振幅变化缓慢,可令(9)式中

$$\frac{A'(x, y)\sin[\pi q(x, y)]}{\pi} \approx \text{Const}. \quad (10)$$

忽略常数项,对(9)式进行傅里叶变换

$$F\{U(x, y, +0) |_{m=\pm 1}\} \propto F\{\exp[\pm j2\pi\alpha x]\} * F\{\exp[j(aZ_i \pm bZ_k)]\} = \delta(f_x \mp \alpha) * F\{\exp[j(aZ_i \pm bZ_k)]\}. \quad (11)$$

(11)式卷积的结果是把  $F\{\exp[j(aZ_i \pm bZ_k)]\}$  平移到脉冲所在的空间位置  $f_x = \pm \alpha$ 。两个空间位置处的脉冲强度  $I_{\pm}$  取为光场复振幅傅里叶变换的模平方,则

$$I_{\pm} = I |_{f_x=\pm\alpha} = |F\{\exp[j(aZ_i \pm bZ_k)]\}|^2. \quad (12)$$

利用文献[5]中引入的灵敏度参量  $S$

$$S = \frac{\partial(I_+ - I_-)}{\partial a} \Big|_{a=0} = \int_0^{v_p} \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\partial I_+}{\partial a} \Big|_{a=0} - \frac{\partial I_-}{\partial a} \Big|_{a=0} \right] d\xi v d\nu, \quad (13)$$

其中  $v_p$  为探测孔径尺寸。由(13)可得

$$S \approx -4bA \iint_A Z_i Z_k dA = -4bAC\delta_{ik}, \quad (14)$$

其中  $A$  为光瞳面积,  $C$  为正交系数,  $\delta_{ik}$  为脉冲函数。

由(14)式的灵敏度参量知,当待测波所包含的像差模式与二元全息元件中所记录的像差模式一致时,灵敏度为非零值;反之,灵敏度为零值。

由灵敏度参量的定义,可知

$$\Delta I = I_+ - I_- = Sa. \quad (15)$$

于是待测波中所包含的 Zernike 像差模式的系数为

$$a = S^{-1} \cdot \Delta I = S^{-1} \cdot (I_+ - I_-). \quad (16)$$

对于通过全息元件和透镜变换后的其他高衍射级,即(8)式中  $m \neq \pm 1$  的项,可适当布局微孔探测器进行滤除。

由以上分析可知,用(3)式作为二元全息元件的透过率对待测波进行探测时,能从  $\pm 1$  衍射级的两个光斑得到所需要的待测波前像差信息。由探测到的两个光强值之差能快速得到相应像差模式的系

数,具有一定的波前探测能力。

### 3 二元全息元件设计

用计算机生成二元全息元件,实际上就是利用(3)式作为二元全息元件的透过率函数,依据(3)式中幅值为1的坐标点,描绘出全息图。幅值为1处描白,幅值为零处描黑,用两个灰阶就表示了全息元件的透过率函数,从而确定了整张全息面上的条纹位置和形状,制成了二元全息图,然后,经光学缩版至所需尺寸,就制成了二元全息元件。

二元全息元件的透过率函数(3)式幅值为1的坐标点满足坐标方程:

$$\cos[2\pi\alpha x - \phi(x, y)] \geq \cos \pi q(x, y), \quad (17)$$

即

$$-\frac{q(x, y)}{2} \leq \alpha x - \frac{\phi(x, y)}{2\pi} + n \leq \frac{q(x, y)}{2}, \quad (18)$$

其中  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 。

当波面为纯相位型时,可令  $q = 0$  来简化(18)式,

$$2\pi\alpha x - \phi(x, y) = 2n\pi. \quad (19)$$

理论推导可知,探测面上有多个衍射级,为了将一级衍射波和高级次衍射波区分开,参考波的倾斜因子  $\alpha$  需要适当选取,由相关理论<sup>[14]</sup>可知,倾斜因子应取

$$\alpha > 1.5B_x, \quad (20)$$

其中  $B_x$  为  $x$  方向带宽,实际中常取  $\alpha = 2B_x$ 。

对于  $q(x, y)$  的取值,在制作二元全息元件时,其合理选取决定着再现时的衍射效率。当取  $q(x, y) = 1/2$  时,(8)式中的偶数项消失,第一级衍射波衍射效率达 10%。

### 4 数值模拟

为验证上述理论,首先对像差模式偏置效果进行了数值模拟,以  $Z_5$  (像散)为例,如图 2 所示。

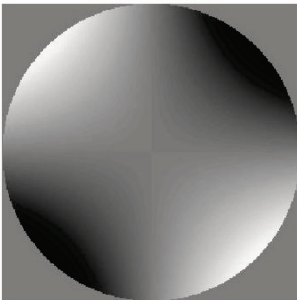


图 2  $Z_5$  (像散)像差

Fig. 2  $Z_5$  (astigmatism)aberration

设计像差为  $\pm 0.7Z_5$  的正负像差板,作为待测波的偏置像差。假定待测波仅包含  $Z_5$  (像散)像差,像差系数在  $\pm 2.0$  (单位为  $\lambda$ ) 之间取值,经过正负像差偏置板后,由透镜聚焦于两个探测平面上,其光强变化如图 3 所示。对两个探测器的光强值进行归一化处理,利用文献[10]中引入的相对光强

$$I = \frac{I_+ - I_-}{I_+ + I_-}, \quad (21)$$

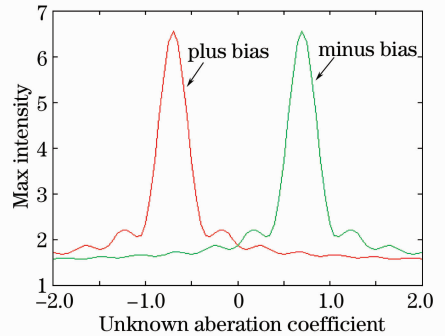


图 3 正(负)模式像差偏置后的光强变化

Fig. 3 Intensity variation after plus(or minus) modal aberration bias

相对光强  $I$  的变化情况如图 4,相对光强  $I$  与待测畸变波前的像差系数之间的函数关系与移位高斯函数一致,在偏置像差板设计的像差幅值 ( $\pm 0.7$ ) 范围内,相对光强与待测像差系数近似为线性关系。由此可知,这种输出结果可直接反应待测波所包含的像差类型、系数大小,为波前校正系统驱动信号的产生提供了便捷方式。

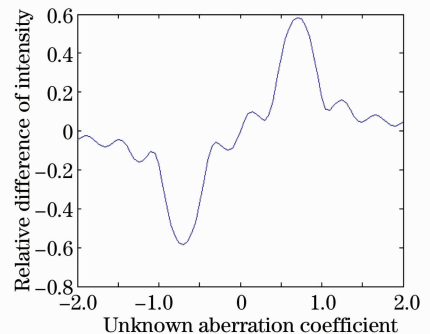


图 4 相对光强变化

Fig. 4 Relative intensity variation

利用计算机设计了二元全息元件,用来代替正负像差板,进行了相关数值模拟。以 Zernike 像差模式  $Z_5$  (像散)为例,设计  $256 \times 256$  pixels 大小的二元全息元件。首先,分别取  $a_1 = -2.0, a_2 = -1.5, a_3 = -1.0, a_4 = -0.5, a_5 = 0.5, a_6 = 1.0, a_7 = 1.5, a_8 = 2.0$  作为像差模式的系数;其次,分别取  $p_1(128, 25)$ ,

$p_2(128,50), p_3(128,75), p_4(128,100), p_5(128,125), p_6(128,150), p_7(128,175), p_8(128,200)$  作为产生倾斜平面波的点光源,  $p_i (i = 1, \dots, 8)$  表示在相应位置处有一个亮像素代表点光源; 再次, 以一个点光源  $p_i$  经过透镜变换为倾斜平面波, 与一个像差系数  $a_i (i = 1, \dots, 8)$  像差模式的畸变波前干涉, 形成干涉图, 8 个干涉图相叠加经过二元化处理, 得到二元全息元件, 如图 5 所示。

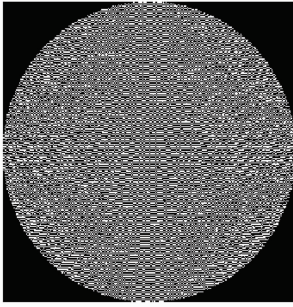


图 5 二元计算全息图

Fig. 5 Binary computer-generated hologram

按照光路图 1 所示原理, 待测波 (像差为  $-2.0Z_5$ ) 入射到二元全息元件上, 经透镜变换, 在透镜后焦面得到倾斜平面波的聚焦光斑, 如图 6 所示, 图 7 是该探测面上第 128 行上的光强分布。

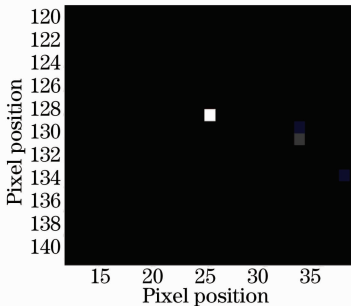


图 6 探测面光斑分布

Fig. 6 Beam spots distribution in the detection area

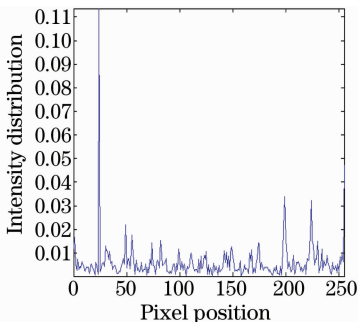


图 7 探测面第 128 行光强分布

Fig. 7 Intensity distribution of the 128<sup>th</sup> line in the detector area

由图 6 可以看出, 在 (128, 25) 处产生了相应的亮光斑, 且图 7 上坐标 (128, 25) 处的光强分布非常突出。对探测器上的光斑强度进行适当处理, 就能得到与待测波前像差系数有关的参量值。

## 5 结 论

利用二元全息元件构造一种模式波前传感器, 对这种传感技术进行了详细的理论分析。利用计算机设计了二元全息元件, 并进行了数值模拟。这种方法优点在于: 将两个正负偏置板合并为一个二元全息元件而更简洁; 提供了一种精确的制定偏置像差模式的方法。

实际应用中, 要面临 3 个主要问题: 首先, 全息元件中要编码多种像差类型, 且像差模式之间的交叉耦合如何降到最低程度; 其次, 如何提高全息元件的制作精度; 最后, 全息元件是一种色散器件, 如何避免波长失配引起的混淆问题。实现这种波前传感技术, 在以后研究中亟需解决以上问题。

## 参 考 文 献

- 1 B. C. Platt, R. Shack. History and principles of Shack-Hartmann wavefront sensing [J]. *J. Refract. Surg.*, 2001, **17**(5): 453~s457
- 2 S. Rios, E. Acosta, S. Bará. Modal phase estimation from wavefront curvature sensing [J]. *Opt. Commun.*, 1996, **123**(4-6): 453~456
- 3 F. Roddier. Curvature sensing and compensation: a new concept in adaptive optics[J]. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(2): 1223~1225
- 4 N. Roddier, F. Roddier. Curvature sensing and compensation: a computer simulation[C]. *SPIE*, 1989, **1114**: 92~96
- 5 M. A. A. Neil, M. J. Booth, T. Wilson. New modal wavefront sensor: a theoretical analysis[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2000, **17**(6): 1098~1107
- 6 M. J. Booth, M. A. A. Neil, T. Wilson. New modal wavefront sensor: application to adaptive confocal fluorescence microscopy and two-photon excitation fluorescence microscopy [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(10): 2112~2120
- 7 A. D. Corbett, T. D. Wilkinson, J. J. Zhong *et al.*. Designing a holographic modal wavefront sensor for the detection of static ocular aberrations [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, **24**(5): 1266~1275
- 8 M. A. A. Neil, R. Juskaitis, M. J. Booth *et al.*. Active aberration correction for the writing of three-dimensional optical memory devices[J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(7): 1374~1379
- 9 M. J. Booth. Direct measurement of Zernike aberration modes with a modal wavefront sensor[C]. *SPIE*, 2003, **5162**: 79~90
- 10 J. J. Zhong, D. Gil-Leyva, A. D. Corbett *et al.*. Mirror-mode sensing with a holographic modal wavefront sensor[C]. *SPIE*, 2005, **6018**: 60181I
- 11 F. Ghebremichael, G. P. Andersen, K. S. Gurley. Holography-based wavefront sensing [J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(4): A62~A70
- 12 R. Bhatt, S. K. Mishra, D. Mohan *et al.*. Direct amplitude detection of Zernike modes by computer-generated holographic

- wavefront sensor: modeling and simulation [J]. *Opt. Laser. Eng.*, 2008, **46**(6): 428~439
- 13 Zhou Haixian, Cheng Yunfang. *Holographic Optics—Design, Manufacture and Application* [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2006  
周海宪,程云芳. *全息光学——设计、制造和应用*[M]. 北京: 化学工业出版社, 2006
- 14 Yu Zhuliang, Jin Guofan. *Computer-Generated Hologram*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1984. **194**  
虞祖良,金国藩. *计算机制全息图*[M]. 北京: 清华大学出版社, 1984. **194**