

文章编号: 0258-7025(2009)Supplement 1-0244-07

椭圆偏振涡旋光束经高数值孔径透镜的聚焦

陈宝算 蒲继雄

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

摘要 基于 Richards-Wolf 的矢量衍射积分公式,研究了椭圆偏振涡旋光束经高数值孔径透镜聚焦的聚焦特性,着重分析了椭圆偏振涡旋光束深聚焦的光强、相位和角动量分布特性,比较了相关参数变化对深聚焦特性的影响。研究表明,椭圆偏振涡旋光束经过高数值孔径透镜聚焦以后,在焦平面附近会得到具有广泛应用的椭圆光斑,通过调整相应参数,该椭圆光斑可以旋转一定角度,其大小和形状也会发生变化。而且椭圆偏振涡旋光束深聚焦以后,光束本身带有的自旋角动量会转化成轨道角动量。这些研究成果对于椭圆偏振涡旋光束在实际中的应用有着十分重要的意义。

关键词 物理光学; 深聚焦; Richards-Wolf 衍射积分; 椭圆偏振涡旋光束; 角动量

中图分类号 O436.3 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL200936s1.0244

Focusing of Elliptically Polarized Vortex Beams through a High Numerical-Aperture Objective

Chen Baosuan Pu Jixiong

(College of Information Science & Engineering, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China)

Abstract Based on Richards-Wolf vectorial diffraction integral, the focusing properties of elliptically polarized vortex beams through a high-numerical aperture objective is studied in this paper. The intensity, phase and orbital angular momentum distribution properties of tightly focused vortex beams are presented. The influence of corresponding parameters on the tight focusing properties is also investigated. It is shown that elliptical light spots of great application can be obtained near the focus. Moreover the elliptical spot may rotate and the size and shape of the spot may change with the change of certain parameters. It is also found that the spin angular momentum of the elliptically polarized vortex beam will convert to orbital angular momentum by the tight focusing. These properties are quite important for the applications of this kind of elliptically polarized vortex beams.

Key words physical optics; tight focusing; Richards-Wolf diffraction integral; elliptically polarized vortex beams; angular momentum

1 引言

激光束经过高数值孔径聚焦系统后,会得到一个三维空间分布的光场,因此,傍轴近似下推导出的普通衍射理论公式不再适用, Richards 和 Wolf 于 1959 年提出矢量衍射积分公式对激光束经过高数值孔径透镜的聚焦进行研究^[1]。基于此理论,至今为止已有不少学者对各类光束的深聚焦特性做了大量的研究^[2~5]。研究表明,激光束经过高数值孔径透镜聚焦系统后,其聚焦光斑比普通聚焦更小,因而这种聚焦可以广泛应用于平版印刷术、光数据存储、

粒子束囚禁及数据处理等方面^[6,7]。近年来,许多学者对一种带有螺旋形相位因子 $\exp(im\phi)$ 的新型光束——涡旋光束的产生和应用进行了大量的研究^[8~11]。这种光束带有 $m\hbar$ 的轨道角动量,可用于粒子囚禁与操纵等领域^[7,12,13]。此外,这种光束的拓扑电荷数可用于信息编码,2004 年, Gibson 等^[14,15]研究了利用涡旋光束的轨道角动量进行信息传输的可能性,并通过实验证明利用轨道角动量作为信息的载体进行信息编码具有更高的保密性,所以这种光束在量子信息和光通信等领域有着很广

基金项目: 福建省科技计划重点项目(2007H0027)和福建省自然科学基金(A0810012)资助课题。

作者简介: 陈宝算(1985—),女,硕士研究生,主要从事光束传输与变换等方面的研究。E-mail: baosuan@hqu.edu.cn

导师简介: 蒲继雄(1962—),男,教授,主要从事光束传输与非线性光学等方面的研究。E-mail: jixiong@hqu.edu.cn
(通信联系人)

泛的应用前景。本文根据 Richards-Wolf 矢量衍射积分公式,研究了椭圆偏振贝塞耳-高斯光束经过高数值孔径透镜聚焦以后在聚焦场的聚焦特性,并通过数值计算分析了各相关参数的取值变化对聚焦场光强分布和相位分布的影响。研究表明,经过高数值孔径透镜聚焦以后,椭圆偏振涡旋光束的自旋角动量会转化成轨道角动量,通过控制各相关参数的取值,还可以改变聚焦光斑的大小、形状和角度,这些结果对于涡旋光束在粒子操纵等方面的应用有着重要的意义。

2 理论分析

首先考虑线偏振贝塞耳-高斯光束,在源平面上的横向场分布为

$$\mathbf{E}_{mj}(r, \phi) = \mathbf{E}_{0j} J_m(\alpha r) \exp(-r^2/\omega_0^2) \exp(im\phi), \quad (1)$$

$$j = x, y$$

\mathbf{E}_{0j} 为振幅常数, $J_m(\alpha r)$ 为贝塞耳函数, α 为贝塞耳函数相关系数, m 为拓扑电荷数,当 $m \neq 0$ 时,贝塞耳-高斯光束带有涡旋相位项 $\exp(im\phi)$,是涡旋光束。一般的透镜在设计过程中都符合正弦近似条件^[16],

即 $r = f \sin \theta$,其中, f 为高数值孔径透镜的焦距。因而,(1)式可以转化为

$$\begin{aligned} A_{mj}(\theta, \phi) &= A_{mj}(\theta) \exp(im\phi) = \\ E_{0j} J_m(\alpha f \sin \theta) \exp\left(-\frac{f^2 \sin^2 \theta}{\omega_0^2}\right) \exp(im\phi), \quad (2) \\ j &= x, y \end{aligned}$$

式中 $A_{mj}(\theta)$ 为贝塞耳-高斯光束经过高数值孔径透镜以后在透镜表面处的孔径函数。

由于椭圆偏振光可以看成是两个互相垂直的线偏振光叠加而成,并且这两个线偏振光振幅不相等,或者位相差不同于 $\pm \pi/2$,所以椭圆偏振光可以表示为

$$\mathbf{E}_{\pm}(r) = E_x \mathbf{e}_x \pm E_y \exp(i\beta) \mathbf{e}_y, \quad (3)$$

式中 $\mathbf{E}_{+}(r)$ 表示右旋椭圆偏振光, $\mathbf{E}_{-}(r)$ 表示左旋椭圆偏振光, E_x 和 E_y 即为两个相互正交的线偏振光,而 \mathbf{e}_x 和 \mathbf{e}_y 则分别为沿 x 方向和 y 方向的单位矢量, β 为两线偏振光之间的相位差。

根据 Richards-Wolf 矢量衍射积分公式,线偏振涡旋光束经过高数值孔径透镜聚焦以后,在聚焦场的光场表达式可以写为^[1,17]

$$\mathbf{E}(r, \phi, z) = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = i^m \begin{bmatrix} -iA(\theta) \{I_m + 0.5[I_{m+2} \exp(i2\phi) + I_{m-2} \exp(-i2\phi)]\} \\ -A(\theta) \{0.5[I_{m+2} \exp(i2\phi) - I_{m-2} \exp(-i2\phi)]\} \\ -A(\theta) \{[I_{m+1} \exp(i\phi) - I_{m-1} \exp(-i\phi)]\} \end{bmatrix} \exp(im\phi), \quad (4)$$

式中 r, ϕ, z 为聚焦场上观察点的柱坐标表示, E_x, E_y 和 E_z 分别为聚焦光场 x, y 和 z 三个分量的光场,而 $I_m, I_{m\pm 1}, I_{m\pm 2}$ 分别定义为:

$$I_m(r, z) = \int_0^{\theta_{\max}} A(\theta) \sqrt{\cos \theta \sin \theta (1 + \cos \theta)} J_m(kr \sin \theta) \exp(-ikz \cos \theta) d\theta, \quad (5)$$

$$I_{m\pm 1}(r, z) = \int_0^{\theta_{\max}} A(\theta) \sqrt{\cos \theta \sin^2 \theta} J_{m\pm 1}(kr \sin \theta) \exp(-ikz \cos \theta) d\theta, \quad (6)$$

$$I_{m\pm 2}(r, z) = \int_0^{\theta_{\max}} A(\theta) \sqrt{\cos \theta \sin \theta (1 - \cos \theta)} J_{m\pm 2}(kr \sin \theta) \exp(-ikz \cos \theta) d\theta, \quad (7)$$

式中 $\theta_{\max} = \arcsin(NA/n)$ 表示最大数值孔径角, NA 为聚焦透镜的数值孔径, n 为透镜所处介质的折射率,文中取 $n = 1.33$,即考虑高数值孔径透镜为油浸透镜的情况。本文采用图 1 所示的高数值孔径系统对椭圆偏振的贝塞耳-高斯光束进行聚焦,则聚焦场的 x, y 和 z 三个分量的光场可以分别表示成

$$\begin{aligned} E_{\pm, x}(r, \phi, z) &= i^m \exp(im\phi) \{-iA_{mx}(\theta) \{I_m + 0.5[I_{m+2} \exp(i2\phi) + I_{m-2} \exp(-i2\phi)]\} \mp \\ &A_{my}(\theta) \exp(i\beta) \{0.5[I_{m+2} \exp(i2\phi) - I_{m-2} \exp(-i2\phi)]\}\}, \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{\pm, y}(r, \phi, z) &= i^m \exp(im\phi) \{-A_{mx}(\theta) \{0.5[I_{m+2} \exp(i2\phi) - I_{m-2} \exp(-i2\phi)]\} \mp \\ &iA_{my}(\theta) \exp(i\beta) \{I_m - 0.5[I_{m+2} \exp(i2\phi) + I_{m-2} \exp(-i2\phi)]\}\}, \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{\pm, z}(r, \phi, z) &= i^m \exp(im\phi) \{-A_{mx}(\theta) \{[I_{m+1} \exp(i\phi) - I_{m-1} \exp(-i\phi)]\} \pm \\ &iA_{my}(\theta) \exp(i\beta) \{[I_{m+1} \exp(i\phi) + I_{m-1} \exp(-i\phi)]\}\}, \quad (10) \end{aligned}$$

式中 $E_{+,j}(r, \phi, z)$ ($j = x, y, z$) 对应右旋椭圆偏振光, 而 $E_{-,j}(r, \phi, z)$ ($j = x, y, z$) 对应左旋椭圆偏振光^[18]。

根据非傍轴情况下光束轨道角动量与单位能量比值的计算公式^[19]：

$$\frac{J_z}{W} = \frac{(m + \sigma)}{\omega} + \frac{\sigma}{\omega} \frac{\int_0^k d\kappa [|E(\kappa)|^2 \kappa / (k^2 - \kappa^2)]}{\int_0^k d\kappa [|E(\kappa)|^2 (2k^2 - \kappa^2) / \kappa (k^2 - \kappa^2)]}, \quad (11)$$

其中, $\kappa = k \sin \theta$, ω 是入射光束的频率, σ 是对应光束自旋角动量的一个参量, 对线偏振 $\sigma = 0$, 而对圆偏振 $\sigma = \pm 1$ 。从而, 轨道角动量密度为

$$M_z(r, \phi, z) = -\epsilon_0 |E(r, \phi, z)|^2 \left\{ \frac{(m + \sigma)}{\omega} + \frac{\sigma}{\omega} \frac{\int_0^k d\kappa [|E(\kappa)|^2 \kappa / (k^2 - \kappa^2)]}{\int_0^k d\kappa [|E(\kappa)|^2 (2k^2 - \kappa^2) / \kappa (k^2 - \kappa^2)]} \right\}, \quad (12)$$

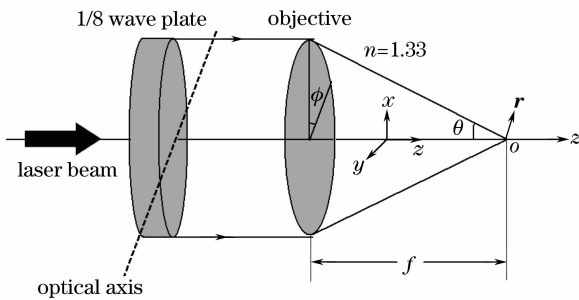


图 1 大数值孔径聚焦光学系统示意图

Fig. 1 Scheme of high numerical-aperture focusing

式中 ϵ_0 是真空电解质常数, 所以, 光束的总轨道角动量 L_z 可以表示为 M_z 在整个光束横平面的积分,

如

$$L_z = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_z r dr d\phi. \quad (13)$$

3 数值计算与讨论

计算中透镜焦距、激光束光斑半径、激光束在真空中的波长、贝塞耳-高斯光束拓扑电荷数和折射率分别取: $f=1$ cm, $w_0=2$ cm, $\lambda=632.8$ nm, $m=1$ 及 $n=1.33$, 其中所有位置坐标均对介质中波长 (λ/n) 归一化。图 2 所示为一阶椭圆偏振贝塞耳-高斯光束经过高数值孔径透镜聚焦后在焦平面上的光强分

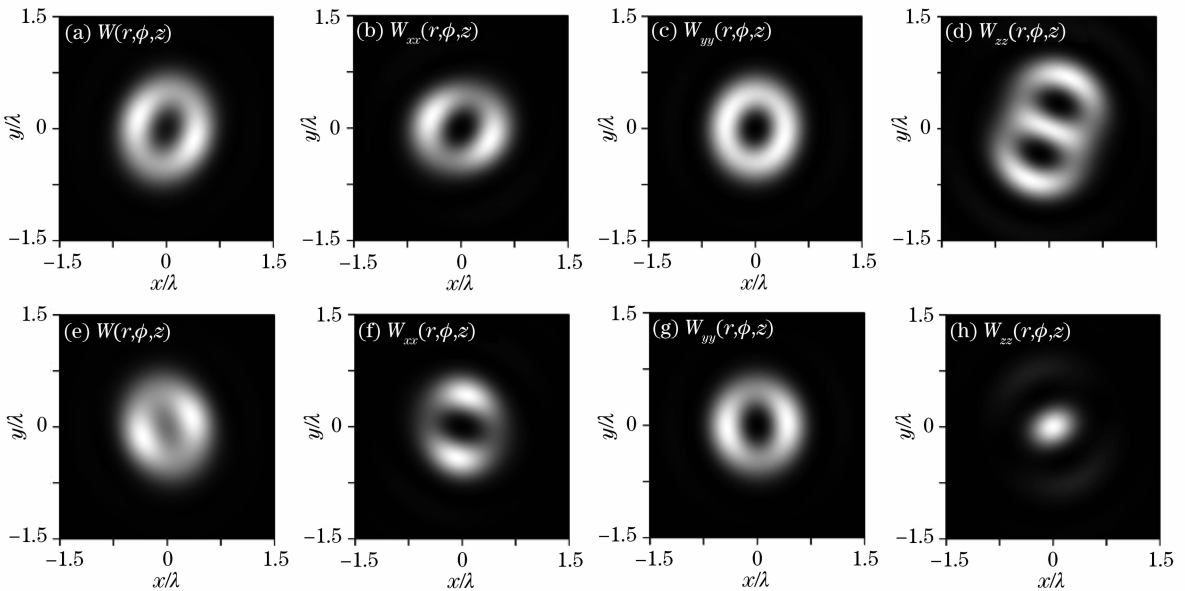


图 2 焦平面上的光强分布。(a)~(d) 右旋椭圆偏振光; (e)~(h) 左旋椭圆偏振光。其他参数取为: $z=0$, $NA=1.2$, $\alpha=0.3$ mm⁻¹, $\beta=\pi/4$, $E_{0x}=1$, $E_{0y}=2$

Fig. 2 Intensity distribution on the focal plane. (a)~(d) Right-hand elliptically polarized beam; (e)~(h) left-hand elliptically polarized beam; other parameters are chosen as $z=0$, $NA=1.2$, $\alpha=0.3$ mm⁻¹, $\beta=\pi/4$, $E_{0x}=1$, $E_{0y}=2$

布图,图 3 分别为焦平面上 x, y 和 z 分量光场的相位分布。图 4 为焦平面附近的轨道角动量分布图,图中所有值都对右旋椭圆偏振的最大轨道角动量进行归一化。由图 2 可得,椭圆偏振贝塞耳-高斯光束经过高数值孔径透镜聚焦以后,可以得到椭圆光斑,并且聚焦光斑很小(不到一个波长),这个结果对于涡旋光束在囚禁或操控椭圆粒子(如液晶分子)方面,有着十分重要的应用意义。由图 2(a)~(d)可以看出,对于右旋椭圆偏振光的情况,总光强和 x 与 y 的分量光强都只有一个空心,而 z 分量光强却有两个空心,对应于图 3(a)~(c)可知,一个空心对应一个涡旋,即 z 分量光场有两个涡旋。而从图 2(e)~(h)和图 3(d)~(f)可以看出,对于左旋椭圆偏振光的情况, x 与 y 分量光场仍然只带一个涡旋,而 z 分量光场却不再有涡旋。从图 4 的轨道角动量分布图也可以看出,经过高数值孔径透镜聚焦以后,轨道角动量的分布

关于焦平面对称,并且右旋椭圆偏振光的轨道角动量明显比左旋椭圆偏振光的轨道角动量大。结合(12)式和图 2~图 4 可以看出,经过高数值孔径透镜聚焦以后,光束的自旋角动量转化成了轨道角动量。对于右旋椭圆偏振光的情况,由自旋角动量转化而来的轨道角动量与入射涡旋光束本身所带有的轨道角动量同向,从而增大了光束的总轨道角动量,使得 z 分量光场出现两个涡旋;而对于左旋椭圆偏振光的情况,由自旋角动量转化而来的轨道角动量与入射涡旋光束本身所带有的轨道角动量反向,从而减小了光束的总轨道角动量,使得 z 分量光场不出现涡旋。实际应用中,经高数值孔径透镜聚焦后得到的涡旋光束可以向被捕获或导引的粒子传输轨道角动量,所以通过深聚焦控制光束的轨道角动量具有十分广泛的应用,如粒子的捕获、诱导旋转以及充当光学扳手等。

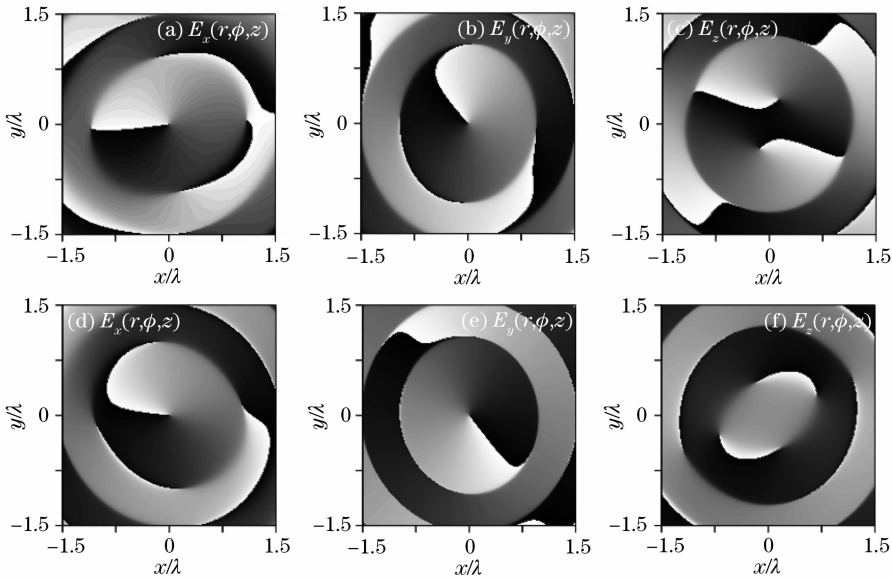


图 3 焦平面上的相位分布。(a)~(c)右旋椭圆偏振光;(d)~(f)左旋椭圆偏振光。其他参数同图 2

Fig. 3 Phase distribution on the focal plane. (a)~(c) Right-hand elliptically polarized beam; (d)~(f) left-hand elliptically polarized beam. Other parameters are the same as in Fig. 2

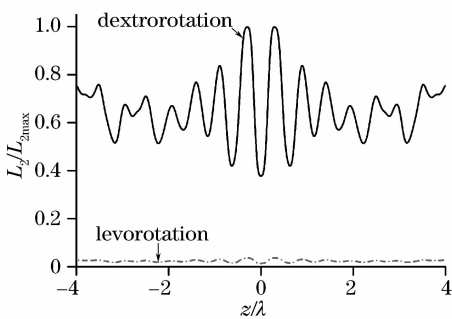


图 4 焦平面附近的轨道角动量分布

Fig. 4 Distribution of orbital angular momentum near the focus

由于深聚焦与普通聚焦最主要的区别在于深聚焦会产生一个纵向分量,因而以下内容主要分析各相关参量变化对其纵向分量的影响,以右旋椭圆偏振贝塞耳-高斯光束为例进行研究。图 5 给出了 E_{0y} 变化对 z 分量光强及相位的影响。由图 5(a)可以看出,当 $E_{0y} = 0.5 < E_{0x}$ 时,聚焦以后椭圆光斑的长轴沿 x 方向,此外,图 5(e)表明其对应的光场两个涡旋中心不一致,从而导致图 5(a)的光强分布有两个空心。当 $E_{0y} = 1 = E_{0x}$ 时,入射光束为圆偏振贝塞耳-高斯光束,聚焦以后得到只有一个空心分布的圆形光斑,主要原因可以用图 5(f)来解释,图 5(f)中,

对应的光场两个涡旋中心一致。随着 E_{0y} 逐渐再增大,当 $E_{0y} = 2 > E_{0x}$ 时,聚焦以后得到的光强分布为与图 5(a) 相似的椭圆分布,不同在于这时椭圆光斑的长轴沿 y 方向,而从图 5(g) 的相位分布图也可以看到,此时的两个涡旋中心跟着旋转了一定的角度。当 $E_{0y} = 20 \gg E_{0x}$ 时,入射光束可视为线偏振涡旋光

束,其深聚焦以后的光强分布和相位分布如图 5(d) 和(h) 所示。可见,通过调整参数 E_{0y} ,可以相应改变聚焦以后椭圆光斑的角度和形状,从而使得椭圆偏振涡旋光束能更好地应用于粒子操控等领域,因而 E_{0y} 是调整聚焦光斑的一个重要参数。

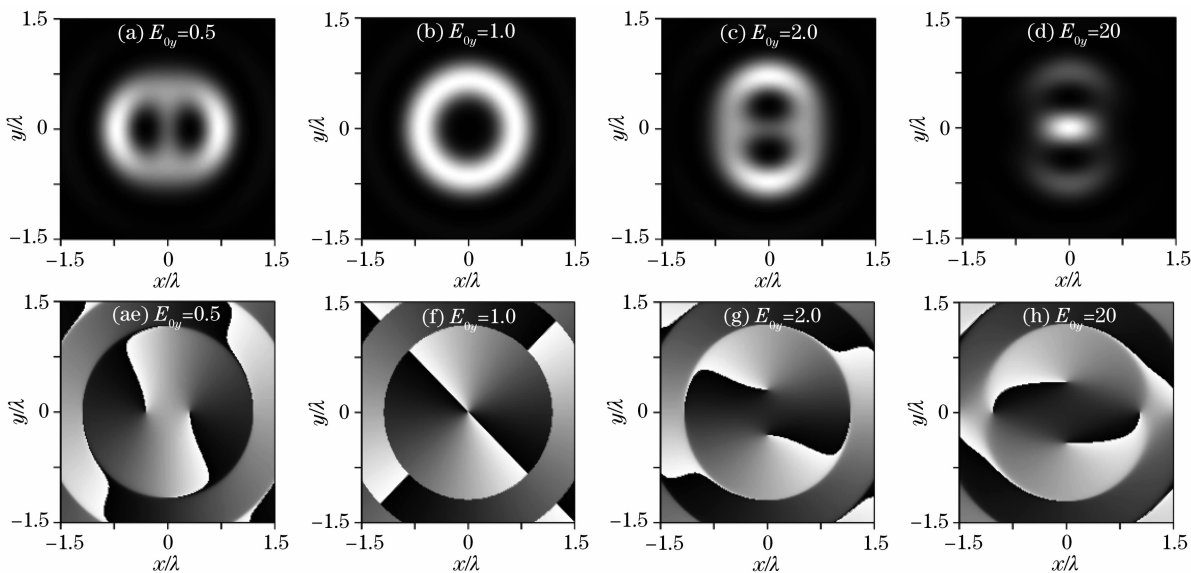


图 5 E_{0y} 变化对 z 分量光强及相位的影响。(a)~(d) 光强分布;(e)~(h) 相位分布。 $\beta = \pi/2$,其他参数同图 2
Fig. 5 Influence of varying E_{0y} on intensity and phase distribution. (a)~(d) Intensity distribution; (e)~(h) the phase distribution. $\beta = \pi/2$, other parameters are the same as in Fig. 2

图 6 和图 7 给出了相位差 β 变化对焦平面上 z 分量光强及其相位分布的影响。从图 6 可以看出,当相位差从 0 变化到 $\pi/2$ 时,焦平面上的中心光强逐渐减小,当 $\beta = \pi/2$ 时(即当入射光束为圆偏振涡

旋光束时),中心光强减为零,并且光强分布也逐渐从椭圆形分布过渡到圆形分布。当相位差继续增大,从 $\pi/2$ 增大到 π 时,即入射光束从圆偏振过渡到椭圆偏振再到线偏振时,其中心光强逐渐增大,焦平

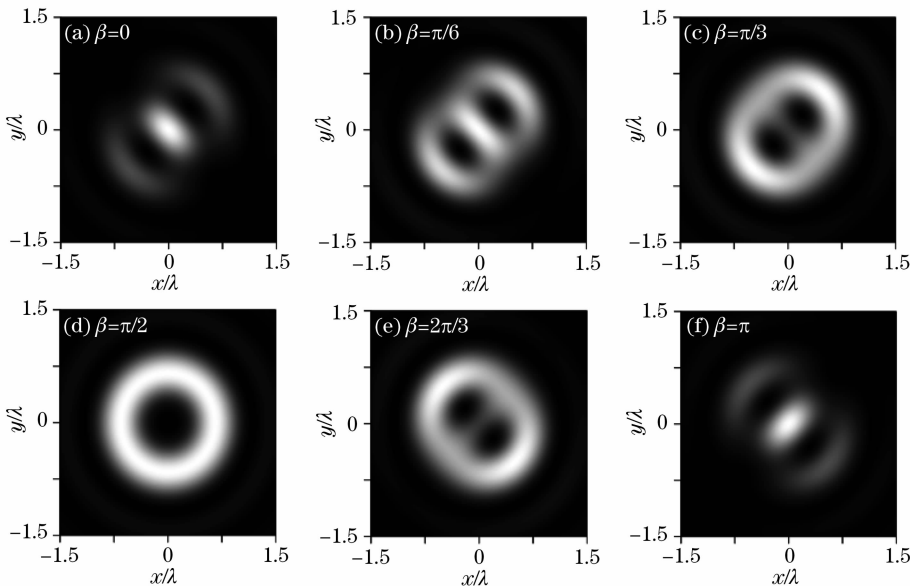


图 6 相位差 β 变化对 z 分量光强的影响。 $E_{0y} = 1$,其他参数同图 2
Fig. 6 Influence of varying β on intensity distribution. $E_{0y} = 1$, other parameters are the same as in Fig. 2

面上的光强分布又逐渐过渡到椭圆光斑,但此时椭圆光斑的长轴与 $\beta=0$ 时得到的椭圆光斑长轴垂直。图6说明相位差也是调整光斑形状和角度的一个重要参数。而从图7的相位分布图可以看到,随着相位差的变化, z 分量光场的相位始终包含两个涡旋。当 β 从0变化到 $\pi/2$ 时,相位分布图中的两个涡旋的中心位置逐渐靠近,当 $\beta=\pi/2$ 时[如图7(d)],对

应的光场两个涡旋中心一致,对应于图6(d)光强分布只有一个空心的情况。当 β 继续增大到 π 时,相位图中的两个涡旋的中心位置又逐渐远离,对应于图6(e)和图6(f)光强分布有两个空心的情况。比较图7(a)和图7(f)同样可以看到,两图中的两个涡旋中心所处位置的角度相差 90° 。

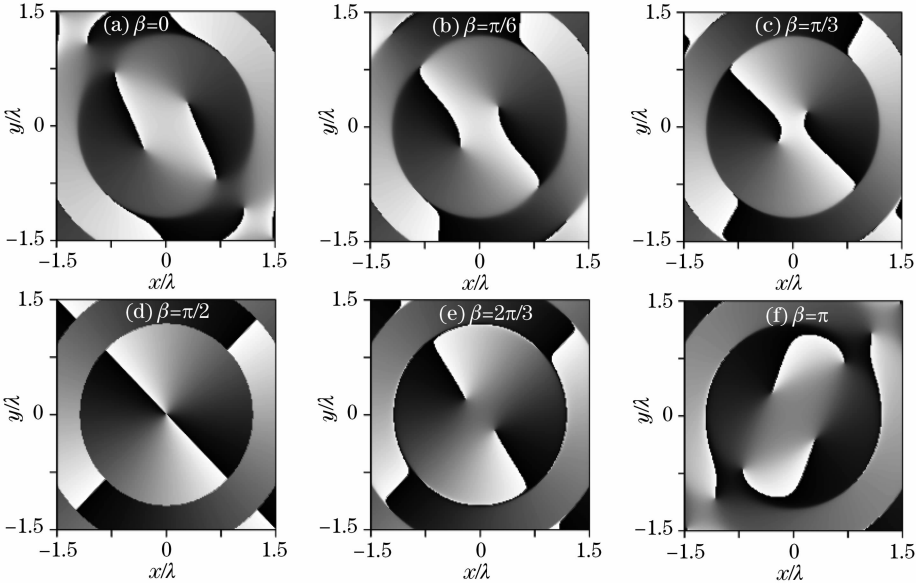


图7 相位差 β 变化对 z 分量相位的影响。 $E_{oy}=1$,其他参数同图2

Fig. 7 Influence of varying β on phase distribution. $E_{oy}=1$, other parameters are the same as in Fig. 2

图8为数值孔径NA变化对 z 分量光强及相位分布的影响。可以看出,随着聚焦透镜数值孔径的增大,涡旋光束深聚焦后在焦平面上的光斑逐渐变

小,说明较大的数值孔径会使涡旋光束的横向光场聚焦得更小。另外NA增大也会使光斑的空心区域相应变小,能够更好地实现粒子的囚禁和移动。

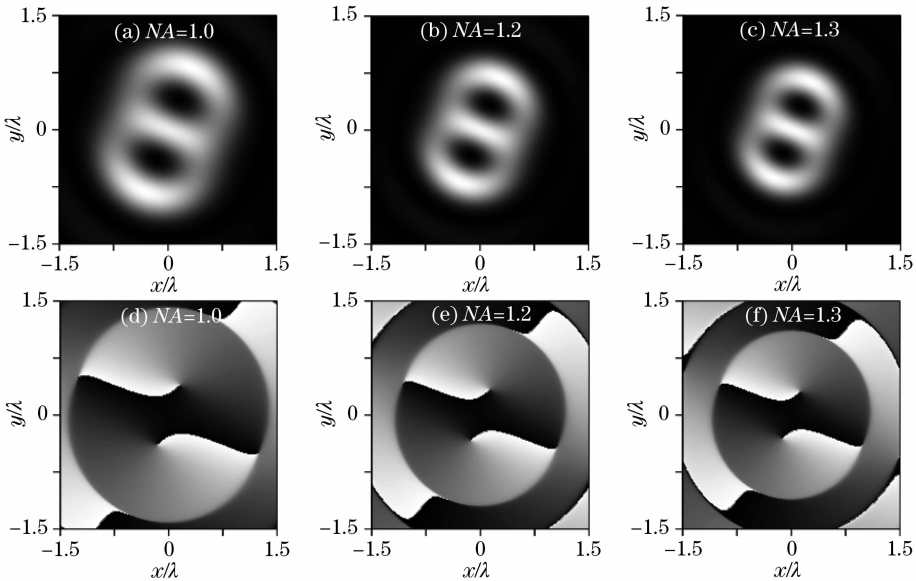


图8 NA变化对 z 分量光强及相位的影响。(a)~(c)光强分布;(d)~(f)相位分布。其他参数同图2

Fig. 8 Influence of varying NA on intensity and phase distribution, (a)~(c) Intensity distribution; (d)~(f) phase distribution. Other parameters are the same as in Fig. 2

4 结 论

研究了椭圆偏振贝塞耳-高斯光束经过高数值孔径聚焦的聚焦特性,分析了光束本身相关参数及聚焦透镜的数值孔径大小对聚焦的光强和相位特性的影响。研究得到了有广泛应用意义的椭圆形聚焦光斑,并发现经过高数值孔径透镜聚焦以后,椭圆偏振涡旋光束的自旋角动量会转化成轨道角动量。另外通过改变光束和聚焦系统相关参数的取值,可以控制所得椭圆光斑的形状、大小和角度。这些研究成果将使得涡旋光束在粒子的捕获、移动、诱导旋转和充当光学扳手方面的应用更进一步。

参 考 文 献

- 1 E. Wolf. Electromagnetic diffraction in optical systems I. An integral representation of the image field[J]. *Proc. R. Soc. Ser. A*, 1959, **253**(1274): 349~357
- 2 Zhang Zhiming, Pu Jixiong, Wang Xiqing. Focusing of cylindrically polarized Bessel-Gaussian beams through a high numerical-aperture lens[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(3): 401~405
张志明,蒲继雄,王喜庆. 圆柱偏振贝塞耳-高斯光束经高数值孔径透镜的聚焦[J]. *中国激光*, 2008, **35**(3): 401~405
- 3 B. Chen, Z. Zhang, J. Pu. Tight focusing of partially coherent and circularly polarized vortex beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2009, **26**(4): 862~869
- 4 T. Grosjean, D. Courjon. Smallest focal spots [J]. *Opt. Commun.*, 2007, **272**(2): 314~319
- 5 Q. Zhan, R. James Leger. Focus shaping using cylindrical vector beams[J]. *Opt. Express*, 2002, **10**(7): 324~331
- 6 G. M. Lerman, U. Levy. Tight focusing of spatially variant vector optical fields with elliptical symmetry of linear polarization [J]. *Opt Lett.*, 2007, **32**(15): 2194~2196
- 7 H. He, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg *et al.*. Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(5): 826~829
- 8 I. V. Basistiy, M. S. Soskin, M. V. Vasnetsov. Optical wavefront dislocations and their properties[J]. *Opt. Commun.*, 1995, **119**(5~6): 604~612
- 9 L. E. Helseth. Optical vortices in focal regions [J]. *Opt. Commun.*, 2004, **229**: 85~91
- 10 Chen Ziyang, Zhang Guowen, Rao Lianzhou *et al.*. Determining the orbital angular momentum of vortex beam by Young's double-slit interference experiment[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(7): 1063~1067
陈子阳,张国文,饶连周等. 杨氏双缝干涉实验测量涡旋光束的轨道角动量[J]. *中国激光*, 2008, **35**(7): 1063~1067
- 11 Z. Zhang, J. Pu, X. Wang. Tight focusing of radially and azimuthally polarized vortex beams through a uniaxial birefringent crystal[J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(12): 1963~1967
- 12 J. E. Curtis, B. A. Koss, D. G. Grier. Dynamic holographic optical tweezers[J]. *Opt. Commun.*, 2002, **207**: 169~171
- 13 Z. Zhang, J. Pu, X. Wang. Focusing of partially coherent Bessel-Gaussian beams through a high numerical-aperture objective[J]. *Opt. Lett.*, 2008, **33**(1): 49~51
- 14 G. Gibson, J. Courtial, M. J. Padgett. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum [J]. *Opt. Express*, 2004, **12**(22): 5448~5456
- 15 A. Vaziri, G. Weihs, A. Zeilinger. Experimental two-photon, three-dimensional entanglement for quantum communication[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **89**(24): 240401-1~240401-4
- 16 M. Gu. *Advanced Optical Imaging Theory* [M]. Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1999
- 17 Z. Bomzon, M. Gu. Space variant geometrical phases in focused cylindrical light beams[J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(20): 3017~3019
- 18 Y. Zhao, J. Scott Edgar, G. D. M. Jeffries *et al.*. Spin-to-orbital angular momentum conversion in a strongly focused optical beam[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, **99**(7): 073901-1~073901-4
- 19 S. M. Barnett, L. Allen. Orbital angular momentum and nonparaxial light beams[J]. *Opt. Commun.*, 1994, **110**(5~6): 670~680