

文章编号: 0258-7025(2009)Supplement 1-0010-06

激光二极管抽运固体激光器中晶体热效应的 时变特性

宋小鹿 过 振 李兵斌 王石语 蔡德芳 文建国

(西安电子科技大学技术物理学院, 陕西 西安 710071)

摘要 在激光二极管(LD)抽运固体激光器中,激光晶体温度存在空间和时间分布,其中空间分布在许多论文中已得到讨论,而时变特性现有文献涉及较少,它取决于激光器的抽运方式(连续和脉冲),在脉冲工作状态中存在热效应时变过程。分别采用解析计算法和有限元分析软件,对脉冲激光二极管抽运激光晶体温度场的时变特性进行计算,分析晶体升温 and 降温过程影响因素。结果表明,升温过程受到抽运及散热条件的影响,但主要受抽运条件(抽运光强度和光束半径)影响;降温过程受晶体半径、热物性参数及散热条件的影响。在脉冲激光二极管抽运条件下晶体径向温度梯度的周期性波动引起谐振腔呈周期性变化,通过合理设计谐振腔,可使其周期性运转在稳腔和非稳腔状态下,以获得特定的激光输出。

关键词 激光器;热效应;有限元法;时变特性

中图分类号 TN248.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL200936s1.0010

Time-Varying Characteristic of Thermal Effect in Diode Laser Pumped Solid-State Lasers

Song Xiaolu Guo Zhen Li Bingbin Wang Shiyu Cai Defang Wen Jianguo

(School of Technical Physics, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract In laser diode (LD) pumped solid state laser, spatial and time distribution of temperature both exist in crystal, spatial distribution is discussed much more than time distribution in many papers. The time distribution of temperature lies on the pumped mode of laser such as CW pumped and pulsed pumped, time-varying process exists in pulsed condition. Analytic method and finite element software are both used in the calculation of temperature time-varying distribution in laser diode pumped solid state laser, the influences of heating and cooling process are analyzed. The results show that heating process is influenced by pumped and cooling conditions, but mainly by pumped conditions such as pumped power and beam waist, cooling process is influenced by crystal radius, thermal physical parameters and cooling condition. Under the condition of pulsed laser diode pumped, radial temperature gradient and the resonator periodically change with time. After reasonable designing the resonator, lasers can periodically work in steady and unsteady states, which can obtain specifically laser output.

Key words lasers; thermal effect; finite element method; time-varying characteristic

1 引 言

在激光二极管抽运固体激光器中,激光晶体的温度分布很大程度上取决于激光器的运转方式:连续抽运,单脉冲抽运和重复脉冲抽运方式。在脉冲激光二极管抽运 Nd:YAG 激光器中,特别是在短脉冲、长周期抽运状态下存在着热效应时变过程,现有

的研究工作涉及其时变过程的较少。所谓热效应的时变过程,指的是在单个抽运脉冲中,晶体热效应的时变过程,以及在周期抽运过程中,晶体热耗周期性变化,导致晶体中各空间位置的温度也作周期性波动。以脉冲激光二极管端面抽运 Nd:YAG 激光器为例,由于 Nd:YAG 上能级粒子寿命为 $230 \mu\text{s}$,故

作者简介: 宋小鹿(1983—),女,博士研究生,主要从事固体激光器热效应方面的研究。E-mail: deer2001501@126.com

导师简介: 过 振(1946—),男,教授,博士生导师,主要从事固体激光器件与激光技术等方面的研究。

E-mail: zhguo@xidian.edu.cn

选择抽运源脉宽 $200 \mu\text{s}$ ，对于脉冲激光二极管，频率可选范围为 $1\sim 100 \text{ Hz}$ 和 $1\sim 1000 \text{ Hz}$ ，因此以频率 200 Hz ，脉宽 $200 \mu\text{s}$ 的抽运源为例。

本文主要通过解析和数值两种方法求解热传导方程，研究脉冲激光二极管端面抽运固体激光器中，抽运脉冲作用期和间隔期晶体热效应时变过程及其影响因素；周期过程对晶体径向温度分布和相对光程差的影响。计算模型采用铜热沉夹持激光晶体，铜上下表面与通水热沉紧密接触，通过水流传导散热，由于铜和通水热沉导热性都较好，可以假设铜热沉上下表面与水流温度相同。

2 热传导问题的建模和求解

2.1 热传导方程的建立

在脉冲激光二极管端面抽运固体激光器中，晶体内部的温度分布与抽运光产生的热耗、晶体的热物性参数、几何结构、外部条件以及时间有关。通常在计算中假设晶体的热特性各向同性，轴对称，因此柱坐标系非稳态热传导方程为^[1]

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + q_v(r, z, t), \quad (1)$$

式中 r 和 z 分别为晶体的半径和轴向坐标，以晶体抽运端面的中心作为 r 和 z 的坐标零点； T 为介质内的温度； t 为时间； k, ρ, c 分别为晶体的导热系数、密度、比热； $q_v(r, z, t)$ 为介质内热源。

对于光纤耦合激光二极管，输出光场可近似用高斯分布表示，晶体内部热源函数可以表示为

$$q_v(r, z) = \frac{2\alpha\eta_{\text{heat}}P_{\text{in}}}{\pi\omega(z)^2[1 - \exp(-\alpha l)]} \times \exp\left[\frac{-2r^2}{\omega(z)^2}\right] \exp(-\alpha z), \quad (2)$$

式中 α 为晶体对抽运光的吸收系数， l 为晶体长度， P_{in} 为入射抽运光功率， η_{heat} 为晶体的生热效率；抽运光束半径 $\omega(z)$ 为^[2]

$$\omega(z) = \omega_0 + \theta|z - z_0|, \quad (3)$$

式中 ω_0 为束腰半径， z_0 为束腰位置， θ 为发散角。时变热源函数 $q_v(r, z, t)$ 为

$$q_v(r, z, t) = q_v(r, z)G(t), \quad (4)$$

其中 $G(t)$ 描述抽运脉冲的时间包络。

假设脉冲宽度为 Δt ，周期 $T = \Delta t + \tau$ ，即在每个周期中，抽运过程持续 Δt ，冷却过程持续 τ 。考虑到抽运脉冲的持续时间一般在几百微秒量级，而且

Nd:YAG 介质的热传导系数较低，因此抽运升温阶段，(1)式右端括号中各项可以忽略，在解析求解时可以把抽运周期分为两个阶段，即由抽运源引起的激光介质升温阶段和由热扩散决定的降温阶段。如果考虑周期性抽运过程，即一串脉宽几百微秒的抽运光脉冲入射到激光晶体上，其中每个脉冲的入射功率是 P_{in} ，脉宽 Δt ，脉冲间隔 τ ，且 $\Delta t \ll \tau$ 。在第 j 个脉冲与第 $j+1$ 个脉冲之间的温升为 $T_c^{(j)}(r, z, t)$ ，假定激光晶体的热物性参数不随温度而变化，且抽运光束半径取平均值 ω_{av} ，因此两个阶段热传导方程分别为

升温阶段：

$$\rho c \frac{\partial T_p^{(j)}}{\partial t} = \frac{2\alpha\eta_{\text{heat}}P_{\text{in}}}{\pi\omega^2[1 - \exp(-\alpha l)]} \times \exp\left(\frac{-2r^2}{\omega^2}\right) \exp(-\alpha z)G(t), \quad (5)$$

散热阶段：

$$\rho c \frac{\partial T_c^{(j)}}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 T_c^{(j)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_c^{(j)}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_c^{(j)}}{\partial z^2} \right), \quad (6)$$

热扩散阶段热传导方程的边界条件为^[3]

$$\begin{cases} T_c^{(j)}(r = r_0) = 0, \\ k \frac{\partial T_c^{(j)}}{\partial z} = 0, & (z = 0) \\ -k \frac{\partial T_c^{(j)}}{\partial z} = 0, & (z = l) \end{cases} \quad (7)$$

2.2 热传导方程的求解

假设在第一个脉冲入射以前晶体温升为 0。通过求解(5)式，得到升温阶段末尾晶体的温度分布为

$$T_p^{(1)}(t = \Delta t) = \frac{2\alpha\eta_{\text{heat}}P_{\text{in}}}{\rho c \pi \omega_{\text{av}}^2 [1 - \exp(-\alpha l)]} \times \exp\left(\frac{-2r^2}{\omega_{\text{av}}^2}\right) \exp(-\alpha z) \Delta t, \quad (8)$$

即冷却阶段的初始条件 $T_c^{(1)}(r, z, t = 0)$ 。

考虑边界条件可以求出第一个脉冲过后，激光晶体冷却阶段的温度分布为

$$T_c^{(1)}(r, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_{nm}^{(1)} \exp(-\alpha \lambda_{nm} t) \times J_0\left(\frac{\mu_n^{(0)}}{r_0} r\right) \cos\left(\frac{m\pi}{l} z\right), \quad (9)$$

式中 $a = k/\rho c$ ， $\lambda_{nm} = \left(\frac{\mu_n^{(0)}}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{l}\right)^2$ ， $\mu_n^{(0)}$ 表示零阶第一类贝塞耳函数 $J_0(x)$ 的正零点。根据初始条件(8)式，以及贝塞耳函数和余弦函数的正交性，计算得到系数 $A_{nm}^{(1)}$ 为

$$A_{nm}^{(1)} = \frac{2\alpha \eta_{\text{heat}} P_{\text{in}} \Delta t \int_0^{r_0} r J_0 \left(\frac{\mu_n^{(0)}}{r_0} r \right) \exp \left(\frac{-2r^2}{w_{\text{av}}^2} \right) dr \int_0^l \exp(-\alpha z) \cos \left(\frac{m\pi}{l} z \right) dz}{\frac{r_0^2}{2} \rho c \pi w_{\text{av}}^2 [1 - \exp(-\alpha l)] J_1^2(\mu_n^{(0)}) \int_0^l \cos^2 \left(\frac{m\pi}{l} z \right) dz} = \frac{2\alpha \eta_{\text{heat}} P_{\text{in}} \Delta t}{\rho c \pi w_{\text{av}}^2 [1 - \exp(-\alpha l)]} A'_{nm}. \quad (10)$$

下面分析第 j 个抽运周期结束时,晶体的温度分布。由于脉冲宽度远小于脉冲的间隔,因而在脉冲入射激光晶体的瞬间,热传导过程可以忽略不计。冷却阶段以第 2 个脉冲刚刚通过的时间作为起点,由此可以求得第 2 个脉冲到来以后,晶体在冷却阶段的温度分布。以此类推,第 j 个脉冲过后的冷却阶段晶体温度分布为

$$T_c^{(j)}(r, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_{nm}^{(j)} \exp(-\alpha \lambda_{nm} t) \times J_0 \left(\frac{\mu_n^{(0)}}{r_0} r \right) \cos \left(\frac{m\pi}{l} z \right), \quad (11)$$

根据等比数列求和公式化简得到系数 $A_{nm}^{(j)}$ 为

$$A_{nm}^{(j)} = \frac{2\alpha \eta_{\text{heat}} P_{\text{in}} \Delta t}{\rho c \pi w_{\text{av}}^2 [1 - \exp(-\alpha l)]} \times \frac{1 - \exp(-aj\lambda_{nm}\tau)}{1 - \exp(-\alpha \lambda_{nm}\tau)} A'_{nm}. \quad (12)$$

2.3 计算结果的讨论

以激光二极管端面抽运 Nd:YAG 激光器为例,根据升温阶段热传导方程(4)式和第一个脉冲刚刚通过时晶体温度分布(8)式,升温阶段的时变温度分布主要受到抽运条件如抽运光功率和光束半径的影响;根据(11)式,散热过程晶体的时变温度分布主要受到晶体热物性参数 $a=k/\rho c$ 和晶体几何尺寸的影响,另外,解析计算时假设晶体侧面恒温,但是在实际应用中,端面抽运 Nd:YAG 激光器需要通过热沉对晶体进行散热,晶体侧面并不恒温,因此散热阶段晶体时变温度分布也和散热条件有关;根据(12)式,当分子 $\exp(-aj\lambda_{nm}\tau)$ 中的 j 足够大时,该项趋近于 0。可见,随着抽运脉冲的不断到来,最终的系数不再依赖于脉冲的个数,也就是晶体中最终形成一个虽然随时间变化但是却周期性重复的温度分布。

3 晶体温度时变特性的影响因素

在脉冲激光二极管端面抽运固体激光器中,晶体温度的时变过程由抽运脉冲的上升和下降沿、散热效果以及晶体的热物性共同决定。本文采用 ANSYS 有限元分析软件结合 Matlab 画图功能,分别比较升温过程中,抽运光功率、束腰半径、发散角

对晶体温度时变性的影响;降温过程中,晶体热物性参数、半径、散热条件对晶体温度时变性的影响。所用参数如表 1 所示。

表 1 采用有限元法计算温度分布所用参数^[1,4,5]

Table 1 Parameters used in simulation

Parameters	Value
Pump power / W	100
Pump pulse width / μs	200
Frequency / Hz	200
Nd:YAG radius / mm	4
Nd:YAG length / mm	10
Specific heat capacity of Nd:YAG / [J/(kg·°C)]	590
Density of Nd:YAG / (kg/m ³)	4560
dn/dt / K ⁻¹	7.3×10^{-6}
Heat conductivity of Nd:YAG / [W/(m·°C)]	14
Nd:YAG absorption coefficient / mm ⁻¹	0.5
Heat transfer coefficient	0.4
Location of beam waist / mm	0
Beam waist / mm	0.4
Angle of divergence / rad	0.16
Geometrical parameters of Cu heat sink / mm	$30 \times 30 \times 10$
Heat conductivity of Cu heat sink / [W/(m·°C)]	391
Heat transfer coefficient of air / [W/(m ² ·°C)]	10
Temperature of cooling liquid and air / °C	20

3.1 升温过程

3.1.1 抽运光功率

假设抽运光束腰半径为 0.4 mm,发散角 0.16 rad,通过水箱温控系统设置水流温度恒定为 20 °C,晶体和铜其他表面暴露在实验室环境中,假设空气自然对流换热系数恒定为 10 W/(m²·°C),环境温度为 20 °C。当改变激光二极管注入激光晶体的抽运功率分别为 10 W,15 W 和 20 W 时,晶体从环境温度 20 °C 升温至温度达到稳态分布过程中,晶体截面中心温度随时间变化趋势如图 1(a)所示,随着抽运功率的增大,晶体升温速度加快。

3.1.2 抽运光束腰半径

抽运光束腰半径对晶体升温过程的温度分布也有影响,当注入晶体抽运功率为 10 W,其他条件同上,改变束腰半径分别为 0.4 mm,0.6 mm 和 0.8 mm,如图 1(b)所示,束腰半径对晶体端面中心温度的影响也较明显,抽运光束半径越小,晶体达到

稳态时的温升越高。

3.1.3 抽运光发散角

当注入晶体抽运功率为 10 W,束腰半径为 0.4 mm,其他条件同上,改变抽运光发散角分别为 0.1 rad,0.15 rad 和 0.2 rad,如图 1(c)所示,发散

角对晶体端面中心温度影响较小。

由图 1 可见,抽运光的空间分布对晶体升温过程温度时变特性有一定影响,随着抽运功率的提高和束腰半径的减小,晶体升温速度有所提高,达到稳态的温升也越高。

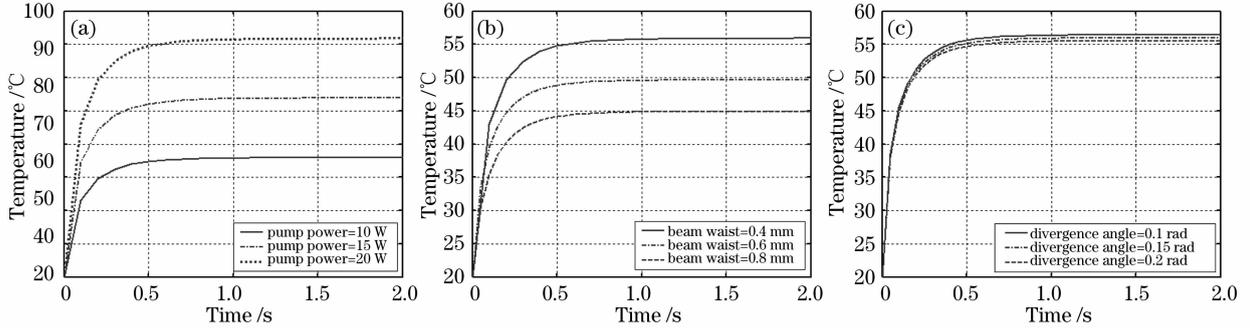


图 1 晶体升温过程影响因素。(a) 抽运光功率;(b) 抽运光束腰半径;(c) 发散角

Fig.1 Influences of heating process. (a) Pump power; (b) beam waist; (c) divergence angle

晶体升温过程(升温速度和温度分布)受到抽运条件以及散热条件的影响,但是在脉冲工作状态下,Nd:YAG 上能级粒子寿命为 230 μ s,选择抽运源脉宽应小于 230 μ s,又由于晶体热传导系数较小,为 14 W/(m \cdot °C),每个周期中抽运过程持续时间较短,产生的热量不能得到及时传导,因此在脉冲工作状态下,晶体的升温过程主要受到抽运条件(即抽运光功率和光束半径)的影响,散热条件对其影响较小。

3.2 降温过程

3.2.1 晶体热物性参数

根据(9)式,温度分布受到晶体热物性参数即导热系数、密度、比热的影响,定义参数 $a = k/\rho c$ 描述晶体热物理性质^[6]。分别以半径 2 mm 的 Nd:YAG, Nd:GGG 和 Nd:YLF 晶体为例^[5],晶体密度 ρ 分别为 4560 kg/m³,7090 kg/m³,3990 kg/m³,比热 c 分别为 590 J/(kg \cdot °C),380 J/(kg \cdot °C),790 J/(kg \cdot °C),热传导系数 k 分别为: 14 W/(m \cdot °C),

6.43 W/(m \cdot °C),6 W/(m \cdot °C),相应的参数 α 分别为: 5.2×10^{-6} , 2.4×10^{-6} , 1.9×10^{-6} 。对于不同种类的晶体,当它们的初始温度为均匀的 50 °C,其他条件如表 1,3 种晶体降温过程中,中心温度时变结果如图 2(a)所示。当与晶体本身热物性相关的参数 α 越大时,晶体降温速度越快。

3.2.2 晶体半径

由于端面抽运固体激光器中,晶体主要通过侧面进行传导散热,晶体的导热系数相对较低,因此其半径对散热的速率也略有影响,如图 2(b),当晶体初始温度为均匀的 50 °C,其他条件同上一时,晶体半径越小,晶体散热速度越快。

3.2.3 散热条件

对于端面抽运 Nd:YAG 激光器,通常采用铜热沉夹持激光晶体,铜上下表面与通水热沉紧密接触,通过水流传导散热,由于铜和通水金属热沉导热性都较好,可以假设铜热沉上下表面与水流温度相同,水流温度对晶体降温的速率有所影响。如图 2(c)

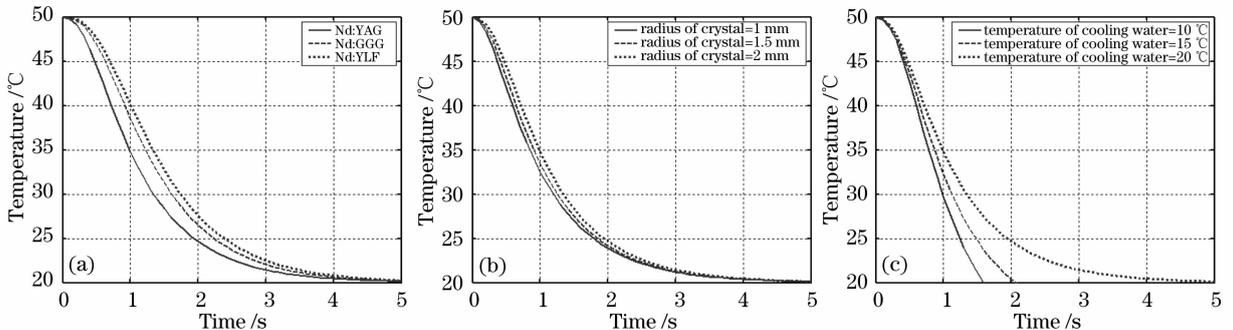


图 2 晶体降温过程影响因素。(a) 晶体热物性质;(b) 晶体半径;(c) 水温

Fig.2 Influences of cooling process. (a) Thermal physical character; (b) crystal radius; (c) water temperature

所示,降低水流的温度可以提高晶体的降温速率。

综上所述,晶体的降温速率受到晶体热物性参数和半径的影响,据此定义热弛豫时间^[7] $\tau = r^2 c \rho / k$,其中 c, ρ, k 和 r 分别为晶体比热、密度、热传导系数和半径。当晶体热弛豫时间与脉冲间隔相接近时,晶体温度随着抽运脉冲呈周期性分布,当脉冲间隔与晶体热弛豫时间相比很短时,激光晶体的温度呈现连续分布,这种模式下晶体热效应只取决于平均注入功率。另外,晶体降温过程还受到散热条件的影响,冷却水流温度对晶体降温过程有一定程度的影响。

4 晶体温度时变分布对谐振腔的影响

4.1 晶体温度时变分布

在脉冲激光二极管端面抽运 Nd:YAG 激光器中,晶体的内热源不仅是晶体半径和轴向坐标的函数,也是时间的函数,在 $t=0$ 时刻,开始对晶体棒加脉宽为 Δt ,周期为 T ,抽运功率为 P_m 的脉冲,图 3 表示频率为 200 Hz,脉宽 200 μs 的抽运源波形。其他条件如表 1,采用有限元分析软件 ANSYS 并结合 Matlab 的画图功能,计算得到棒端面中心温度随时间变化的分布如图 4 所示。

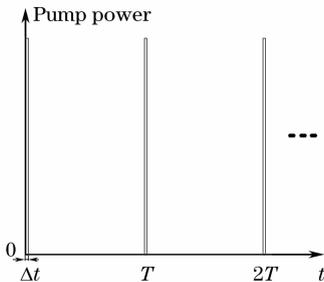


图 3 抽运源波形示意图

Fig. 3 Waveform of the pump power

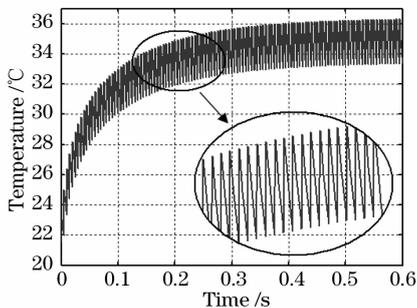


图 4 脉冲工作状态下晶体端面中心温度时变示意图

Fig. 4 Central of end surface temperature changing with time

4.2 相对光程差时变分布

通常在计算中假设晶体各向同性,轴对称,因此主要讨论由径向温度梯度引起折射率变化而导致的光程差(OPD)。当激光器重复运转,晶体温度达到动态平衡时,在晶体的径向存在温度梯度,由温度梯度引起的折射率变化为^[1]

$$\Delta n(r) = [T(r) - T(0)] \left(\frac{dn}{dT} \right). \quad (13)$$

对于沿轴向传播的平面光波,当通过晶体时,在轴向无限小的距离 dz 内产生的光程差为

$$\text{OPD}(r, z) = \Delta n(r) dz. \quad (14)$$

当晶体内温度分布达到动态平衡时,在一个抽运周期内,晶体中心和边缘温度差值先增大后减小,导致了平面光波通过晶体时,产生的相对光程差也随时间波动,如图 5。由于晶体为圆柱状,折射率^[8] 为 $n(r) = n_0 [1 - (k_2/2k)r^2]$,如果将热透镜近似视为一个球面透镜,由于晶体棒的热聚焦特性与相对光程差相关,相对光程差又与时间有关,因此晶体的热透镜效应亦与时间有关,如图 6 所示。周期过程中,热透镜的焦距也随时间波动。

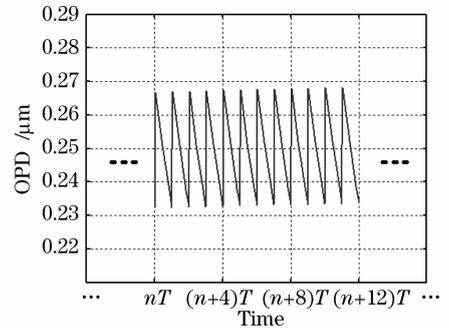


图 5 周期过程中相对光程差随时间的变化

Fig. 5 Relative optical path difference periodically changing with time

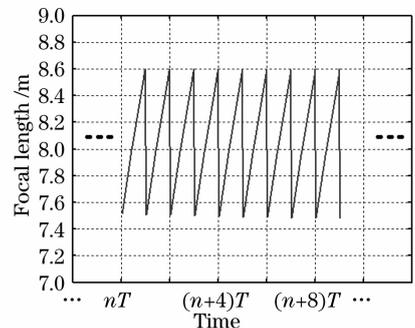


图 6 周期过程中热透镜焦距随时间的变化

Fig. 6 Focal length of thermal lens periodically changing with time

5 结 论

首先采用解析方法,对脉冲激光二极管端面抽运固体激光器中,激光晶体的温度时变分布进行了计算。根据计算的结果,分析了抽运功率、束腰半径、发散角、晶体热物性参数、半径以及散热条件对晶体温度分布的影响。以脉冲激光二极管端面抽运Nd:YAG激光器为例,分别讨论了晶体升温 and 散热过程的主要影响因素。结果表明,晶体升温过程(升温速度和温度分布)受到抽运及散热条件的影响,但主要受抽运条件即抽运光强度和光束半径影响;降温过程受晶体半径、热物性参数及散热条件的影响。采用有限元分析软件 ANSYS,以脉冲激光二极管端面抽运Nd:YAG激光器为例,综合考虑晶体冷却环境的实际情况,数值计算得到晶体端面中心温度随着抽运脉冲到来的时变分布。由于晶体内部温度分布的不均匀性,晶体径向存在温度梯度,导致通过该晶体的平面光波中心和边缘光线存在相对光程差,由于晶体温度梯度随时间变化,相对光程差也随时间做周期性波动,引起谐振腔呈周期性变化,通过合理设计谐振腔,可使其周期性运转在稳腔和非稳腔状态下,以获得特定的激光输出。

参 考 文 献

- 1 Song Xiaolu, Li Bingbin, Wang Shiyu *et al.*. Transient thermal effect in pulsed laser diode end-pumped solid-state laser [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(11): 1476~1482
宋小鹿,李兵斌,王石语等. 脉冲激光二极管端面抽运全固态激

- 光器热效应瞬态过程[J]. *中国激光*, 2007, **34**(11): 1476~1482
- 2 Zhang Xingyu, Zhao Shengzhi, Wang Qingpu *et al.*. Study on thermal lens of Nd³⁺:YAG laser pumped by a laser diode [J]. *Chinese J. Lasers*, 2000, **A27**(9): 777~781
张行愚,赵圣之,王青圃等. 激光二极管抽运的激光器热透镜效应的研究[J]. *中国激光*, 2000, **A27**(9): 777~781
- 3 Lan Lan, Chen Jianguo, Ou Qunfei *et al.*. Temperature rise of an optical component under irradiation of multiple short pulses [J]. *Laser Technology*, 2005, **29**(3): 297~300
兰 岚,陈建国,欧群飞等. 多个短脉冲辐照下光学元件的温升分布[J]. *激光技术*, 2005, **29**(3): 297~300
- 4 Song Xiaolu, Li Bingbin, Wang Shiyu *et al.*. Comparison of different cooling methods in DPL [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008, **37**(1): 73~76
宋小鹿,李兵斌,王石语等. DPL中晶体散热效果的比较[J]. *红外与激光工程*, 2008, **37**(1): 73~76
- 5 W. Koehner. *Solid-State Laser Engineering* [M]. Sun Wen, Jiang Zhewen, Cheng Guoxiang Transl., Beijing: Science Press, 2002. 40~42
W. 克希耐尔. *固体激光工程* [M]. 孙 文,江泽文,程国祥译. 北京: 科学出版社, 2002. 40~42
- 6 Yao Zhongpeng, Wang Ruijun. *Heat Transfer* [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2003. 17~20
姚仲鹏,王瑞君. *传热学* [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2003. 17~20
- 7 Hou Liqun, Zu Jifeng, Dong Yue *et al.*. Numerical simulation of thermal induced effects and cooling characteristics of Nd:GGG laser crystal slabs in the heat capacity operation mode [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(8): 1025~1029
侯立群,祖继锋,董 玥等. Nd:GGG激光晶体热容工作下的热致效应与冷却特性数值模拟[J]. *中国激光*, 2006, **33**(8): 1025~1029
- 8 A. Yaiv. *Quantum Electronics* [M]. Liu Songhao, Wu Cunkai, Wang Mingchang Transl., Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 1983. 110~113
A. 亚里夫. *量子电子学* [M]. 刘颂豪,吴存恺,王明常译. 上海: 上海科学技术出版社, 1983. 110~113