文章编号:0258-7025(2009)09-2326-06

洛伦兹-高斯光束的传输特性

周国泉

(浙江林学院理学院,浙江临安 311300)

摘要 洛伦兹-高斯光束是用于描述某些发散程度较大的激光光源而引入的,在源平面上的 q 参数趋向于无穷的 条件下,洛伦兹-高斯光束退化为洛伦兹光束。基于柯林斯积分公式,导出了洛伦兹-高斯光束经傍轴 abcd 光学系 统的解析传输公式,进行了相关的数值计算以揭示其傍轴传输特性。基于矢量瑞利-索末菲衍射积分公式,导出了 矢量洛伦兹-高斯光束非傍轴条件下的解析传输公式,进行了相应的数值计算;作为一般公式的特例,给出了相应 的远场表达式和傍轴结果。

关键词 激光光学;洛伦兹-高斯光束;光束传输;傍轴;非傍轴

中图分类号 O436;TN012 文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL20093609.2326

Propagation Properties of a Lorentz-Gauss Beam

Zhou Guoquan

(School of Sciences, Zhejiang Forestry University, Lin´an, Zhejiang 311300, China)

Abstract Lorentz-Gauss beams have been introduced to describe some certain laser sources with high divergence. When the *q* parameter at the source plane tends to infinity, Lorentz-Gauss beams reduce to be Lorentz beams. Based on the Collins integral formula, an analytical propagation formula of a Lorentz-Gauss beam passing through a paraxial *abcd* optical system is derived. Within the paraxial framework, the propagation properties of Lorentz-Gauss beam are illustrated with numerical examples. Based on the vectorial Rayleigh-Sommerfeld integral formulae, the analytical propagation equation of a nonparaxial Lorentz-Gauss beam in free space is presented, and the corresponding numerical examples are also given. Moreover, the far field expression and the scalar paraxial result are dealt with as special cases of the general formulae.

Key words laser optics; Lorentz-Gauss beam; beam propagation; paraxial; nonparaxial

1 引 言

近年来,不同形态分布的激光束由于在实际应 用中具有特殊用途而引起广大光学工作者的极大兴 趣,洛伦兹-高斯光束就是其中之一。作为一种可实 现的光束,洛伦兹-高斯光束由 O. E. Gawhary 等 所引入^[1]。而且,他们研究了洛伦兹-高斯光束在菲 涅耳近似下的传输性质,给出了在任一横截面上用 标量表示的解析解。在相同空间分布下,洛伦兹-高 斯分布的角扩展程度比高斯分布的大^[2]。因此,洛 伦兹-高斯光束适用于描述某些发散程度较大的激 光光源,如双异结 Ga_{1-x} Al_xAs 激光器所激射的光 束^[2,3]。在源平面上的 q 参数趋向于无穷时,洛伦兹 -高斯光束退化为洛伦兹光束。基于柯林斯积分公 式,陆群英等^[4]给出了洛伦兹光束经一阶轴对称光 学系统的传输变换公式。周国泉等^[5]从矢量结构出 发研究了洛伦兹光束的远场特性,并与相应的高斯 光束远场结构做了比较。周国泉^[6]基于光束传输的 二阶矩理论对洛伦兹光束的光束传输因子做了数值 计算,确定在傍轴条件下其光束传输因子为√2。为 了进一步揭示洛伦兹-高斯光束的传输特性,本文将 给出洛伦兹-高斯光束经傍轴 abcd 光学系统的传输 公式。同时鉴于洛伦兹-高斯光束是用于描写发散 程度较大的激光束,其涉及的光源尺度相对较小,还 将研究洛伦兹-高斯光束在非傍轴条件下的传输 规律。

基金项目:浙江省教育厅中青年学科带头人资助项目。

收稿日期: 2008-09-01; 收到修改稿日期: 2008-10-30

作者简介:周国泉(1970—),男,博士后,教授,主要从事光束传输及其应用方面的研究。

2 洛伦兹-高斯光束经傍轴 abcd 光学系统的传输

在直角坐标系中, z 轴为光束传播方向。在 z =0 的源平面上, 洛伦兹-高斯光束的初始分布为^[1]

$$E(x_{0}, y_{0}, 0) = \frac{E_{0}}{w_{0x}w_{0y}} \frac{1}{\left[1 + (x_{0}/w_{0x})^{2}\right]\left[1 + (y_{0}/w_{0y})^{2}\right]} \exp\left[\frac{ik(x_{0}^{2} + y_{0}^{2})}{2q_{0}}\right],$$
(1)

式中, w_{0x} 和 w_{0y} 分别为与x和y方向上洛伦兹部分光束宽度相关的参数。 E_0 为常数。 $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为 波长。 $q_0 = -ikw_0^2/2$ 为源平面z = 0上的q参数,其中 w_0 是对应高斯部分的束宽。在傍轴领域内,洛伦兹-高斯光束经 abcd 光学系统的传输公式可由柯林斯积分公式得到^[7]

$$E(x,y,z) = \frac{1}{i\lambda b} \exp(ikz) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x_0,y_0,0) \exp\left\{\frac{ik}{2b} \left[a(x_0^2+y_0^2)-2(x_0x+yy_0)+d(x^2+y^2)\right]\right\} dx_0 dy_0, \quad (2)$$

式中 a, b, c 和 d 是表征傍轴光学系统的矩阵元且满足 ad - bc = 1。将(1)式代入(2)式可得

$$E(x, y, z) = \frac{E_0}{i\lambda b} \exp(ikz) E(x, z) E(y, z), \qquad (3)$$

其中 E(x,z) 和 E(y,z) 为

$$E(j,z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{w_{0j} \left[1 + (j_0/w_{0j})^2\right]} \exp\left[\frac{ik}{2b} (Aj_0^2 - 2j_0j + dj^2)\right] dj_0, \qquad (4)$$

式中 j 表示 x 或 y(下同), 而 $A = a + b/q_0$ 。根据卷积的定义, (4) 式可改写为

$$E(j,z) = w_{0j} \exp\left(\frac{\mathrm{i}kdj^2}{2b}\right) \exp\left(-\frac{\mathrm{i}kj^2}{2Ab}\right) \left[f_1\left(\frac{j}{A}\right) * f_2\left(\frac{j}{A}\right)\right],\tag{5}$$

式中 * 表示卷积,函数 $f_1(\tau)$ 和 $f_2(\tau)$ 分别定义为

$$f_{1}(\tau) = \frac{1}{w_{0j}^{2} + \tau^{2}}, f_{2}(\tau) = \exp\left(\frac{ikA}{2b}\tau^{2}\right).$$
(6)

运用傅里叶变换的卷积规律[8],并经冗长的运算后(5)式可表示成简洁的形式

$$E(j,z) = \frac{\pi}{2} \exp\left(\mathrm{i} \frac{kC}{2A} j^2\right) \left[E_j^+(j,z) + E_j^-(j,z) \right],\tag{7}$$

其中

$$E_{j}^{\pm}(j,z) = \exp\left[\frac{kA}{2ib}\left(w_{0j}\pm i\frac{j}{A}\right)^{2}\right]\left\{1 - \operatorname{erf}\left[\sqrt{\frac{kA}{2ib}}\left(w_{0j}\pm i\frac{j}{A}\right)\right]\right\},\tag{8}$$

式中 erf $(x) = 2 \int_{0}^{\infty} \exp(-s^2) ds / \sqrt{\pi}$ 为误差函数, 而 $C = c + d/q_0$ 。因此, 洛伦兹-高斯光束经傍轴 *abcd* 光学 系统的传输公式为

$$E(x,y,z) = \frac{\pi^2 E_0}{4i\lambda b} \exp(ikz) \exp\left[i\frac{k(x^2+y^2)}{2q}\right] \left[E_x^+(x,z) + E_x^-(x,z)\right] \left[E_y^+(y,z) + E_y^-(y,z)\right], \quad (9)$$

式中q为z平面上的q参数,它遵循常规的 abcd 定律

$$\frac{1}{q} = \frac{C}{A} = \frac{c + d/q_0}{a + b/q_0}.$$
 (10)

若源平面 z = 0 上的 q 参数趋向于无穷,洛伦兹-高斯光束就退化为洛伦兹光束。此时,(9)式简化为

$$E(x,y,z) = \frac{\pi^2 E_0}{4i\lambda b} \exp(ikz) \exp\left[i\frac{kc(x^2+y^2)}{2a}\right] \left[U_x^+(x,z) + U_x^-(x,z)\right] \left[U_y^+(y,z) + U_y^-(y,z)\right], \quad (11)$$

式中 $U_j^{\pm}(j,z)$ 为

$$U_{j}^{\pm}(j,z) = \exp\left[\frac{ka}{2ib}\left(w_{0j}\pm i\frac{j}{a}\right)^{2}\right]\left\{1 - \operatorname{erf}\left[\sqrt{\frac{ka}{2ib}}\left(w_{0j}\pm i\frac{j}{a}\right)\right]\right\}.$$
(12)

上式即为洛伦兹光束经傍轴 abcd 光学系统的传输公式。

作为数值计算的例子,现考虑洛伦兹-高斯光束 经图1所示的薄透镜后的传输特性。s为薄透镜距源 平面的距离,F为薄透镜的几何焦距。 $\Delta z = z - s - F$ 为观察面离几何焦平面的距离。图 1 所示的光学

中





系统对应的传输矩阵为

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Delta z/F & F + \Delta z - s\Delta z/F \\ -1/F & 1 - s/F \end{pmatrix}.$$
(13)

图 2 给出了洛伦兹-高斯光束经透镜后在焦平面 上的归一化三维光强分布图和相应的轮廓图。数值 计算时,其参数选取如下: $\lambda = 0.8 \ \mu m$, $F = 200 \ mm$, $w_{0y} = 0.8 \ mm$, $w_0 = 0.4 \ mm$, $s = 100 \ mm$ 。图 2(a)中 $w_{0x} = 0.8 \ mm$,图 2(b)中 $w_{0x} = 0.4 \ mm$ 。参数不同, 洛伦兹-高斯光束的光强分布就不同。



图 2 洛伦兹-高斯光束经透镜后在焦平面上的归一化三维光强分布和相应的轮廓图



3 洛伦兹-高斯光束的非傍轴传输

首先将洛伦兹-高斯光束矢量化。考虑洛伦兹-高斯光束的偏振位于 *x*-*z* 平面。在 *z* =0 的源平面上,洛 伦兹-高斯光束的初始分布为

$$\begin{bmatrix} E_{x}(x_{0}, y_{0}, 0) \\ E_{y}(x_{0}, y_{0}, 0) \end{bmatrix} = \begin{cases} \frac{E_{0}}{w_{0x}w_{0y}[1 + (x_{0}/w_{0x})^{2}][1 + (y_{0}/w_{0y})^{2}]} \exp\left[\frac{ik(x_{0}^{2} + y_{0}^{2})}{2q_{0}}\right] \\ 0 \end{cases}$$
(14)

运用矢量瑞利-索末菲衍射积分公式,可得洛伦兹-高斯光束向自由半空间 z>0 非傍轴传输为[9]

$$E_{x}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \frac{E_{0}}{w_{0x}w_{0y}} \frac{1}{\left[1 + (x_{0}/w_{0x})^{2}\right]\left[1 + (y_{0}/w_{0y})^{2}\right]} \exp\left[\frac{\mathrm{i}k(x_{0}^{2} + y_{0}^{2})}{2q_{0}}\right] \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{r},\boldsymbol{\rho}_{0})}{\partial z} \mathrm{d}x_{0} \mathrm{d}y_{0}, \quad (15)$$

$$E_{x}(\mathbf{r}) = 0, \quad (16)$$

$$E_{z}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \frac{E_{0}}{w_{0x}w_{0y}} \frac{E_{0}}{[1+(x_{0}/w_{0x})^{2}][1+(y_{0}/w_{0y})^{2}]} \exp\left[\frac{ik(x_{0}^{2}+y_{0}^{2})}{2q_{0}}\right] \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{r},\boldsymbol{\rho}_{0})}{\partial x} dx_{0} dy_{0}, \quad (17)$$

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{\rho}_{0}) = \frac{\exp(\mathrm{i}\boldsymbol{k} \,|\, \boldsymbol{r} - \boldsymbol{\rho}_{0} \,|\,)}{|\, \boldsymbol{r} - \boldsymbol{\rho}_{0} \,|\,},\tag{18}$$

其中 $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z, \mathbf{\rho}_0 = x_0\mathbf{e}_x + y_0\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_y, \mathbf{n}\mathbf{e}_z$ 是直角坐标系的三个基矢量。在非傍轴范围内,如下 近似有效^[10,11]

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{\rho}_{0}) = \frac{1}{r} \exp\left[\mathrm{i}k\left(r + \frac{\rho_{0}^{2} - 2xx_{0} - 2yy_{0}}{2r}\right)\right],\tag{19}$$

式中 $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} = (\rho^2 + z^2)^{1/2}, \rho_0^2 = (x_0^2 + y_0^2)^{1/2}$ 。将(19)式代入(15)和(17)式,得到洛伦兹-高 斯光束非傍轴传输公式的积分形式

$$E_{x}(\mathbf{r}) = \frac{-\mathrm{i}E_{0} \operatorname{zexp}(\mathrm{i}kr)}{\lambda r^{2} w_{0x} w_{0y}} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left[1 + (x_{0}/w_{0x})^{2}\right] \left[1 + (y_{0}/w_{0y})^{2}\right]} \times \exp\left\{\frac{\mathrm{i}k}{2r} \left[\left(1 + \frac{r}{q_{0}}\right)\rho_{0}^{2} - 2xx_{0} - 2yy_{0}\right]\right\} \mathrm{d}x_{0} \mathrm{d}y_{0},$$
(20)

$$E_{z}(\mathbf{r}) = \frac{iE_{0}\exp(ikr)}{\lambda r^{2} w_{0x} w_{0y}} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \frac{x-x_{0}}{\left[1+(x_{0}/w_{0x})^{2}\right]\left[1+(y_{0}/w_{0y})^{2}\right]} \times$$
(21)

$$\exp\left\{\frac{\mathrm{i}k}{2r}\left[\left(1+\frac{r}{q_{0}}\right)\rho_{0}^{2}-2xx_{0}-2yy_{0}\right]\right\}\mathrm{d}x_{0}\,\mathrm{d}y_{0}.$$

要得到洛伦兹-高斯光束非傍轴传输公式 x 分量的解析式,必须先进行如下积分

$$T_{1}(j,z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1 + (j_{0}/w_{0j})^{2}} \exp\left[\frac{ik}{2r}(\beta j_{0}^{2} - 2jj_{0})\right] dj_{0}, \qquad (22)$$

式中, $\beta = 1 + r/q_0$ 。对比(4)式,可得到(22)式的解析结果

$$T_{1}(j,z) = \frac{\pi w_{0j}}{2} \left[V_{j}^{+}(j,z) + V_{j}^{-}(j,z) \right] \exp\left(-\frac{ikj^{2}}{2\beta r}\right),$$
(23)

其中 $V_j^{\pm}(j,z)$ 为

$$V_{j}^{\pm}(j,z) = \exp\left[\frac{k\beta}{2ir}\left(w_{0j}\pm i\frac{j}{\beta}\right)^{2}\right]\left\{1 - \operatorname{erf}\left[\sqrt{\frac{k\beta}{2ir}}\left(w_{0j}\pm i\frac{j}{\beta}\right)\right]\right\}.$$
(24)

因此,洛伦兹-高斯光束非傍轴传输时其 x 分量可解析地表示为

$$E_{x}(\mathbf{r}) = -\frac{\mathrm{i}\pi^{2}E_{0}z}{4\lambda r^{2}} \exp\left(-\frac{\rho^{2}}{w^{2}(r)}\right) \left[V_{x}^{+}(x,z) + V_{x}^{-}(x,z)\right] \left[V_{y}^{+}(y,z) + V_{y}^{-}(y,z)\right] \exp\left[\mathrm{i}\left(kr - \frac{z_{r}\rho^{2}}{rw^{2}(r)}\right)\right],$$
(25)

式中 $w(r) = w_0(1 + r^2/z_r^2)^{1/2}$ 为高斯部分的光斑半径,其中 $z_r = kw_0^2/2$ 。要得到洛伦兹-高斯光束非傍轴传输时纵向分量的解析式,还须对下式进行积分

$$T_{2}(x,z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_{0}}{1 + (x_{0}/w_{0x})^{2}} \exp\left[\frac{ik}{2r}(\beta x_{0}^{2} - 2xx_{0})\right] dx_{0} = w_{0x}^{2} \exp\left(-\frac{ikx^{2}}{2\beta r}\right) \left[f_{3}\left(\frac{x}{\beta}\right) * f_{2}\left(\frac{x}{\beta}\right)\right], \quad (26)$$

其中 f₃(τ) 定义为

$$f_{3}(\tau) = \frac{\tau}{w_{0x}^{2} + \tau^{2}}.$$
(27)

运用傅里叶变换的卷积定理[9],(26)式的积分结果为

$$T_{2}(x,z) = \frac{i\pi w_{0x}^{2}}{2} \left[V_{x}^{+}(x,z) - V_{x}^{-}(x,z) \right] \exp\left(-\frac{ikx^{2}}{2\beta r}\right).$$
(28)

最终得到洛伦兹-高斯光束非傍轴传输时纵向分量的解析式为

$$E_{z}(\mathbf{r}) = \frac{i\pi^{2}E_{0}}{4\lambda r^{2}} \exp\left(\frac{-\rho^{2}}{w^{2}(r)}\right) \left[V_{y}^{+}(y,z) + V_{y}^{-}(y,z)\right] \left[(x - iw_{0x})V_{x}^{+}(x,z) + (x + iw_{0x})V_{x}^{-}(x,z)\right] \times \exp\left\{i\left[kr - \frac{z_{r}\rho^{2}}{rw^{2}(r)}\right]\right\}$$
(29)

(25)和(29)式就是洛伦兹-高斯光束在自由空间的非傍轴传输公式。

洛伦兹-高斯光束的远场表达式和傍轴结果可视为上述结果的特例。在远场条件下,式(19)可进一步简 化为

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{\rho}_{0}) = \frac{1}{r} \exp\left[\mathrm{i}k\left(r - \frac{xx_{0} + yy_{0}}{r}\right)\right]. \tag{30}$$

光

因此,洛伦兹-高斯光束的远场分布为

$$E_{x}(\mathbf{r}) = -\frac{\mathrm{i}\pi^{2}E_{0}z}{4\lambda r^{2}} \exp\left(\frac{f^{2}}{f_{x}^{2}} + \frac{f^{2}}{f_{y}^{2}}\right) \left\{ \exp\left(-\frac{x}{f_{x}r}\right) \left[1 - \mathrm{erf}\left(\frac{f}{f_{x}} - \frac{x}{2fr}\right)\right] + \exp\left(\frac{x}{f_{x}r}\right) \left[1 - \mathrm{erf}\left(\frac{f}{f_{x}} + \frac{x}{2fr}\right)\right] \right\} \times \left\{ \exp\left(-\frac{y}{f_{y}r}\right) \left[1 - \mathrm{erf}\left(\frac{f}{f_{y}} - \frac{y}{2fr}\right)\right] + \exp\left(\frac{y}{f_{y}r}\right) \left[1 - \mathrm{erf}\left(\frac{f}{f_{y}} + \frac{y}{2fr}\right)\right] \right\} \exp(\mathrm{i}kr),$$

$$\mathrm{i}\pi^{2}E_{x} = \left(f^{2} - \frac{f^{2}}{2}\right) \left(1 - \mathrm{erf}\left(\frac{x}{f_{y}} - \frac{y}{2fr}\right)\right) \left[1 - \mathrm{erf}\left(\frac{x}{f_{y}r} - \frac{y}{2fr}\right)\right] \right\} \exp(\mathrm{i}kr),$$

$$\mathrm{i}\pi^{2}E_{x} = \left(f^{2} - \frac{f^{2}}{2}\right) \left(1 - \mathrm{erf}\left(\frac{x}{f_{y}r} - \frac{y}{2fr}\right)\right) \left[1 - \mathrm{erf}\left(\frac{x}{f_{y}r} - \frac{y}{2fr}\right)\right] \exp(\mathrm{i}kr),$$

$$\mathrm{i}\pi^{2}E_{x} = \left(f^{2} - \frac{f^{2}}{2}\right) \left(1 - \mathrm{erf}\left(\frac{x}{f_{y}r} - \frac{y}{2fr}\right)\right) \left[1 - \mathrm{erf}\left(\frac{x}{f_{y}r} - \frac{y}{2fr}\right)\right]$$

$$E_{z}(\mathbf{r}) = \frac{x}{4\lambda r^{2}} \exp\left(\frac{y}{f_{x}^{2}} + \frac{y}{f_{y}^{2}}\right) \left\{ (x - iw_{0x}) \exp\left(\frac{f_{x}r}{f_{x}r}\right) \left[1 - \operatorname{erl}\left(\frac{y}{f_{x}} + \frac{y}{2fr}\right) \right] + (x + iw_{0x}) \exp\left(-\frac{x}{f_{x}r}\right) \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{f}{f_{x}} - \frac{x}{2fr}\right) \right] \right\} \times \left\{ \exp\left(-\frac{y}{f_{y}r}\right) \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{f}{f_{y}} - \frac{y}{2fr}\right) \right] + \exp\left(\frac{y}{f_{y}r}\right) \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{f}{f_{y}} + \frac{y}{2fr}\right) \right] \right\} \exp(ikr),$$
(32)

式中

$$f = 1/kw_0, f_x = 1/kw_{0x}, f_y = 1/kw_{0y}.$$
(33)

在傍轴条件下,可做傍轴展开

$$r = z + \frac{\rho^2}{2z} = z. \tag{34}$$

将(34)式代入(25)式,可得洛伦兹-高斯光束的傍轴传输解

$$E_{x}(\mathbf{r}) = \frac{\pi^{2} E_{0}}{4i\lambda z} \exp\left[ikz - \frac{x^{2} + y^{2}}{w_{0}^{2}(1 + iz/z_{r})}\right] \left[P_{x}^{+}\left(\frac{x}{1 + iz/z_{r}}, \frac{z}{1 + iz/z_{r}}\right) + P_{x}^{-}\left(\frac{x}{1 + iz/z_{r}}, \frac{z}{1 + iz/z_{r}}\right)\right] \times \left[P_{y}^{+}\left(\frac{y}{1 + iz/z_{r}}, \frac{z}{1 + iz/z_{r}}\right) + P_{y}^{-}\left(\frac{y}{1 + iz/z_{r}}, \frac{z}{1 + iz/z_{r}}\right)\right],$$
(35)

其中 P[±](j,z) 为

$$P_{j}^{\pm}(j,z) = \exp\left(\frac{k}{2\mathrm{i}z}(w_{0j}\pm\mathrm{i}j)^{2}\right) \left[1 - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{k}{2\mathrm{i}z}}(w_{0j}\pm\mathrm{i}j)\right)\right].$$
(36)

(35)式就是文献[1]所给出的洛伦兹-高斯光束的傍轴表达式。在傍轴条件下,其纵向分量由于与 *x* 方向上的分量相比小得多,因而可忽略^[12]。



图 3 参考平面 z = 15z, 处洛伦兹-高斯光束的归一化光强分布

 $f = 0.02, f_x = f_y = 0.05$ 。(a) $I(x, 0, 15z_r)$; (b) $I(0, y, 15z_r)$ 。实线和点线分别对应非傍轴结果和傍轴结果 Fig. 3 Normalized intensity distribution of a Lorentz-Gauss beam in the reference plane $z = 15z_r$. f = 0.02, and $f_x = f_y = 0.05$. (a) $I(x, 0, 15z_r)$. (b) $I(0, y, 15z_r)$. The solid and dotted curves denote the nonparaxial and paraxial results, respectively

图 3 和 4 给出了在参考平面 $z=15z_r$ 处洛伦兹-高斯光束的归一化光强分布。实线表示是用(25)和 (29)式计算所得的非傍轴结果,而点线对应的是用(35)式计算所得的傍轴结果。图 3 中的参数为: $f = 0.02, f_x = f_y = 0.05$ 。图 4 中的参数为: $f = 0.2, f_x = f_y = 0.5$ 。当参数 f, f_x 和 f_y 较小时,非傍轴结

36 卷

果和傍轴结果相吻合。但当参数 f, f_x 和 f_y 较大时,非傍轴结果和傍轴结果有较显著的偏差,且这种偏差随f参数的增大而增大。



图 4 参考平面 z = 15 z, 处洛伦兹-高斯光束的归一化光强分布。

 $f = 0.2, f_x = f_y = 0.5.$ (a) $I(x, 0, 15z_r)$. (b) $I(0, y, 15z_r)$ 。实线和点线分别对应非傍轴结果和傍轴结果 Fig. 4 Normalized intensity distribution of a Lorentz-Gauss beam in the reference plane $z = 15z_r$. f = 0.2, and $f_x = f_y = 0.5$. (a) $I(x, 0, 15z_r)$; (b) $I(0, y, 15z_r)$. The solid and dotted curves denote the nonparaxial and paraxial results, respectively

4 结 论

洛伦兹-高斯光束是用于描述某些发散程度较 大的激光光源而引入的,在源平面上的 q 参数趋向 于无穷的条件下,洛伦兹-高斯光束退化为洛伦兹光 束。基于柯林斯积分公式,导出了洛伦兹-高斯光束 经傍轴 abcd 光学系统的解析传输公式。基于矢量 瑞利-索末菲衍射积分公式,导出了矢量洛伦兹-高 斯光束非傍轴条件下的解析传输公式;作为一般公 式的特例,还给出了相应的远场表达式和傍轴结果。 进行了相关的数值计算,以揭示洛伦兹-高斯光束的 传输特性。数值计算结果表明洛伦兹-高斯光束的 形态分布取决于 3 个参数 f,f_x和f_y。在实际应用 中,应根据具体情况予以参数优化,以便更好地表征 那些发散度较大的激光束,从而促进其应用。

参考文献

- 1 O. E. Gawhary, S. Severini. Lorentz beams and symmetry properties in paraxial optics [J]. J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 2006, 8: 409~414
- 2 A. Naqwi, F. Durst. Focus of diode laser beams: a simple mathematical model [J]. Appl. Opt., 1990, 29: 1780~1785
- 3 W. P. Dumke. The angular beam divergence in doubleheterojunction lasers with very thin active regions [J]. IEEE J. Quantum Electron., 1975, QE-11: 400~402

4 Lu Qunying, Chen Tingting, Ding Guilin et al.. Propagation properties of Lorentz beam passing through first-order axisymmetric optical systems [J]. Chinese. J. Lasers, 2008, 35(4): 539~543

陆群英,陈婷婷,丁桂林等.洛伦兹光束通过一阶轴对称光学系统的传输变换特性[J].中国激光,2008,**35**(4):539~543

- 5 Guoquan Zhou, Jun Zheng, Yiqing Xu. Investigation in the far field characteristics of Lorentz beam from the vectorial structure [J]. J. Mod. Opt., 2008, 55: 993~1002
- 6 Zhou Guoquan. Study on the propagation properties of Lorentz beam [J]. Acta Physica. Sinica, 2008, 57: 3494~3498
 周国泉. 洛伦兹光束的传输特性研究[J]. 物理学报, 2008, 57: 3494~3498
- 7 Juguan Gu, Daomu Zhao. Propagation characteristics of Gaussian beams through a paraxial ABCD optical system with an annular aperture [J]. J. Mod. Opt., 2005, 52: 1065~1072
- 8 J. W. Goodman. Introduction to Fourier Optics [M]. New York: McGraw-Hill, 1968
- 9 Zhangrong Mei, Daomu Zhao. Nonparaxial analysis of vectorial Laguerre-Bessel-Gaussian beams [J]. Opt. Express, 2007, 15: 11942~11951
- 10 Chongwei Zheng, Yaoju Zhang, Ling Wang. Propagation of vectorial Gaussian beams behind a circular aperture [J]. Opt. Laser. Technol., 2007, 39: 598~604
- 11 Zhangrong Mei, Daomu Zhao. Nonparaxial propagation of controllable dark-hollow beams [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2008, 25: 537~542
- 12 C. G. Chen, P. T. Konkola, J. Ferrera *et al.*. Analyses of vector Gaussian beam propagation and the validity of paraxial and spherical approximations [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**: 404~412