

文章编号: 0258-7025(2009)09-2319-07

湍流对部分相干环状光束空间相干性的影响

陈晓文 季小玲

(四川师范大学物理系, 四川 成都 610068)

摘要 基于广义惠更斯-菲涅耳原理, 并采用 Rytov 相位结构函数二次近似的方法, 推导出了部分相干环状光束通过湍流大气传输时, 其光谱相干度的解析公式, 并研究了光束的空间相干特性。研究表明, 部分相干环状光束通过自由空间传输时其光谱相干度会出现振荡和相位奇异现象, 且光束遮拦比 ϵ 越大振荡越厉害。但是, 随着湍流的增强, 其振荡逐渐减弱直至消失, 不同 ϵ 的光谱相干度曲线相接近, 并呈类高斯分布。光束遮拦比 ϵ 越大的部分相干环状光束其空间相干性受湍流影响越小。此外, 在自由空间中, 若光束相干参数 α 较小, 随 ϵ 的变化光谱相干度二阶矩宽度 w_c 可大于或小于其光谱强度二阶矩宽度 w_i , 且临界值 ϵ_0 随 α 的增大而增大; 随着 α 的增大, 则无论 ϵ 取何值都有 $w_c > w_i$ 。然而, 当湍流增强到一定程度, 总是有 $w_c < w_i$ 。

关键词 大气光学; 光谱相干度; 二次近似法; 湍流大气; 部分相干环状光束; 光谱相干度二阶矩宽度

中图分类号 O436.3; TN012 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL20093609.2319

Influence of Turbulence on Spatial Correlation Properties of Partially Coherent Annular Beams

Chen Xiaowen Ji Xiaoling

(Department of Physics, Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan 610068, China)

Abstract Based on the extended Huygens-Fresnel principle, the analytical expression for the spectral degree of coherence of partially coherent annular beams propagating in atmospheric turbulence is derived by using the quadratic approximation of Rytov's phase structure function, and the spatial correlation properties are studied. It is shown that the oscillatory behavior and phase singularities of the spectral degree of coherence may appear when partially coherent annular beams propagate in free space, and the oscillatory behavior becomes stronger with increasing the beam obscure ratio ϵ . However, the oscillatory behavior becomes weaker and even disappears as the strength of turbulence increases. The curves of the spectral degree of coherence of partially coherent annular beams with different values of ϵ are close to each other and turn into Gaussian-like profile with increasing turbulence. The larger ϵ is, the less the spatial correlation is affected by the turbulence. In addition, it is found that in free space for small α the mean-squared width of the spectral degree of coherence w_c can be either larger or smaller than that of the spectral density w_i depending on ϵ , and critical value ϵ_0 increases with increasing α . As α increases, there is $w_c > w_i$ for different values of ϵ . However, there always exists $w_c < w_i$ when the turbulence is strong enough.

Key words atmospheric optics; spectral degree of coherence; quadratic approximation; atmospheric turbulence; partially coherent annular beam; mean-squared width of the spectral degree of coherence

1 引 言

激光在湍流大气中传输特性的研究具有很重要的理论和实际应用意义, 近年来对各种激光束在湍

流大气中的传输特性进行了大量的研究^[1~10]。但是, 湍流对光束空间相干性影响的研究涉及较少^[8~10]。文献[8]采用数值计算的方法研究了湍流对高斯-谢尔模型(GSM)光束空间相干性的影响,

收稿日期: 2008-09-10; 收到修改稿日期: 2008-11-01

基金项目: 国家自然科学基金(60778048)资助课题。

作者简介: 陈晓文(1984-), 男, 硕士研究生, 主要从事激光传输与变换方面的研究。E-mail: xw-c@163.com

导师简介: 季小玲(1963-), 女, 教授, 博士, 主要从事激光传输与控制方面的研究。E-mail: jixl100@163.com

(通信联系人)

得出 GSM 光束较完全相干高斯光束空间相干性受到湍流大气的影响要小的结论。文献[9]研究表明,电磁高斯-谢尔模型(EGSM)光束通过湍流大气传输到一定距离处其相干度有效宽度达到最大值。最近,我们基于广义惠更斯-菲涅耳原理,研究了湍流对部分相干平顶光束的空间相干性的影响^[10]。另一方面,环状光束由于其在现代光学和原子光学中的广泛应用而日趋受到人们的关注^[11~15]。高斯光束通过环状光阑会产生环状光束,环状光阑存在于许多望远镜装置之中^[12]。由非稳腔产生的高功率激光也为环状光束^[13]。因此,研究环状光束的传输特性是非常重要的。文献[12]研究发现,环状光束通过自由空间传输在远场处其空心光强分布会消失,成为类高斯分布。文献[14]研究表明,环状光束在湍流大气传输其空心光强会随着湍流的增强而逐渐消失,最终成为类高斯分布。最近,文献[15]研究了部分相干环状光束在湍流介质中的传输特性。然而,这些研究都仅限于湍流对环状光束光强分布的影响^[14, 15]。迄今为止,湍流对环状光束空间相干性影响的研究尚未涉及。

本文采用 Rytov 相位结构函数二次近似的方法,推导出了部分相干环状光束通过湍流大气传输时其光谱相干度的解析公式,并研究了部分相干环状光束通过湍流大气传输时其空间相干性的变化。GSM 光束和部分相干平顶光束通过湍流大气传输的光谱相干度都作为本文研究结果的特例给出。此

外,本文还研究了在湍流大气中光谱相干度二阶矩宽度与光谱强度二阶矩宽度之间的关系,得到了一些有意义的结果,并给予了合理的物理解释。

2 光束模型

完全相干环状光束可由两束宽度不同的完全相干平顶光束(光束 1 和光束 2)之差构成。设光束 1 和光束 2 在 $z=0$ 处的复振幅分别为 U_{01} 和 U_{02} ,则完全相干环状光束在源场($z=0$)处的复振幅表达式为

$$U_0(x', 0, \omega) = U_{01}(x', 0, \omega) - U_{02}(x', 0, \omega), \quad (1)$$

其中^[16]

$$U_{01}(x', 0, \omega) = \sum_{m=1}^M \alpha_m \exp\left[-\left(m p_m \frac{x'^2}{\omega_0^2}\right)\right], \quad (2)$$

将(2)式中的 ω_0 换为 ω'_0 , 即得 $U_{02}(x', 0, \omega)$ 。 ω_0 和 ω'_0 分别为两个平顶光束的束宽,且 $\omega_0 > \omega'_0$, 则 ω'_0, ω_0 可视为环状光束的内、外半径。令 $\omega'_0 = \epsilon \omega_0$, ϵ 称为遮拦比,显然 $0 < \epsilon < 1$ 。 M 为平顶光束的阶数。 $\alpha_t = (-1)^{t+1} \frac{M!}{t!(M-t)!}$, $p_t = \sum_{i=1}^M \frac{\alpha_i}{t} (t = m, m')$ 。 ω 为频率。

另一方面,完全相干光束通过旋转的毛玻璃或液晶后就能产生相应的部分相干光束^[17],在数学表达形式上,只需在完全相干光束上引入一项高斯型的谱相干度 $\mu^{(0)}(x'_1, x'_2, 0, \omega)$ 。因此,部分相干环状光束在 Cartesian 坐标系中源场处($z=0$)的交叉谱密度函数可表示为^[16, 17]

$$W^{(0)}(x'_1, x'_2, 0, \omega) = U_0^*(x'_1, 0, \omega) U_0(x'_2, 0, \omega) \mu^{(0)}(x'_1, x'_2, 0, \omega) = W_{011}(x'_1, x'_2, 0, \omega) + W_{022}(x'_1, x'_2, 0, \omega) - W_{012}(x'_1, x'_2, 0, \omega) - W_{021}(x'_1, x'_2, 0, \omega), \quad (3)$$

其中

$$W_{011}(x'_1, x'_2, 0, \omega) = \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \alpha_m \alpha_{m'} \exp\left[-\left(m p_m \frac{x_1'^2}{\omega_0^2} + m' p_{m'} \frac{x_2'^2}{\omega_0^2}\right)\right] \exp\left[-\frac{(x'_1 - x'_2)^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad (4)$$

$$W_{012}(x'_1, x'_2, 0, \omega) = \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \alpha_m \alpha_{m'} \exp\left[-\left(m p_m \frac{x_1'^2}{\omega_0^2} + m' p_{m'} \frac{x_2'^2}{\omega_0^2}\right)\right] \exp\left[-\frac{(x'_1 - x'_2)^2}{2\sigma_0^2}\right]. \quad (5)$$

将(4)式中的 ω_0 换为 ω'_0 , 即得 $W_{022}(x'_1, x'_2, 0, \omega)$; 将(5)式中的 ω_0 与 ω'_0 互换, 即得 $W_{021}(x'_1, x'_2, 0, \omega)$ 。

3 部分相干环状光束在湍流中的光谱相干度

根据广义惠更斯-菲涅耳原理,部分相干环状光束通过湍流大气传输其交叉谱密度函数表示为^[1]

$$W(x_1, x_2, z, \omega) = \frac{k}{2\pi z} \iint dx'_1 dx'_2 W^{(0)}(x'_1, x'_2, 0, \omega) \times \exp\left\{\left(\frac{ik}{2z}\right) \left[(x_1'^2 - x_2'^2) - 2(x_1 x'_1 - x_2 x'_2) + (x_1^2 - x_2^2) \right]\right\} \langle \exp[\psi(x'_1, x_1, z) + \psi^*(x'_2, x_2, z)] \rangle_m, \quad (6)$$

其中,波数 $k = \omega/c$ (c 为光在真空中的传播速度), $\psi(x', x, z)$ 表示湍流大气对球面波影响的随机相位

因子, $\langle \rangle_m$ 表示系综平均。采用 Rytov 相位结构函数的二次近似,可以得到^[18]

$$\langle \exp[\psi(x'_1, x_1, z) + \psi(x'_2, x_2, z)] \rangle_m \cong \exp\left[-\frac{(x'_1 - x'_2)^2 + (x'_1 - x'_2)(x_1 - x_2) + (x_1 - x_2)^2}{\rho_0^2}\right], \quad (7)$$

式中 $\rho_0 = (0.545C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$ 为球面波通过湍流大气的相干长度, C_n^2 是折射率结构常数, 它表征湍流的强弱。值得指出的是, Rytov 相位结构函数二次近似与实际符合得很好^[18,19]。

将(3),(7)式代入(6)式,经过复杂的积分计算后,得到

$$W(x_1, x_2, z, \omega) = W_{11}(x_1, x_2, z, \omega) + W_{22}(x_1, x_2, z, \omega) - W_{12}(x_1, x_2, z, \omega) - W_{21}(x_1, x_2, z, \omega), \quad (8)$$

其中

$$W_{11}(x_1, x_2, z, \omega) = \frac{k}{2z} \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \frac{\alpha_m \alpha_{m'}}{\beta_1 \beta_2} \exp\left\{\frac{ik}{2z}(x_1^2 - x_2^2) - \frac{(x_1 - x_2)^2}{\rho_0^2} + \left[\frac{(x_1 - x_2)}{2\rho_0^2 \beta_1} + \frac{ik}{2z\beta_1} x_1\right]^2\right\} \times \exp\left\{\left[\frac{(1 - \eta_1)(x_1 - x_2)}{2\rho_0^2 \beta_2} + \frac{ik(x_2 - \eta_1 x_1)}{2z\beta_2}\right]^2\right\}, \quad (9)$$

$$\beta_1^2 = \frac{mp_m}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{1}{\rho_0^2} - \frac{ik}{2z}, \quad (10)$$

$$Q_1 = mp_m + m'p_{m'}, \quad (20)$$

$$\beta_2^2 = \frac{m'p_{m'}}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{1}{\rho_0^2} + \frac{ik}{2z} - \eta_1^2 \beta_1^2, \quad (11)$$

$$Q_2 = \epsilon^2 mp_m + m'p_{m'}, \quad (21)$$

$$\beta_3^2 = \frac{mp_m}{\epsilon^2 \omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{1}{\rho_0^2} - \frac{ik}{2z}, \quad (12)$$

$$Q_3 = mp_m + \epsilon^2 m'p_{m'}. \quad (22)$$

$$\beta_4^2 = \frac{m'p_{m'}}{\epsilon^2 \omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{1}{\rho_0^2} + \frac{ik}{2z} - \eta_2^2 \beta_3^2, \quad (13)$$

在(19)式中,将 β_1, β_2 和 ω_0 分别换为 β_3, β_4 和 $\epsilon\omega_0$, 即得 $S_{22}(x, z, \omega)$; 将 β_2, Q_1 和 ω_0 分别换为 β_5, Q_2 和 $\epsilon\omega_0$, 即得 $S_{12}(x, z, \omega)$; 将 β_1, β_2, Q_1 和 ω_0 分别换为 β_3, β_6, Q_3 和 $\epsilon\omega_0$, 即得 $S_{21}(x, z, \omega)$ 。

$$\beta_5^2 = \frac{m'p_{m'}}{\epsilon^2 \omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{1}{\rho_0^2} + \frac{ik}{2z} - \eta_1^2 \beta_1^2, \quad (14)$$

$P_1(x_1, z)$ 和 $P_2(x_2, z)$ 两点的光谱相干度定义为^[20]

$$\beta_6^2 = \frac{m'p_{m'}}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{1}{\rho_0^2} + \frac{ik}{2z} - \eta_2^2 \beta_3^2, \quad (15)$$

$$\mu(x_1, x_2, z, \omega) = \frac{W(x_1, x_2, z, \omega)}{[S(x_1, z, \omega)S(x_2, z, \omega)]^{1/2}}. \quad (23)$$

$$\eta_1 = \frac{1}{2\beta_1^2} \left(\frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2} \right), \quad (16)$$

考虑 z 平面上两点 $P_1(0, z)$ 和 $P_2(x, z)$ 的空间相干度, 将(8)式和(18)式代入(23)式, 则得到

$$\eta_2 = \frac{1}{2\beta_3^2} \left(\frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2} \right). \quad (17)$$

$$\mu(0, x, z, \omega) = \frac{W(0, x, z, \omega)}{[S(0, z, \omega)S(x, z, \omega)]^{1/2}}, \quad (24)$$

在(9)式中, 若将 β_1, β_2 和 η_1 分别换为 β_3, β_4 和 η_2 , 即得 $W_{22}(x_1, x_2, z, \omega)$; 将 β_3 换为 β_5 , 即得 $W_{12}(x_1, x_2, z, \omega)$; 将 β_1, β_2 和 η_1 分别换为 β_3, β_6 和 η_2 , 即得 $W_{21}(x_1, x_2, z, \omega)$ 。

其中

$$W(0, x, z, \omega) = W_{11}(0, x, z, \omega) + W_{22}(0, x, z, \omega) - W_{12}(0, x, z, \omega) - W_{21}(0, x, z, \omega), \quad (25)$$

令(8)式中 $x_1 = x_2 = x$, 可得部分相干环状光束在湍流大气中传输的光谱强度为

$$S(x, z, \omega) = S_{11}(x, z, \omega) + S_{22}(x, z, \omega) - S_{12}(x, z, \omega) - S_{21}(x, z, \omega), \quad (18)$$

其中

$$S_{11}(x, z, \omega) = \frac{k}{2z} \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \frac{\alpha_m \alpha_{m'}}{\beta_1 \beta_2} \times \exp\left[-\frac{k^2 Q_1}{4z^2 \beta_1^2 \beta_2^2} \frac{x^2}{\omega_0^2}\right], \quad (19)$$

$$W_{11}(0, x, z, \omega) = \frac{k}{2z} \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \frac{\alpha_m \alpha_{m'}}{\beta_1 \beta_2} \times \exp\left\{-\left[\frac{ik}{2z} + \frac{1}{\rho_0^2} - \frac{1}{4\rho_0^4 \beta_1^2} - \left(\frac{\eta_1 - 1}{2\rho_0^2 \beta_2} + \frac{ik}{2z\beta_2}\right)^2\right] x^2\right\}. \quad (26)$$

在(26)式中, 若将 β_1, β_2 和 η_1 分别换为 β_3, β_4 和 η_2 , 即得 $W_{22}(0, x, z, \omega)$; 将 β_2 换为 β_5 , 即得 $W_{12}(0, x, z, \omega)$; 将 β_1, β_2 和 η_1 分别换为 β_3, β_6 和 η_2 , 即得 $W_{21}(0, x, z, \omega)$ 。

(24)式表明, $\mu(0, x, z, \omega)$ 与 $C_n^2, \epsilon, M, \sigma_0$ (或相干参数 $\alpha = \sigma_0 / \omega_0$) 以及观察点位置有关。

讨论两种特例:

$$\mu(0, x, z, \omega) \Big|_{\text{Flat}} = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \frac{\alpha_m \alpha_{m'}}{\beta_1 \beta_2} \exp \left\{ - \left[\frac{ik}{2z} + \frac{1}{\rho_0^2} - \frac{1}{4\rho_0^4 \beta_1^2} - \left(\frac{\eta_1 - 1}{2\rho_0^2 \beta_2} + \frac{ik}{2z\beta_2} \right)^2 \right] x^2 \right\}}{\left[\sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \frac{\alpha_m \alpha_{m'}}{\beta_1 \beta_2} \exp \left(- \frac{k^2 Q_1}{4z^2 \beta_1^2 \beta_2^2} \frac{x^2}{\omega_0^2} \right) \right]^{1/2} \left(\sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \frac{\alpha_m \alpha_{m'}}{\beta_1 \beta_2} \right)^{1/2}}. \quad (27)$$

2) 令 $M=1$, 则(27)式简化为 GSM 光束在湍流大气中传输的光谱相干度, 即

$$\mu(0, x, z, \omega) \Big|_{\text{GSM}} = \exp \left\{ - \left[\frac{ik}{2z} + \frac{1}{\rho_0^2} - \frac{1}{4\rho_0^4 \beta_1^2} \Big|_{\text{GSM}} - \left(\frac{\eta_1 \Big|_{\text{GSM}} - 1}{2\rho_0^2 \beta_2 \Big|_{\text{GSM}}} + \frac{ik}{2z\beta_2 \Big|_{\text{GSM}}} \right)^2 - \frac{k^2}{4z^2 \beta_1^2 \Big|_{\text{GSM}} \beta_2^2 \Big|_{\text{GSM}} \omega_0^2} \right] x^2 \right\}, \quad (28)$$

$$\beta_1^2 \Big|_{\text{GSM}} = \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{1}{\rho_0^2} - \frac{ik}{2z}, \quad (29)$$

$$\beta_2^2 \Big|_{\text{GSM}} = \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{1}{\rho_0^2} + \frac{ik}{2z} - \eta_1^2 \beta_1^2 \Big|_{\text{GSM}}, \quad (30)$$

$$\eta_1 \Big|_{\text{GSM}} = \frac{1}{2\beta_1^2 \Big|_{\text{GSM}}} \left(\frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2} \right). \quad (31)$$

(28)式表明, GSM 光束在湍流大气中传输时其光谱相干度为高斯型。

数值计算参数 $k=10^7 \text{ m}^{-1}$, $\omega_0=0.04 \text{ m}$, $M=10$, $z=10 \text{ km}$ 。图 1 为不同 C_n^2 情况下, $|\mu(0, x, z, \omega)|$ 随 x/ω_0 的变化曲线。由图 1(a)可知, 在自由空间中, $|\mu(0, x, z, \omega)|$ 不是一个随 x 而递减的函数, 而呈现振荡行为。并且还出现了 $|\mu(0, x, z, \omega)|=0$ 的点, 即关于 $P_1(0, z)$ 和 $P_2(x, z)$ 两点是完全空间不相干的, 该现象称为相位奇异现象^[21]。然而, 光谱相干度的振荡强度随 C_n^2 的增大而逐渐减弱[见图 1(b)], 最后当 C_n^2 足够大时振荡现象消失, 并趋于高斯分布(见图 1(c))。利用(32)式作进一步计算

1) 若令(1)式中 $U_0(x', 0, \omega) = U_{01}(x', 0, \omega)$, 则(24)式简化为部分相干平顶光束在湍流大气中传输的光谱相干度, 即

可知, 当 $C_n^2 = 0, 3 \times 10^{-17}, 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 时, 有 $\omega_c / \omega_0 = 10.06, 5.43$ 和 0.20 , 即 ω_c 随 C_n^2 的增大而减小, 湍流大气使光束空间相干性变差。图 2 为不同光束遮拦比 ϵ 情况下, $|\mu(0, x, z, \omega)|$ 随 x/ω_0 的变化。由图 2(a), (b), (c) 可知, 在自由空间中, 光谱相干度的振荡强度随 ϵ 增大而增大, 其光谱相干度二阶矩宽度随 ϵ 增大而减小(例如, 当 $\epsilon = 0.2, 0.4$ 和 0.8 时, 有 $\omega_c / \omega_0 = 20.38, 10.75$ 和 10.06); 而在湍流大气中不同 ϵ 的光谱相干度曲线相接近($C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$, 见图 2(d)), 即湍流使得 ϵ 对光谱相干度的影响减弱。

4 光谱相干度宽度与光谱强度宽度的比较

比较光谱相干度宽度与光谱强度宽度是非常有意义的。本文采用二阶矩定义宽度^[22]。光谱相干度二阶矩宽度定义为

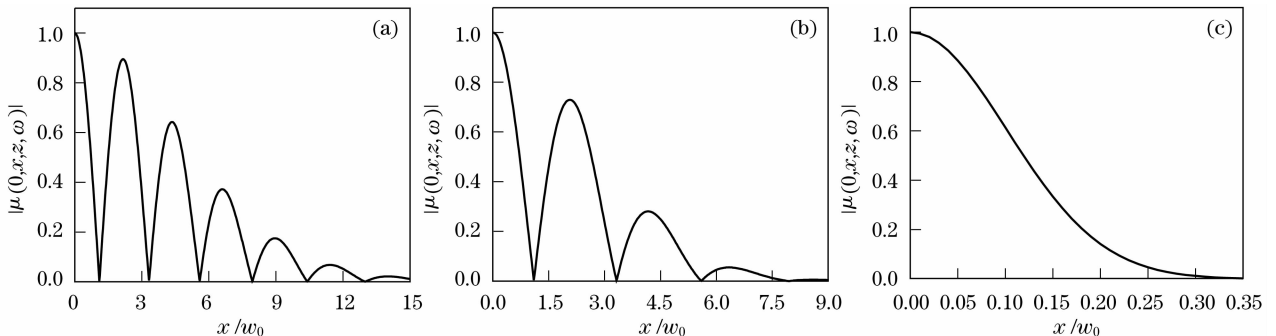


图 1 不同 C_n^2 情况下, $|\mu(0, x, z, \omega)|$ 随 x/ω_0 的变化。计算参数 $\alpha=0.03$, $\epsilon=0.8$

(a) $C_n^2=0$; (b) $C_n^2=3 \times 10^{-17} \text{ m}^{-2/3}$; (c) $C_n^2=10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

Fig. 1 $|\mu(0, x, z, \omega)|$ versus x/ω_0 for different values of C_n^2 . The calculation parameters $\alpha=0.03$, $\epsilon=0.8$. (a) $C_n^2=0$;

(b) $C_n^2=3 \times 10^{-17} \text{ m}^{-2/3}$; (c) $C_n^2=10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

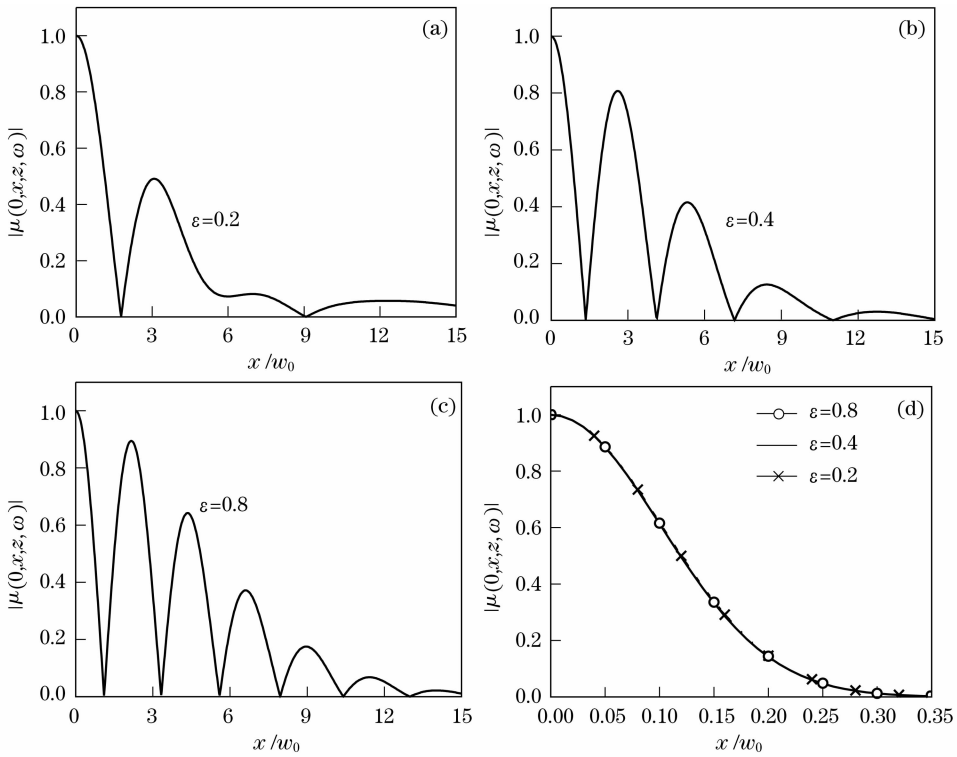


图 2 不同 ϵ 情况下, $|\mu(0, x, z, \omega)|$ 随 x/w_0 的变化。计算参数 $\alpha=0.03$,

(a), (b), (c) $C_n^2=0$; (d) $C_n^2=10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

Fig. 2 $|\mu(0, x, z, \omega)|$ versus x/w_0 for different values of ϵ . The calculation parameters $\alpha=0.03$. (a)

(b), (c) $C_n^2=0$; (d) $C_n^2=10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

$$\omega_c^2 = \frac{4 \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\mu(0, x, z, \omega)| dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |\mu(0, x, z, \omega)| dx}, \quad (32)$$

光谱强度二阶矩宽度可定义

$$\omega_i^2 = \frac{4 \int_{-\infty}^{\infty} x^2 S(x, z, \omega) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} S(x, z, \omega) dx}. \quad (33)$$

ω_c 越大表明光束的空间相干性越好, ω_i 越大表示光束的空间扩展越厉害。

将(18)式代入(33)式, 经过复杂的积分运算后得到

$$\omega_i^2 = \sigma_i^2 + \sigma_j^2 z^2 + 8(0.545C_n^2)^{6/5} k^{2/5} z^{16/5}. \quad (34)$$

其中

$$\sigma_i^2 = \frac{2 \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \alpha_m \alpha_{m'} \left(\frac{1+\epsilon^3}{Q_1^{3/2}} - \frac{\epsilon^3}{Q_2^2} - \frac{\epsilon^3}{Q_3^{3/2}} \right) \omega_0^2}{\sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \alpha_m \alpha_{m'} \left(\frac{1+\epsilon}{Q_1^{1/2}} - \frac{\epsilon}{Q_2^{1/2}} - \frac{\epsilon}{Q_3^{1/2}} \right)}, \quad (35)$$

$$\sigma_j^2 = \frac{4 \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \alpha_m \alpha_{m'} \left[\left(\frac{1+\epsilon}{Q_1^{1/2}} - \frac{\epsilon}{Q_2^{1/2}} - \frac{\epsilon}{Q_3^{1/2}} \right) \frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2R}{\omega_0^2} \left(\frac{1}{Q_1^{3/2}} + \frac{1}{Q_1^{3/2} \epsilon} - \frac{\epsilon}{Q_2^{3/2}} - \frac{\epsilon}{Q_3^{3/2}} \right) \right]}{k^2 \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \alpha_m \alpha_{m'} \left(\frac{1+\epsilon}{Q_1^{1/2}} - \frac{\epsilon}{Q_2^{1/2}} - \frac{\epsilon}{Q_3^{1/2}} \right)}, \quad (36)$$

$$R = m P_m m' P_{m'} \quad (37)$$

光谱相干度二阶矩宽度与相应的光谱强度二阶矩宽度随光束遮拦比 ϵ 的变化示于图 3。图 3 表明, 在自由空间中 ($C_n^2=0$, 见图 3(a), (c), (e)), ω_c 随 ϵ 增大而减小, 即光束的相干性随 ϵ 的增大而变差; 相比之下, ω_i 随 ϵ 变化不显著。 α 取较小值时 (见图 3

(a), (c)), ω_c/ω_0 与 ω_i/ω_0 曲线出现交叉, 且 $\omega_c = \omega_i$ 时对应的临界遮拦比 ϵ_0 值随 α 增大而增大 (例如, $\alpha=0.1$ 时, $\epsilon_0=0.51$; $\alpha=0.12$ 时, $\epsilon_0=0.75$)。当 $\epsilon < \epsilon_0$ 时, $\omega_c > \omega_i$; 当 $\epsilon > \epsilon_0$ 时, $\omega_c < \omega_i$ 。当 α 增至一定值 (如图 3 (e) 中 $\alpha=0.15$) 时, 无论 ϵ 取何值都有

$w_c > w_i$, 且此时 $\Delta w/w_0 = (w_c - w_i)/w_0$ 随 ϵ 增大而减小。但是在湍流大气中 ($C_n^2 = 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$, 见图 3(b), (d), (f)), 无论 ϵ 和 α 取何值, 均有 $w_c < w_i$, 并且 $\Delta w/w_0 = (w_i - w_c)/w_0$ 随 α 增大而减小 (例如,

当 $\epsilon = 0.8, \alpha = 0.1, 0.12$ 和 0.15 时, 有 $\Delta w/w_0 = 10.38, 8.50$ 和 6.61)。此外, 在湍流大气中, w_c 和 w_i 随 ϵ 变化均缓慢。

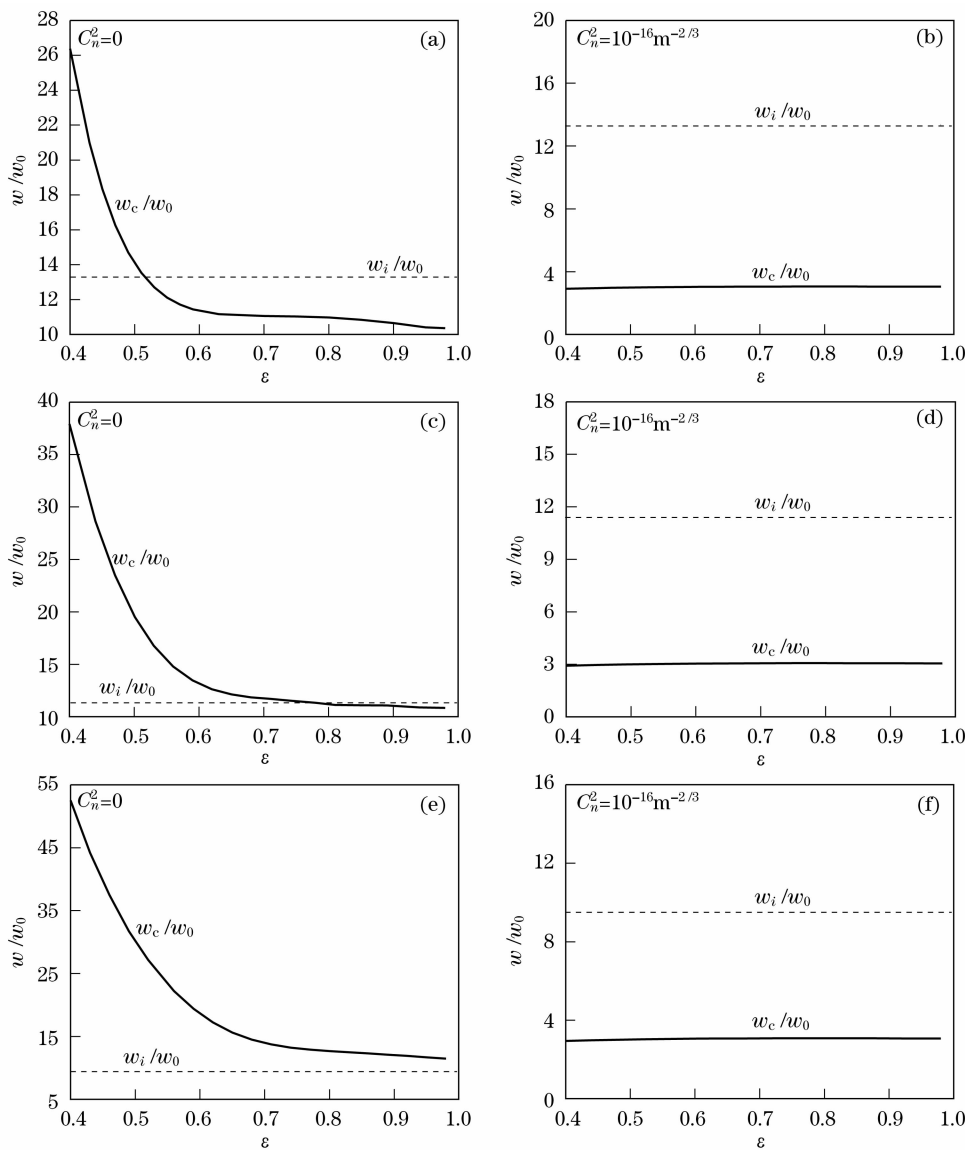


图 3 w_i/w_0 和 w_c/w_0 随 ϵ 的变化。计算参数: (a), (b) $\alpha = 0.1$; (c), (d) $\alpha = 0.12$; (e), (f) $\alpha = 0.15$

Fig. 3 w_i/w_0 and w_c/w_0 versus ϵ . The calculation parameters; (a), (b) $\alpha = 0.1$; (c), (d) $\alpha = 0.12$; (e), (f) $\alpha = 0.15$

5 结 论

本文推导出了部分相干环状光束通过湍流大气传输时其光谱相干度的解析公式, 并研究了光束的空间相干特性。研究表明, 部分相干环状光束通过自由空间传输时其光谱相干度会出现振荡和相位奇异现象, 且光束遮拦比 ϵ 越大振荡越厉害。但是, 随着湍流的增强, 其振荡逐渐减弱, 不同 ϵ 的光谱相干度曲线相接近, 并呈高斯分布, 即湍流使得光束遮拦比 ϵ 对光谱相干度的影响减弱。GSM 光束在不同

湍流强度下其光谱相干度均呈类高斯型^[8], 关于这点部分相干环状光束与 GSM 光束存在差异。自由空间中, 部分相干环状光束光谱相干度宽度 w_c 随着 ϵ 的增大而减小; 但是湍流使得 w_c 减小, 并且随着湍流的增强 w_c 随 ϵ 变化缓慢。因此光束遮拦比 ϵ 越小的部分相干环状光束的空间相干性受湍流影响越大。此外, 还研究了部分相干环状光束的光谱相干度二阶矩宽度 w_c 与光谱强度二阶矩宽度 w_i 的关系。研究表明, 在自由空间中, 当光束相干参数 α

较小时,随 ϵ 的变化光谱相干度宽度 w_c 可大于、等于或小于其光谱强度宽度 w_i ,且临界值 ϵ_0 随 α 增大而增大;随着 α 的增大,无论 ϵ 取何值都有 $w_c > w_i$,且两者宽度之差 ϵ 随 α 增大而减小。与自由空间中不同的是,当湍流增强到一定程度,无论 ϵ 和 α 取何值,均有 $w_c < w_i$,并且两宽度之差随 α 增大而减小。

造成以上结果的主要物理原因是湍流要引起光束波前起伏,即产生波前随机相位。所以,湍流导致光束的空间相干性变差。从物理上讲,湍流产生的附加波前随机相位是叠加在光束波前原有随机相位上的,而光束原有的波前随机性会减小大气湍流对光束波前的影响。图 3(a),(b)和(c)表明,自由空间中 w_c 随着 ϵ 的增大而减小,即 ϵ 越大的部分相干环状光束其光束原有的波前随机性越大。因此, ϵ 越大光束空间相干性受湍流的影响越小。这样就导致在湍流大气中 w_c 随 ϵ 变化缓慢(见图 3(b),(d)和(e))。由于湍流使得光束的空间相干性变差(w_c 减小),并导致光束扩展(w_i 增大),因此,在自由空间中,部分相干环状光束光谱相干度宽度可大于、等于或小于其光谱强度宽度;但是当湍流增强到一定程度时,其光谱相干度宽度却总是小于其光谱强度宽度。

参 考 文 献

- 1 L. C. Andrews, R. L. Phillips. Laser Beam Propagation through Random Media[M]. Washington: SPIE Press, 1998
- 2 T. Shirai, A. Dogariu, E. Wolf. Mode analysis of spreading of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2003, **20**(6): 1094~1102
- 3 A. Dogariu, S. Amarande. Propagation of partially coherent beams: turbulence-induced degradation [J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(1): 10~12
- 4 Yangjian Cai, Sailing He. Average intensity and spreading of an elliptical Gaussian beam propagating in a turbulent atmosphere [J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(5): 568~570
- 5 Wang Hua, Wang Xiangzhao, Zeng Aijun *et al.*. Effect of atmospheric turbulence on temporal coherence of Gaussian Shell-model beams propagating in slant path [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(9): 1548~1552
王 华, 王向朝, 曾爱军等. 大气湍流对斜程传输准单色高斯-谢尔光束时间相干性的影响 [J]. *光学学报*, 2008, **27**(9):

- 1548~1552
- 6 Ji Xiaoling, Zhang Tao, Chen Xiaowen *et al.*. Spectral properties of flat-topped beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(1): 12~16
季小玲, 张 涛, 陈晓文等. 平顶光束通过湍流大气传输的光谱特性 [J]. *光学学报*, 2008, **28**(1): 12~16
- 7 Ji Xiaoling, Chen Senhui, Li Xiaoqing. Polarization properties of partially coherent electromagnetic Hermite-Gaussian beams in atmospheric turbulence [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(1): 67~72
季小玲, 陈森会, 李晓庆. 部分相干电磁厄米-高斯光束通过湍流大气传输的偏振特性 [J]. *中国激光*, 2008, **35**(1): 67~72
- 8 J. Wu, A. D. Boardman. Coherence length of a Gaussian-Schell beam and atmospheric turbulence [J]. *J. Mod. Opt.*, 1991, **38**(7): 1355~1363
- 9 Wei Lu, Liren Liu, Jianfeng Sun *et al.*. Change in degree of coherence of partially coherent electromagnetic beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *Opt. Commun.*, 2007, **271**(1): 1~8
- 10 Xiaoling Ji, Xiaowen Chen, Senhui Chen *et al.*. Influence of atmospheric turbulence on the spatial correlation properties of partially coherent flat-topped beams [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, **24**(11): 3554~3563
- 11 J. Yin, W. Gao, Y. Zhu. Progress in Optics[M]. Amsterdam: North-Holland Press, 2003
- 12 M. Born, E. Wolf. Principles of Optics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1997
- 13 A. E. Siegman. Laser [M]. California: University Science Press, 1986
- 14 Yangjian Cai, Sailing He. Propagation of various dark hollow beams in a turbulent atmosphere [J]. *Opt. Express*, 2006, **14**(4): 1353~1367
- 15 Wang Tao, Pu Jixiong. Propagation of Bessel-correlated partially coherent hollow beams in the turbulent atmosphere [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(11): 6754~6759
王 涛, 蒲继雄. 部分相干空心光束在湍流介质中的传输特性 [J]. *物理学报*, 2007, **56**(11): 6754~6759
- 16 Y. Li. New expressions for flat-topped light beam [J]. *Opt. Commun.*, 2002, **206**(4-6): 225~234.
- 17 Yunli Qiu, Hong Guo, Zhaoxi Chen. Paraxial propagation of partially coherent Hermite-Gaussian beams [J]. *Opt. Commun.*, 2005, **245**: 21~26
- 18 S. C. H. Wang, M. A. Plonus. Optical beam propagation for a partially coherent source in the turbulent atmosphere [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1979, **69**(9): 1297~1304
- 19 J. C. Leader. Atmospheric propagation of partially coherent radiation [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1978, **68**(2): 175~185
- 20 L. Mandel, E. Wolf. Optical Coherence and Quantum Optics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995
- 21 G. Gbur, T. D. Visser. Coherence vortices in partially coherent beams [J]. *Opt. Commun.*, 2003, **222**: 117~125
- 22 A. E. Siegman. New developments in laser resonators [C]. *SPIE*, 1990, **1224**: 2~14