文章编号: 0258-7025(2009)08-2115-06

减小正弦相位调制菲佐干涉仪多光束 干涉影响的方法

李中梁1,2 王向朝1 刘英明1 唐 锋1

(¹中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学实验室,上海 201800;²中国科学院研究生院,北京 100039)

摘要 在利用正弦相位调制菲佐干涉仪进行测量时,由于菲佐板及待测物体表面对入射光的多次反射而产生多光 束干涉,干涉信号的强度随相位变化不是严格的余弦分布。按照双光束干涉的算法进行相位信息提取,会引入一 定的误差。以正弦相位调制菲佐干涉仪纳米精度微小位移测量为应用背景,分析多光束干涉情况下该干涉仪信号 解调算法的误差,进而对干涉仪的相关参数进行优化,并通过误差补偿对测量结果进行修正,有效减小了多光束干 涉产生的影响。

关键词 测量;多光束干涉;参数优化;误差补偿;正弦相位调制 中图分类号 TH 744.3 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL20093608.2115

A Method to Reduce Influence of Multi-Beam Interference in Sinusoidal Phase Modulation Fizeau Interferometer

Li Zhongliang^{1,2} Wang Xiangzhao¹ Liu Yingming¹ Tang Feng¹ ¹ Information Optics Laboratory, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China ² Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China

Abstract In a Fizeau interferometer using sinusoidal phase modulation technique, the variation of interference intensity with optical path difference (OPD) does not follow a rigorous cosine behaviour any more. This is because the presence of multi-reflection between the reference plate and the surface under test leads to multi-beam interferences. If the interference signal is processed according to double-beam interference theory, non-ignorable measurement error can be produced. In this paper, a sinusoidal phase modulation Fizeau interferometer used to measure micro-displacement with nanometer precision is established. The measurement error caused by multi-beam interference is analyzed in detail. Some parameters of the Fizeau interferometer are optimized and the measurement results are corrected using error compensation algorithm, so that the influence of multi-beam interference is reduced effectively.

Key words measurement; multi-beam interference; parameter optimization; error compensation; sinusoidal phase modulation

1引 言

正弦相位调制干涉仪^[1]利用正弦振动的压电陶 瓷(PZT)对参考光束进行调制,使得干涉信号和传 统的干涉信号比较,在相位中引入随时间正弦变化 的调制项,具有相位调制简单、测量精度高等优点, 得到了广泛的应用^[2~6]。基于菲佐干涉的正弦相位 调制干涉仪由于参考光和物光共光路,具有较强的 抗干扰能力,在物体微小位移和表面形貌测量等领 域得到了很好的应用^[7~9]。但是,在利用正弦相位 调制菲佐干涉仪进行测量时,由于菲佐板及待测物

收稿日期: 2008-09-24; 收到修改稿日期: 2008-12-23

基金项目: 国家自然科学基金(60578051)和上海市科委基础研究重点项目(07JC14056)资助课题。

作者简介:李中梁(1982-),男,博士研究生,主要从事光学干涉检测技术方面的研究。E-mail: lizhongliang@siom.ac.cn 导师简介:王向朝(1957-),男,博士生导师,主要从事信息光电子技术方面的研究。E-mail:wxz26267@siom.ac.cn

体表面对入射光的多次反射容易产生多光束干涉, 使得干涉信号的强度随相位变化不是严格的余弦分 布。在这种情况下,按照双光束干涉的算法进行相 位信息提取,必然会引入一定的测量误差。因此,实 验中采取一些措施来减小多光束干涉的影响,如调 整光路中菲佐板的角度等。但是这些方法的效果往 往并不稳定,所以在对测量精度要求较高的应用中, 通常从算法上考虑如何减小多光束干涉的影响^[10,11]。

本文以纳米精度微小位移测量为应用背景,以 多光束干涉信号强度随相位分布的规律为基础,分 析正弦相位调制菲佐干涉仪信号解调算法的误差。 在对干涉仪相关参数优化的基础上,研究算法误差 的修正方法,使多光束干涉产生的影响有效减小。

2 理 论

2.1 正弦相位调制双光束干涉解调算法

图 1 所示为用于微小位移测量的正弦相位调制 菲佐干涉仪示意图。激光器的中心波长为λ₀,出射 的光经透镜(L)准直,再经分束器(BS)后照射到菲 佐板上,一部分光被菲佐板的内表面反射,作为参考 光;一部分光透过菲佐板照射到被测物体上,由被测 物体表面反射,作为物光。参考光和物光产生的干 涉信号由光电探测器检测,检测到的干涉信号送入 信号处理系统(SPS),进而得到待测的位移。



图 1 正弦相位调制菲佐干涉仪示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the sinusoidal phase modulation Fizeau interferometer

PZT 在角频率为 ω_c 的正弦电压信号的驱动下 产生振动,使菲佐板产生幅度为a的同频振动。设 菲佐标准板、待测物体表面的振幅反射率分别为 R_1 和 R_2 ,入射光照射到菲佐标准板时的振幅为 A_0 ,待 测物体的位移为d。对于较低准确度的测量,当反 射面的反射率较低时,忽略多次反射对干涉光强的 影响,近似认为是双光束干涉,干涉信号为

 $I_{D} = A_{0}^{2} [R_{1}^{2} + R_{2}^{2} (1 - R_{1}^{2})^{2} - 2R_{1}R_{2} (1 - R_{1}^{2})\cos\Phi] = S_{D0} + S_{D1}\cos[z\cos(\omega_{c}t) + \alpha] = S_{D0} + S_{D1}\cos\alpha[J_{0}(z) - 2J_{2}(z)\cos(2\omega_{c}t) + \cdots] - S_{D1}\sin\alpha[2J_{1}(z)\cos(\omega_{c}t) - 2J_{3}(z)\cos(3\omega_{c}t) + \cdots], (1)$

其中,

$$S_{\rm D0} = A_0^2 [R_1^2 + R_2^2 (1 - R_1^2)^2];$$

$$S_{\rm D1} = -2A_0^2 R_1 R_2 (1 - R_1^2);$$

 $\Phi = z\cos(\omega_c t) + \alpha$ 为两干涉光束的相位差; $z = 4\pi a/\lambda_0$ 为正弦相位调制深度; $\alpha = 4\pi (D_0 + d)/\lambda_0$, D_0 为菲佐板和待测物体均静止时两者之间的距离; $J_n(z)$ 表示 n 阶贝塞耳函数。

采用如图 2 所示的信号处理系统对干涉信号进 行处 理^[5]。将干涉信号 $I_{\rm D}$ 和 PZT 的驱动信号 $V = V_0 \cos(\omega_{\rm c} t)$ 输入到乘法器 1(MUL1);将 PZT 的驱动信号 $V = V_0 \cos(\omega_{\rm c} t)$ 送入二倍频电路(2FT) 中,再将二倍频信号 $V_0 \cos(2\omega_{\rm c} t)$ 和 $I_{\rm D}$ 输入到乘法 器 2(MUL2),低通滤波器 1(LPF1)和低通滤波器 2(LPF2)的输出信号分别为

$$P_{\rm D1} = -K_1 S_{\rm D1} V_0 J_1(z) \sin \alpha, \qquad (2)$$

$$P_{\rm D2} = -K_2 S_{\rm D1} V_0 J_2(z) \cos \alpha, \qquad (3)$$

式中 K₁,K₂ 分别为乘法器 1 和低通滤波器 1、乘法器 2 和低通滤波器 2 对信号产生的增益。

将信号 PD1 和 PD2 同时输入除法器(DIV),当增



图 2 信号处理系统

Fig. 2 Signal processing system

益 K_1 和 K_2 相等时, 由(2)和(3)式可得

$$\alpha = \arctan\left[\frac{P_{\rm DI}/J_{1}(z)}{P_{\rm D2}/J_{2}(z)}\right],\tag{4}$$

忽略相位 α 中的直流项,即不考虑菲佐板和待测物 体的初始距离,则待测物体的位移为

$$d = \frac{\lambda_0}{4\pi} \alpha = \frac{\lambda_0}{4\pi} \arctan\left[\frac{P_{\rm DI}/J_1(z)}{P_{\rm D2}/J_2(z)}\right].$$
 (5)

2.2 多光束干涉信号强度分布公式

图 3 所示为菲佐干涉仪中多光束干涉示意图。 B₁,B₂ 分别为菲佐板和待测物体。在实际使用中光 束近似垂直入射,菲佐标准板 B₁ 的初次反射光和经 B₁,B₂ 多次反射的透射光彼此平行。各透射光线的 振幅 A₁,A₂,A₃…… 分别表示为

$$A_{1} = R_{1}A_{0};$$

$$A_{2} = R_{2}(1 - R_{1}^{2})A_{0};$$

$$A_{3} = R_{1}R_{2}[R_{2}(1 - R_{1}^{2})A_{0}];$$

$$\vdots$$

$$A_{n} = (R_{1}R_{2})^{n-2}[R_{2}(1 - R_{1}^{2})A_{0}];$$

$$\vdots$$
(6)

若取初次反射光的初相位为 0,则各透射光的相位依 次为 Φ,2Φ,3Φ,4Φ······。当 n 趋于无穷大也就是考虑 所有的反射光束时,多光束干涉信号的强度分布为



图 3 菲佐干涉仪中多光束干涉示意图 Fig. 3 Schematic diagram of multi-beam interferences in Fizeau interferometer

$$I_{\rm M} = A_0^2 \{R_1 - R_2 (1 - R_1^2) e^{-i\phi} - R_1 R_2 [R_2 (1 - R_1^2)] e^{-2i\phi} - \dots - (R_1 R_2)^{n-2} [R_2 (1 - R_1^2)] e^{-i(n-1)\phi} \} \times \{R_1 - R_2 (1 - R_1^2) e^{i\phi} - R_1 R_2 [R_2 (1 - R_1^2)] e^{2i\phi} - \dots - (R_1 R_2)^{n-2} [R_2 (1 - R_1^2)] e^{i(n-1)\phi} \} = \sum_{k=0}^{n-1} [S_{\rm Mk} \cos(k\phi)] = \sum_{k=0}^{n-1} \{S_{\rm Mk} \cos\{k[z\cos(\omega_k t) + \alpha]\} \},$$
(7)

其中,

$$S_{Mk} = \begin{cases} \sum_{m=0}^{n-1} A_{mH}^{2}, & k = 0\\ -2A_{1}A_{k+1} + 2\sum_{m=2}^{n-k} (A_{m}A_{m+k}), & k \ge 1 \end{cases}$$
(8)

以用于纳米精度微小位移测量的正弦相位调制 菲佐干涉仪为例,研究多次反射光对干涉信号强度 的影响。该干涉仪菲佐反射板的光强反射率为 0.04;待测物体为单晶硅,表面的光强反射率为 0.35;使用的半导体激光器波长为 785 nm,输出功 率为 2 mW。

根据(1)和(7)式分别得到双光束干涉和严格的 多光束干涉的信号强度。当正弦相位调制频率为1 kHz,正弦相位调制深度为 z=2.38 rad 时,双光束 干涉与严格的多光束干涉信号强度的相对误差 $I_{\rm M} - I_{\rm D} = \Delta I \over I_0}$ (其中 $I_0 = A_0^2$)随待测相位 a 变化的 曲线如图 4 所示。

可见,由于忽略了多次反射的光束,干涉信号强

度的最大误差接近10%,而干涉光相位差的测量是 通过强度的测量实现的,这在高精度的测量中将给 结果带来较大误差。因此,利用正弦相位调制菲佐 干涉仪进行高精度测量时,即使反射面的反射率较 低,也需要考虑多次反射光对干涉信号强度的影响。





2.3 正弦相位调制菲佐干涉仪的参数优化 将(7)式展开可得

$$I_{M} = \sum_{k=0}^{n-1} \{ S_{MK} \cos\{k[z \cos(\omega_{c}t) + \alpha] \} \} = \sum_{k=0}^{n-1} \{ S_{MK} \cos\{k\alpha\} [J_{0}(kz) - 2J_{2}(kz)\cos(2\omega_{c}t) + \cdots] - \sum_{k=0}^{n-1} \{ S_{MK} \sin(k\alpha) [2J_{1}(kz)\cos(\omega_{c}t) - 2J_{3}(kz)\cos(3\omega_{c}t) + \cdots] \} \},$$
(9)

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$(9)$$

$$P_{M1} = -K_1 V \{ S_{M1} J_1(z) \sin \alpha + S_{M2} J_1(2z) \sin(2\alpha) + \dots + S_{M(n-1)} J_1 [(n-1)z] \sin[(n-1)\alpha] \} = -K_1 V \sum_{k=1}^{n-1} [S_{Mk} J_1(kz) \sin(k\alpha)],$$
(10)

$$P_{M2} = -K_2 V \{ S_{M1} J_2(z) \cos \alpha + S_{M2} J_2(2z) \cos(2\alpha) + \dots + S_{M(n-1)} J_2 [(n-1)z] \cos[(n-1)\alpha] \} = -K_2 V \sum_{k=1}^{n-1} [S_{Mk} J_2(kz) \cos(k\alpha)],$$

由(10)和(11)式可得

$$\alpha_{\rm M} = \arctan\left(\frac{P_{\rm M1}/K_{\rm S1}}{P_{\rm M2}/K_{\rm S2}}\right) = \arctan\frac{\sum_{k=1}^{n-1} \left[S_{\rm Mk}J_{1}\left(kz\right)\sin\left(k\alpha\right)\right]/J_{1}\left(z\right)}{\sum_{k=1}^{n-1} \left[S_{\rm Mk}J_{2}\left(kz\right)\cos\left(k\alpha\right)\right]/J_{2}\left(z\right)},\tag{12}$$

可得到物体的位移为

$$d_{\rm M} = \frac{\lambda_0}{4\pi} \arctan \frac{\sum_{k=1}^{n-1} [S_{Mk} J_1(kz) \sin(k\alpha)] / J_1(z)}{\sum_{k=1}^{n-1} [S_{Mk} J_2(kz) \cos(k\alpha)] / J_2(z)}.$$
(13)

则由于多光束干涉引起的算法误差为

$$\Delta d = d_{\rm M} - d = \frac{\lambda_0}{4\pi} (\alpha_{\rm M} - \alpha) = \frac{\lambda_0}{4\pi} \left[\arctan \frac{\sum_{k=1}^{n-1} \left[S_{\rm Mk} J_1(kz) \sin(k\alpha) \right] / J_1(z)}{\sum_{k=1}^{n-1} \left[S_{\rm Mk} J_2(kz) \cos(k\alpha) \right] / J_2(z)} - \alpha \right].$$
(14)

以用于纳米精度微小位移测量的正弦相位调制 菲佐干涉仪为例,在调制深度 *z* 分别为 1.9,2.1, 2.38,2.72 和 3.04 rad 处,算法误差 Δd 随待测相位 *a* 的变化如图 5 所示。可知,在某一固定调制深度处, Δd 随 *a* 发生周期为 2*π* 的变化。当 *a* = *nπ* 时, Δd = 0; 当 *a* = (2*n*+1)*π*/2 时, Δd 达到峰值(其中 *n* 为整数)。





Fig. 5 Variation of measurement error Δd with the phase to be measured α

待测相位在 $0 \sim 2\pi$ 范围内时,算法误差 Δd 在 不同待测相位下的均方根(RMS)值 Δd_{RMS} 为

$$\Delta d_{\rm RMS} = \sqrt{\frac{\int_{0}^{2\pi} (\Delta d)^2 \,\mathrm{d}\alpha}{2\pi}},\qquad(15)$$

以 Δd_{RMS}为优化目标函数,对用于纳米精度微小位 移测量的正弦相位调制菲佐干涉仪的调制深度 z 进 行优化选择。Δd_{RMS}随正弦相位调制深度 z 的变化 如图 6 所示。由图 6 可见,当 z 在 1.8 和 3 rad 之间 时, Δd_{RMS} 的最大值为 5.354nm; 而 z 在 2.38 rad 处 时, Δd_{RMS} 取得最小值,仅为 2.33 nm,对测量结果的 影响较小。



modulation depth z

因此由 $z = 4\pi a/\lambda_0$ 可知,利用正弦相位调制菲 佐干涉仪进行微小位移测量时,通过调节 PZT 的驱 动电压信号幅度可以改变菲佐板的振动幅度 a,使 得调制深度 z = 2.38 rad,可以有效减小多光束干涉 对测量的影响。

2.4 误差补偿

 Δd 是周期为 2π 的周期性误差,当调制深度和 待测相位为定值时, Δd 为常数。为了满足更高精度 的测量要求,通过误差补偿的方法对测量结果 d_{M}

(11)

进行修正。由(14)式可得

$$d = d_{\rm M} - \Delta d , \qquad (16)$$

由于算法误差 Δd 与待测物体表面的反射率有关, 而在实际应用中,待测物体表面的反射率难以精确 获得,所以修正值只能对误差进行有限程度的补偿。 而在不同的调制深度处,算法误差 Δd 不同,因此, 选择一个合适的调制深度才能使误差补偿的效果较 好。在 z=2.38 rad 处,多光束干涉引起的算法误 差最小,此时进行误差补偿可以得到较好的结果。

以用于纳米精度微小位移测量的正弦相位调制 菲佐干涉仪为例,当 z=2.38 rad 时

$$\alpha_{\rm m} = \arctan \frac{\sum_{k=1}^{n-1} [S_{\rm Mk} J_1(2, 38k) \sin(k\alpha)] / J_1(2, 38)}{\sum_{k=1}^{n-1} [S_{\rm Mk} J_2(2, 38k) \cos(k\alpha)] / J_2(2, 38)},$$
(17)

由(17)式可得到测量相位值 α_M 随待测相位值 α 变化的曲线,进而通过 $\Delta d = d_M - d = (\alpha_M - \alpha)\lambda_0/4\pi$ 可以得到算法误差 Δd 随测量相位值 α_M 变化的曲线,如图 7 所示。按照曲线上相位 α_M 对应的误差对位移 d_M 进行误差补偿,即可得到修正后的位移结果 d_{α} 假设已知反射率 R_1 和 R_2 与其真实值之间有 10% 的误差,此时通过误差补偿对结果进行修正后, Δd_{RMS} 的值由修正前的 2.33 nm 减小到修正后的0.2 nm。可见,如需更高的测量精度,可通过误差补偿的方法对测量结果进行修正,进一步减小多光束干涉的影响。



图 7 z=2.38 rad 时不同相位 α_M 对应的误差值 Fig. 7 Error of different phase value α_M when z=2.38 rad

3 实 验

激光器的波长 λ₀ 为 785 nm,输出功率为 2 mW;菲佐板在压电陶瓷(PZT1)的驱动下正弦振动的频率为1 kHz;菲佐板内表面的反射率为 0.04;待

测物体为单晶硅,表面的反射率为 0.35,由另一个 压电陶瓷(PZT2)驱动,产生频率为 50 Hz,振幅为 100 nm 的正弦振动。

当调制深度 z分别为 1. 92, 2. 38, 2. 72 和 3.04 rad时,得到的位移结果 d_{M} 与理想位移 d之间

误差的均方根值
$$\left[\sqrt{\frac{\int_{0}^{T} (d_{\mathrm{M}} - d)^{2} \mathrm{d}t}{T}}\right]$$
 如表 1 所示。

表1 不同调制深度 z 下位移测量误差的均方根值

Table 1 RMS value of the displacement

measurement error with different modulation depth z

Modulation depth $z/$ rad	1.9	2.1	2.38	2.72	3.04
RMS value/ nm	6.3	2.65	2.25	2.75	3.74

由表1可知,与其他调制深度相比,z=2.38 rad 时多光束干涉引起的误差最小。此时通过误差补偿 对测量结果 d_M 进行修正,得到的结果与理想位移 之间的误差的均方根值为 0.53 nm,测量精度得到 进一步提高。

4 结 论

正弦相位调制菲佐干涉仪由于在菲佐板和待测 物体表面之间产生了光束的多次反射,导致了双光 束干涉信号解调算法不再精确成立。以正弦相位调 制菲佐干涉仪纳米精度微小位移测量为应用背景, 分析了多束光干涉情况下该干涉仪信号解调算法引 起的误差。研究表明,利用正弦相位调制菲佐干涉 仪进行微小位移测量时,通过选择正弦相位调制深 度和对测量结果进行修正可以使多光束干涉产生的 影响有效减小。

参考文献

- 1 Peng Bu, Xiangzhao Wang, Osami Sasaki. Dynamic full-range Fourier-domain optical coherence tomography using sinusoidal phase-modulating interferometry[J]. Opt. Eng., 2007, 46(10): 105603
- 2 Sasaki Osami, Saito Akihiro, Suzuki Takamasa et al.. Extension of distance measurement range in a sinusoidal wavelengthscanning interferometer using a liquid-crystal wavelength filter with double feedback control[J]. Appl. Opt., 2007, 46(23): 5800~5804
- 3 Xiangzhao Wang, O. Sasaki, T. Suzuki *et al.*. Measurement of small vibration amplitudes of a rough surface by an interferometer with a self-pumped phase-conjugate mirror [J]. *Appl.Opt.*, 2000, **39**(25): 4593~4597
- 4 He Guotian, Wang Xiangzhao, Tang Feng. Sinusoidal phase modulating interferometry based on low frame rate area array CCD[J]. Chinese J. Lasers, 2007, 34(2): 265~271 何国田,王向朝,唐 锋. 基于低速面阵 CCD 的正弦相位调制干 涉测量[J]. 中国激光, 2007, 34(2): 265~271
- 5 Li Zhongliang, Wang Xiangzhao, Liu Yingming *et al*.. All fiberoptic sinusoidal phase-modulating interferometer insensitive to the

光

intensity modulation of the light source[J]. Chinese J. Lasers, 2007, 34(9): 1267~1270

李中梁,王向朝,刘英明等. 消除正弦相位调制干涉仪中光强调 制影响的全光纤干涉仪[J]. 中国激光, 2007, **27**(9): 1267~1270

- 6 Bu Peng, Wang Xiangzhao, Osami Sasaki. Fourier-domain optical coherence tomography based on sinusoidal phase modulation[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(8): 1470~1474 步 鹏,王向朝,佐佐木修己. 正弦相位调制的频域光学相干层 析成像[J]. 光学学报, 2007, 27(8): 1470~1474
- 7 Xiangzhao Wang, Osami Sasaki, Yuuichi Takebayashi *et al.*. Sinusoidal phase-modulating Fizeau interferometer using a selfpumped phase conjugator for surface profile measurements[J]. *Opt. Eng.*, 1994, **33**(8): 2670~2674

- 8 Sasaki Osami, Okamura Toshiaki, Nakamura Takanori. Sinusoidal phase modulating Fizeau interferometer [J]. Appl. Opt., 1990, 29(4): 512~515
- 9 Sasaki Osami, Takuhide Takahashi. Sinusoidal phase modulating interferometer using optical fibers for displacement measurement [J]. Appl. Opt., 1988, 27(19): 4139~4142
- 10 Luo Zhiyong, Yang Lifeng, Chen Yunchang. Phase-shift algorithm research based on multiple-beam interference principle [J]. Acta Physica Sinica, 2005, 54(7): 3051~3057 罗志勇,杨丽峰,陈允昌. 基于多光束干涉原理的相移算法研究 [J]. 物理学报, 2005, 54(7): 3051~3057
- 11 Satoshi Denno. Multibeam Interference cancellation based on multibeam order extended fast algorithm [J]. IEIC Technical Report, 2001, 100(559): 37~44