

文章编号: 0258-7025(2009)08-2094-05

傅里叶变换轮廓术中一种普适的计算公式和系统标定方法

文永富 苏显渝 张启灿

(四川大学光电科学技术系, 四川 成都 610064)

摘要 提出一种新的普适计算公式和系统标定方法, 推导了傅里叶变换轮廓术(FTP)中高度-相位映射关系。由于新的普适计算公式对系统的几何结构没有严格要求, 测量系统的搭建变得容易, 投影系统和成像系统可以任意放置以便获得更好的条纹信息, 因而操作灵活。提出的标定方法能够准确得到普适条件下系统参数的组合, 避免了对系统各个参数的直接测量, 提高了测量系统的可操作性及测量速度。实验中采用本方法对最大高度为 28.00 mm 的物体进行测量, 相对误差仅为 0.97%。测量结果证明, 提出的方法能够准确恢复物体的三维形貌且具有较好的普适性。

关键词 物理光学; 傅里叶变换轮廓术; 高度相位映射; 系统标定; 条纹处理

中图分类号 TN206; O438.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL20093608.2094

Universal Calculation Formula and System Calibration Method in Fourier Transform Profilometry

Wen Yongfu Su Xianyu Zhang Qican

(Optoelectronics Department, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)

Abstract An universal calculation formula and system calibration method are proposed, and the height-phase mapping relation in Fourier transform profilometry is derived. Because the request on the geometry structure of new universal calculation formula is not strict, the experimental setup is simple and the projector and the imaging device can be located arbitrarily to obtain better information of fringes. And this makes the operation flexible. The system parameters under universal condition can be obtained by the system calibration method. It can avoid measuring the system parameters directly, which makes the system easy to manipulate and improves the velocity of measurement. The new calculation formula and calibration method have been applied to measure the object with 28.00 mm height, and the relative error is only 0.97%. The experimental result proves that the new calculation formula and calibration method can exactly rebuild 3D shape of objects and the system has better universality.

Key words physical optics; Fourier transform profilometry; height-phase mapping; system calibration; fringe analysis

1 引 言

傅里叶变换轮廓术(FTP)具有全场、非接触、数据获取速度快等特点, 1983 年由 Takeda 等^[1]提出以来, FTP 被广泛应用于工业检测、三维重建、航空

和生物医学等领域^[2]。传统的 FTP^[1], 在三维重建时要求知道投影系统光心和成像系统光心之间的距离, 同时要求它们的连线平行于参考面, 成像系统光轴垂直参考面, 并且需要保证投影系统的光轴和成

收稿日期: 2008-08-04; 收到修改稿日期: 2008-09-19

基金项目: 国家自然科学基金(60527001)资助课题。

作者简介: 文永富(1984—), 男, 硕士研究生, 主要从事光学三维传感、光学信息处理等方面的研究。

E-mail: yf_wen@yahoo.cn

导师简介: 苏显渝(1944—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事光学三维传感、光学信息处理等方面的研究。

E-mail: xysu@email.scu.edu.cn

像系统的光轴相交于参考面上(即要求共面),这些条件在工程应用时实现起来比较困难。基于该原因,很多学者^[3-7]对测量系统的搭建和标定进行了深入的探讨,取得了一定的进展。

在实际测量过程中,由于三角测量法中存在阴影和遮挡,以及系统测量精度的调整等问题,测量时需要对系统装置作适当调整,很难严格地确定系统参数和保证平行或垂直等条件。针对该问题,本文基于一般的工程应用条件,推导出更为普适的高度-相位映射计算公式,并提出该系统的标定方法,以适应成像光轴和投影光轴异面,光心连线不平行且成像光轴和参考平面不垂直的一般情况。实验结果证明,系统具有更强的普适性和较高的测量精度。

2 新的普适计算公式

2.1 相位计算

系统光路如图 1 所示。 P, C_0 分别为投影仪和摄像机的出瞳, P, C_0 不在同一水平高度, $\overline{PC_0} = d$ 。投影系统光轴与摄像系统光轴不共面,分别与参考平面交于 O 点, O_1 点, 投影光轴 \overline{PO} 在纸平面内。投影系统的光心 P 到参考面的垂足为 K , 记 $\overline{PK} = r$, $\angle KPO = \xi$, \overline{KR} 为参考平面内过点 O 的一条直线。成像系统光心到参考面的垂直距离用 $\overline{C_0G_0} = L$ 表示, $\angle O_1C_0G_0 = \beta$ 。平面 PKO 和平面 $C_0O_1G_0$ 既不垂直也不平行, 具有一般性。

参考面的条纹分布可表示为

$$I_0(x, y) = I_0 \{ 1 + \cos[2\pi x f(x) + \varphi_0(x, y)] \}, \quad (1)$$

式中 $f(x)$ 表示投影光栅沿 x 轴的空间频率, $\varphi_0(x, y)$ 为参考平面的相位。根据文献^[8]的方法, 在普适系统中, $f(x) = f \cos \xi \left(1 - \frac{2x \sin \xi}{\overline{PO} \cos \varphi} \right) \cos \varphi$, f 为光栅频率。

CCD 采集到的变形光栅光场分布表示为

$$I(x, y) = I_0 \{ 1 + \cos[2\pi x f(x) + \varphi(x, y)] \}, \quad (2)$$

式中 $\varphi(x, y)$ 为包含参考平面和物体信息的相位值。分别对(1)式和(2)进行傅里叶变换、滤波, 取出基频信息, 再分别做逆傅里叶变换, 即可得到 $\varphi_0(x, y)$ 和 $\varphi(x, y)$, 因此, $\Delta\varphi(x, y) = \varphi(x, y) - \varphi_0(x, y)$, 即为只包含物体信息的相位值。

2.2 建立物体高度-相位的映射关系

如图 2 所示, 过 O 点做成像光轴的平行线, C_0 平移后对应 C , 此时成像光轴和投影光轴共面(即面 POC)。令 $\angle POC = \omega$, $\overline{PC} = s$ 。图 2 中阴影部分为面 POC 与物体相截得到的物体截面图。 N 表示物

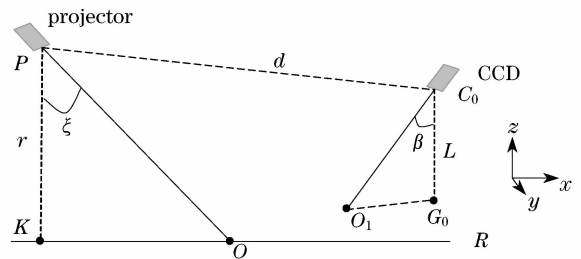


图 1 系统光路示意图

Fig. 1 Schematic diagram of system setup

体表面上任意一点, N 点的高度用 $\overline{NM} = h$ 表示。做 \overline{BO} 和 \overline{PC} 的延长线交于点 J 。 J, O, A, B 在一条直线上。过 P 点做平行线 $PF // BJ$, \overline{BC} 和 \overline{PF} 的延长线交于点 E ; 过 P, N, C 点分别做两平行线的公垂线 PH, DI, FG , 令 $\overline{NI} = h'$ 。从图 2 中可知, $\overline{C_0O_1} = \overline{CO} = L / \cos \beta$, $\angle MNI = \angle QCG = \angle KPH = \delta$, $\overline{PH} = \overline{DI} = \overline{FG} = \frac{r}{\cos \delta}$, $\overline{PO} = r / \cos \xi$, $\overline{C_0Q_0} = \overline{CQ} = L$ 。

为了便于理解, 从图 2 中单独给出投影光轴和几何平移后的成像光轴组成的平面 $PEJB$, 如图 3 所示。

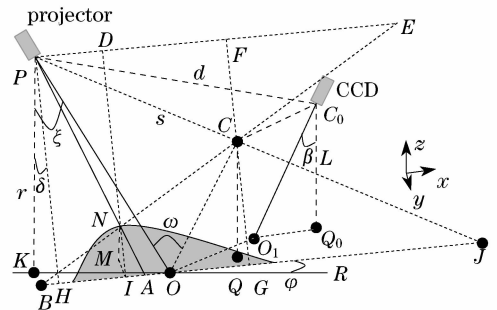


图 2 系统几何关系示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the system geometric relation

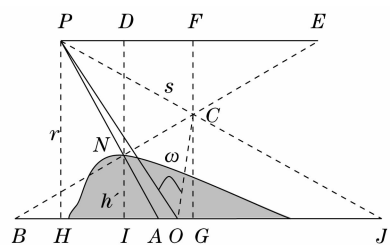


图 3 平面 $PEJB$ 示意图

Fig. 3 Schematic diagram of plane $PEJB$

在 $\triangle OGC$ 中, 由于 $\overline{OC} = \frac{L}{\cos \beta}$, $\overline{GC} = \frac{L}{\cos \delta}$, 则

$$x_G = \sqrt{\overline{OC}^2 - \overline{GC}^2} = L \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta} - \frac{1}{\cos^2 \delta}}. \quad (3)$$

在 $\triangle POC$ 中, 利用余弦定理, 可知

$$s = \overline{PO}^2 + \overline{CO}^2 - 2 \cdot \overline{PO} \cdot \overline{CO} \cdot \cos \omega = \left(\frac{r}{\cos \xi} \right)^2 + \left(\frac{L}{\cos \beta} \right)^2 - \frac{2rL \cos \omega}{\cos \xi \cos \beta},$$

又有, $\overline{FC} = \overline{FG} - \overline{CG} = \frac{(r-L)}{\cos \delta}$, 因此, $\overline{PF} = \sqrt{s^2 - \overline{FC}^2} = \sqrt{s^2 - \frac{(r-L)^2}{\cos^2 \delta}}$. 因 $\triangle BNI \cong \triangle BCG$, 有

$$\frac{\overline{BI}}{\overline{BG}} = \frac{\overline{NI}}{\overline{CG}} = \frac{h'}{L}, \overline{BG} = |x_G - x_B|,$$

结合(3)式得

$$\overline{BI} = \frac{h' \cos \delta}{L} \left| L \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta} - \frac{1}{\cos^2 \delta}} - x_B \right|. \quad (4)$$

因 $\triangle BNI \cong \triangle DNE$, 有

$$\frac{\overline{BI}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{NI}}{\overline{ND}} = \frac{h'}{ND}, \text{因 } \overline{ND} = \overline{DI} - \overline{NI} = \frac{r}{\cos \delta} - h',$$

再结合(4)式得

$$\overline{DE} = \frac{(r - h' \cdot \cos \delta)}{L} \left| L \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta} - \frac{1}{\cos^2 \delta}} - x_B \right|.$$

在矩形 $PHGF$ 中, $\overline{PD} = \overline{PF} - \overline{DF} = \overline{PF} - \overline{IG} = \overline{PF} - (\overline{BG} - \overline{BI})$, 综合上述关系式可得

$$\overline{PD} = \sqrt{s^2 - \frac{(r-L)^2}{\cos^2 \delta}} - \left(1 - \frac{h' \cos \delta}{L} \right) \left| L \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta} - \frac{1}{\cos^2 \delta}} - x_B \right|,$$

因此有

$$\overline{PE} = \overline{PD} + \overline{DE} = \sqrt{s^2 - \frac{(r-L)^2}{\cos^2 \delta}} + \frac{(r-L)}{L} \left| L \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta} - \frac{1}{\cos^2 \delta}} - x_B \right|. \quad (5)$$

而因 $\triangle BNA \cong \triangle PNE$, 有

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{PE}} = \frac{\overline{NI}}{\overline{ND}} = \frac{h'}{r/\cos \delta - h'}. \quad (6)$$

结合(5)式和(6)式, 得到

$$\overline{AB} = \frac{h' \cdot \left[\sqrt{s^2 - \frac{(r-L)^2}{\cos^2 \delta}} + \frac{(r-L)}{L} \left| L \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta} - \frac{1}{\cos^2 \delta}} - x_B \right| \right]}{\frac{r}{\cos \delta} - h'}.$$

又因为 $\Delta \varphi = 2\pi f(x) \cdot \overline{AB}$, 则有

$$h' = \frac{\frac{r \cdot \Delta \varphi}{\cos \delta}}{2\pi f(x) \left[\sqrt{s^2 - \frac{(r-L)^2}{\cos^2 \delta}} + \frac{(r-L)}{L} \left| L \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta} - \frac{1}{\cos^2 \delta}} - x_B \right| \right] + \Delta \varphi}.$$

最后在 $\triangle NMI$ 中, 有 $h = h' \cos \delta$, 因此物体真实高度和相位的映射关系为

$$h = \frac{r \cdot \Delta \varphi}{2\pi f(x) \left[\sqrt{s^2 - \frac{(r-L)^2}{\cos^2 \delta}} + \frac{(r-L)}{L} \left| L \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta} - \frac{1}{\cos^2 \delta}} - x_B \right| \right] + \Delta \varphi}, \quad (7)$$

其中

$$s = \left(\frac{r}{\cos \xi} \right)^2 + \left(\frac{L}{\cos \beta} \right)^2 - \frac{2rL \cos \omega}{\cos \xi \cos \beta}.$$

2.3 系统标定方法

在 2.2 节推导出了测量系统在斜投影斜拍摄且成像光轴和投影光轴不共面的情况下, 物体高度-相位的映射关系, 如(7)式所示, 对其进行简单的化简, 可表达为

$$\frac{1}{h(x, y)} = a(x, y) + b(x, y) \cdot \frac{1}{\Delta \varphi(x, y)}, \quad (8)$$

其中 $a(x,y) = \frac{1}{r}$

$$b(x,y) = \left\{ 2\pi f(x) \left[\sqrt{s^2 - \frac{(r-L)^2}{\cos^2 \delta}} + \frac{(r-L)}{L} \right] L \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \beta} - \frac{1}{\cos^2 \delta}} - x_B \right\} / r.$$

在实际测量过程中,一旦测量系统固定后,系统参数 $\beta, \xi, \omega, \delta, \varphi, r, L, f(x)$, 以及参考平面上的任意一点 B 的横坐标 x_B 都为常数,因此参数 $a(x,y), b(x,y)$ 都为常量。(8)式中只包含 h 和 $\Delta\varphi$ 两个变量,理论上只需利用标定平面相对于参考平面平行移动两次,便可以得到两组已知高度和对应的相位差;将其代入(8)式就可以得到参数 $a(x,y), b(x,y)$,避免了单独直接对这些参数的测量,简化了标定过程,使三维测量方法更具实用性。

3 实 验

采用 Bouguet 等^[9]提供的 MATLAB 标定工具箱对摄像机进行了有效标定,消除成像系统的像差和畸变等因素的影响^[10]。标定平面相对参考平面移动 10 次,每次移动 5 mm(保证相邻平面间的条纹平移量小于半个条纹周期)。图 4(a)给出了直接用传统相位展开方法求得的各标定平面相对参考平面的相位差,取相同行进行显示。可见,当标定平面移动距离足够大时,相邻标定平面之间的相位差出现了相位跳变。如果要得到各标定平面正确的相位分布,则必须对用传统方法得到的相位沿高度

方向进行校正^[11];图 4(b)为对图 4(a)中各相位差进行相位校正后的结果。通过上述处理后介绍的标

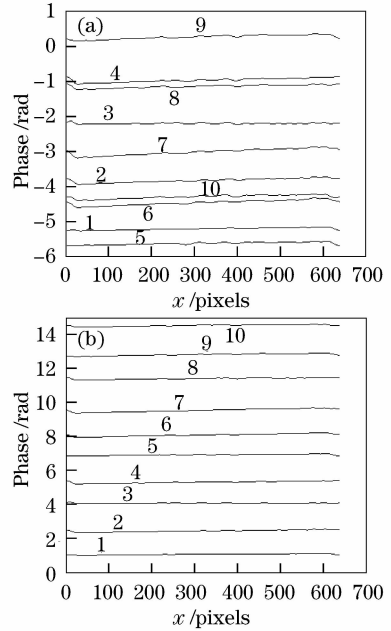


图 4 校正前(a)和校正后(b)各标定平面同一行的相位分布图

Fig. 4 Phases distribution of same row of different planes before correcting (a) and after correcting (b)

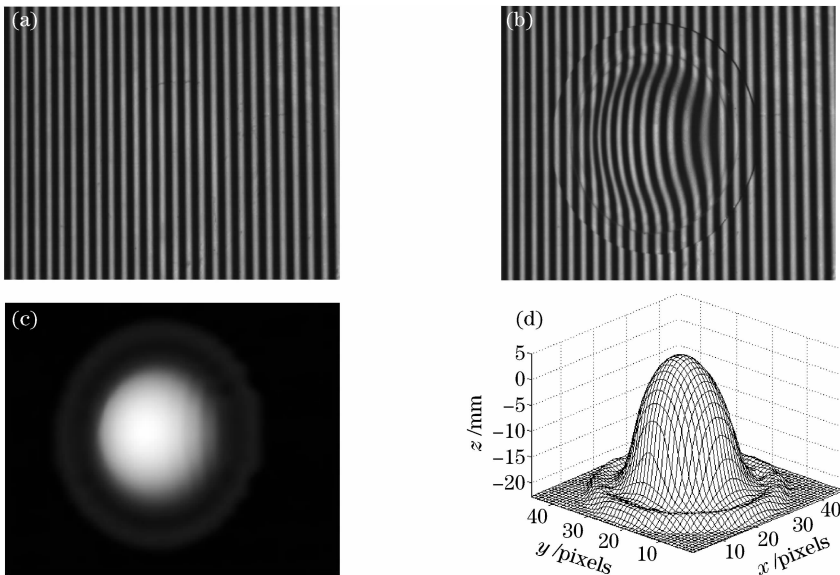


图 5 实验结果。(a)参考条纹图;(b)变形条纹图;(c)相位分布图;(d)恢复的物体高度分布

Fig. 5 Experimental results. Reference (a) and deformed (b) fringe images; phase distribution images (c) and hight restuction by the proposed method (d)

定方法,即可得到物体高度-相位的映射关系。

为验证本文方法的有效性,对一个最大高度为 28.00 mm 的物体进行了测量。图 5(a),(b)分别为采集到的参考条纹图和变形光栅图,图 5(c),(d)分别为展开后的相位分布图和利用本文方法恢复的抽样后的物体三维面形,其最大高度为 27.73 mm,相对误差为 0.97%,正确恢复了物体三维信息。

4 结 论

基于一般的工程应用条件,推导出更为普适的高度-相位映射计算公式和提出相应的系统标定方法。新的计算公式对系统的几何结构没有严格要求,既不需要两光心连线与参考面平行,也不必要求两光轴共面。同时不必要求成像光轴或投影光轴与参考面垂直,投影装置和成像装置可以灵活移动,使得测量装置的搭建变得更加容易。同时对普适系统的标定过程进行了探讨,所提出的方法能够快速准确地对系统进行标定,避免了对系统参数的直接测量,提高了测量系统的可操作性和测量速度。应用新测量系统和标定技术进行实物检测,测量结果证明,系统可操作性强、测量精度高。

参 考 文 献

- 1 M. Takeda, K. Mutoh. Fourier transform profilometry for automatic measurement of 3-D object shapes [J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(24):3977~3982
- 2 Su Xianyu, Tan Songxin, Xiang Liqun. Complex object shape measurement using FTP method [J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(9):1228~1233

- 苏显渝,谭松新,向立群. 基于傅里叶变换轮廓术方法的复杂物体三维面形测量[J]. *光学学报*, 1998, **18**(9):1228~1233
- 3 Xu Qinghong, Zhong Yuexian, You Zhifu. System calibration technique of profilometry by projected grating [J]. *Optical Technique*, 2000, **26**(2):126~129
- 许庆红,钟约先,由志福. 光栅投影轮廓测量的系统标定技术[J]. *光学技术*, 2000, **26**(2):126~129
- 4 Mao Xianfu, Chen Wenjing, Su Xianyu. Analysis on an improved Fourier transform profilometry [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(1):99~104
- 毛先富,陈文静,苏显渝. 傅里叶变换轮廓术新理论研究[J]. *中国激光*, 2007, **34**(1):99~104
- 5 Li Wansong, Su Likun, Su Xianyu. Phase measuring profilometry in big scale measurement [J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(6):792~796
- 李万松,苏礼坤,苏显渝. 相位检测面形术在大尺度三维面形测量中的应用[J]. *光学学报*, 2000, **20**(6):792~796
- 6 Zhou Wensen, Su Xianyu. A direct mapping algorithm for phase-measuring profilometry [J]. *J. Modern Optics*, 1994, **41**(1), 89~94
- 7 Mao Xianfu, Su Xianyu, Chen Wenjing *et al.*. Analysis on measurement method of improved Fourier transforms profilometry [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7):1291~1295
- 毛先富,苏显渝,陈文静等. 改进傅里叶变换轮廓术的测量算法研究[J]. *光学学报*, 2008, **28**(7):1291~1295
- 8 Giuseppe Schirripa Spagnolo, Giorgio Guattari, Carmine Sapia *et al.*. Contouring of artwork surface by fringe projection and FFT analysis [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2000, **33**:41~156
- 9 http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc.
- 10 Wu Qingyang, Su Xianyu, Xiang Liqun *et al.*. A new calibration method for two-sensor measurement system based on line-structure light [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(2):259~264
- 吴庆阳,苏显渝,向立群等. 线结构光双传感器测量系统的标定方法[J]. *中国激光*, 2007, **34**(2):259~264
- 11 Zhou Congling, Yu Demin, Han Wanzhen. Study on phase unwrapping of calibration for 3D profilometry [J]. *J. Tianjin University of Light Industry*, 2002, **40**(1):35~37
- 周聪玲,于德敏,韩皖贞. 三维物体轮廓测量标定技术中解相问题的研究[J]. *天津轻工业学院学报*, 2002, **40**(1):35~37