

文章编号: 0258-7025(2009)08-1928-04

端面抽运圆截面激光晶体热变形量的简便求解方法

张引科 樊素 杨浩

(西安建筑科技大学理学院, 陕西 西安 710055)

摘要 激光二极管(LD)抽运的全固态激光器(DPSSL)应用广泛。抽运光在激光晶体中产生的热效应是影响全固态激光器工作特性的主要因素之一。通常先求解激光晶体中的温度场分布,再对热应变积分计算晶体的热变形量,这是一个既复杂又困难的过程。将求解晶体热传导微分方程与对热应变积分计算晶体热变形量相结合,在圆截面激光晶体侧面恒温、端面绝热的条件下,建立了晶体热变形量满足的微分方程和边界条件,把冗长的两步压缩为简单的一步,并使微分方程大为简化;得到了圆截面激光晶体热变形量的解析解;给出了一个算例。借助数值计算,分析了晶体抽运端热变形量及变形端面曲率半径与抽运光束半径之间的关系。提出的圆截面激光晶体热变形量简便求解方法有一定的通用性。

关键词 激光技术;热变形;解析解;曲率半径

中图分类号 TN 248.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL20093608.1928

Simplified Method for Thermal Distortion of End-Pumped Laser Crystal with Circular Cross-Section

Zhang Yinke Fan Su Yang Hao

(School of Science, Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an, Shaanxi 710055, China)

Abstract Laser diode pumped solid state laser (DPSSL) has many applications. The thermal effect of laser crystal produced by pumping light is one of the main factors affecting the characteristics of DPSSL. Usually, the temperature field distribution in laser crystal is found first, then the thermal distortion of laser crystal is calculated by integrating thermal strain along crystal. This process is complex and difficult. Under the condition that the side surface of laser crystal has constant temperature and its ends are adiabatic, the heat conduction equation and integrating thermal strain are combined, the differential equation and boundary conditions of laser crystal thermal distortion are set. The ordinarily used two-step method is simplified to one step and the new differential equation can be solved much more easily than the old one. The analytical solution of thermal distortion differential equation of laser crystal with circular cross-section has been got. A computation example is also given. By numerical calculating, the relations between thermal distortion and curvature radius of distorted pumped-end of crystal with pumping beam radius are analyzed. The proposed simplified method for thermal distortion of end-pumped laser crystal has some generalization.

Key words laser technique; thermal distortion; analytical solution; radius of curvature

1 引 言

激光二极管(LD)抽运的全固态激光器(DPSSL)有广泛应用。在激光二极管抽运的激光增益介质中,Nd:GdVO₄晶体以其优异的特性成为最具吸引力的晶体^[1~4]。激光晶体在吸收抽运光能

量产生荧光辐射的同时,部分抽运光能量转变为晶体的热能^[5],在晶体内形成非均匀温度场分布,引起晶体热变形,出现热透镜效应。热透镜效应严重影响激光二极管抽运的激光器工作性能。通常使用的激光晶体有矩形截面和圆形截面两种。史彭等^[6~10]已得出了两种截面激光晶体内部温度场和

收稿日期: 2009-02-09; 收到修改稿日期: 2009-04-17

基金项目: 教育部重点科研项目(205159)和陕西省自然科学基金(2007A15)资助项目。

作者简介: 张引科(1964—),男,教授,博士,主要从事光电信息处理方面的教学与科研工作。

E-mail: yinkezhang@163.com.

热变形的计算方法,但都是先求解热传导微分方程、计算晶体温度升高,再对温度应变积分计算晶体热变形。这种方法对于只计算晶体热变形来说,既十分复杂又有一些不必要的重复求解过程。

本文把求解晶体热传导方程与热应变积分计算晶体热变形相结合,在圆截面激光晶体侧面恒温、两端面绝热的条件下,建立了晶体热变形量满足的微分方程和边界条件,使解二维微分方程再积分的冗长过程简化为直接求解一维微分方程的简单问题,大大缩短了求解过程。并且通过一个算例,分析了激光晶体抽运端热变形与抽运光束半径的关系。

2 圆截面激光晶体抽运端热变形量的方程和边界条件

2.1 单端抽运圆截面激光晶体的热模型

激光晶体吸收部分抽运光能量产生的热量通过热传导方式由晶体周边散失。一般在激光二极管抽运的全固态激光器中用封闭冷却循环水或半导体制冷模块控制晶体侧面温度,所以可以认为晶体侧面保持恒温。晶体两个通光端面与空气接触,从两端面与空气热交换的热量远远小于通过侧面散失的热量,因此可以认为晶体的两端面绝热^[8]。当抽运光通过激光晶体中心时,热模型如图 1 所示。

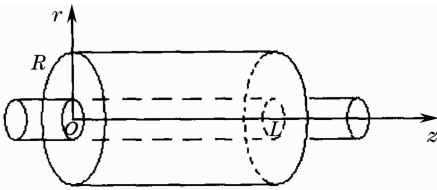


图 1 激光晶体热模型

Fig. 1 Schematic diagram of laser crystal thermal model

2.2 抽运光在激光晶体内产生的热功率密度

光纤耦合的半导体激光器发出抽运光,经过平凸透镜组成的光学系统或自聚焦透镜构成的耦合器后入射到激光晶体抽运端面($z=0$ 面)上。设抽运光平行于 z 轴(晶体对称轴)并照射在端面中心,在 $z=0$ 面上抽运光强度分布为

$$I(r,0) = f(r). \quad (1)$$

取激光晶体对抽运光的吸收系数为 β ,抽运光的强度由于晶体吸收而减弱,由吸收规律得到晶体中 z 平面上的光强为

$$I(r,z) = I(r,0)e^{-\beta z} = f(r)e^{-\beta z}. \quad (2)$$

由于激光晶体荧光量子效应和内损耗吸收抽运光的能量远大于其他原因引起的晶体吸收能量,因

此仅考虑晶体荧光量子效应和内损耗吸收抽运光能量所产生的热量。在 z 平面上晶体吸收抽运光能量产生的热功率密度为

$$q_v(r,z) = \eta\beta I(r,z) = \eta\beta f(r)e^{-\beta z}, \quad (3)$$

其中 η 为由荧光量子效应和内损耗决定的热转换系数

$$\eta = 1 - \frac{\lambda_p}{\lambda_L}, \quad (4)$$

λ_p 为半导体激光器抽运光波长 808 nm, λ_L 为谐振腔中的振荡激光波长 1064 nm。

2.3 晶体内部温度场方程及边界条件

由于晶体放置在冷却器内,晶体侧面温度保持恒温 u_w 。为便于理论计算,设其为 0(相对),得出温度场后,再叠加冷却温度 u_w 就是实际温度。晶体内部热传导遵守 Poisson 方程。由于热源和边界条件都具有轴对称性,则温度场 $u(r,\varphi,z)$ 与 φ 无关。热传导方程和边界条件为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\frac{q_v}{\lambda}, \quad (5)$$

$$u(r,z) \Big|_{r=R} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial u(r,z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial u(r,z)}{\partial z} \Big|_{z=L} = 0, \quad (7)$$

其中 λ 为晶体导热系数(或称为热导率), L 和 R 分别为晶体的长度和半径。

2.4 激光晶体抽运端热变形量的方程和边界条件

当激光晶体内部形成稳定温度场后,热膨胀使晶体发生形变,形成热透镜。由晶体内部温度场分布可知,晶体后部的温升很小,可以认为晶体后表面无热变形,温升只造成晶体抽运端面热变形。设激光晶体内部点 (r,z) 处的初始温度为 0,晶体达到热平衡后的温度为 $u(r,z)$,则该点处 z 方向线元 dz 的热膨胀量为

$$dl = \alpha u(r,z) dz, \quad (8)$$

式中 α 为激光晶体的热膨胀系数。晶体抽运端面上 z 方向的热变形量(端面凸起高度)为

$$w(r) = \int_0^L dl = \alpha \int_0^L u(r,z) dz. \quad (9)$$

将(9)式代入方程(5)和边界条件(6),(7)式,得出抽运端热变形量 $w(r)$ 满足的方程和边界条件分别是

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} = -Q(r), \quad (10)$$

$$w(r) \Big|_{r=R} = 0, \quad (11)$$

式中

$$Q(r) = \frac{\alpha}{\lambda} \int_0^L q_v(r,z) dz =$$

$$\frac{\eta\beta\alpha}{\lambda} \int_0^L f(r)e^{-\beta z} dz = \frac{\eta\alpha}{\lambda} (1 - e^{-\beta L}) f(r). \quad (12)$$

3 晶体抽运端热变形量的解析表达式

根据热变形量 $w(r)$ 满足的边界条件(11), 设方程(10)的解为

$$w(r) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0\left(\frac{\alpha_n r}{R}\right), \quad (13)$$

式中 J_0 是零阶 Bessel 函数, α_n 是 J_0 的第 n ($n = 1, 2, \dots$) 个零点。把(13)式代入方程(10), 结合 Bessel 函数的正交性, 求出系数 A_n 为

$$A_n = \frac{2}{\alpha_n^2 J_1^2(\alpha_n)} \int_0^R Q(r) J_0\left(\frac{\alpha_n r}{R}\right) r dr, \quad (14)$$

将其代入(13)式就得出了端面抽运圆截面激光晶体抽运端热变形量的解析表达式。若知道了晶体抽运端面上抽运光强分布 $f(r)$, 就能计算出热变形量 $w(r)$ 。

4 算例及分析

作为算例, 设抽运端面上的光强度 $f(r)$ 为 Gauss 分布, 即

$$f(r) = I_0 e^{-2r^2/w^2}, \quad (15)$$

其中 w 为 Gauss 光束半径, I_0 为光斑中心强度, 它与抽运光功率 p 的关系为

$$I_0 = \frac{p}{2\pi \int_0^{\infty} e^{-2r^2/w^2} r dr} = \frac{2p}{\pi w^2}, \quad (16)$$

此时, (13)式中的系数 A_n 为

$$A_n = \frac{2\eta \alpha I_0 (1 - e^{-\beta L})}{\lambda \alpha_n^2 J_1^2(\alpha_n)} \int_0^R e^{-2r^2/w^2} J_0\left(\frac{\alpha_n r}{R}\right) r dr. \quad (17)$$

计算时取激光晶体是掺 Nd^{3+} 原子数分数 1.2% 的 $\text{Nd}:\text{GdVO}_4$, 其吸收系数 $\beta = 74 \text{ cm}^{-1}$, 导热系数 $\lambda = 5.90 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, 热膨胀系数 $\alpha = 7.3 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ [7], 抽运光束功率 $p = 15 \text{ W}$, 晶体尺寸 $R = 1.5 \text{ mm}$, $L = 4 \text{ mm}$ 。图 2 给出了光束半径 w

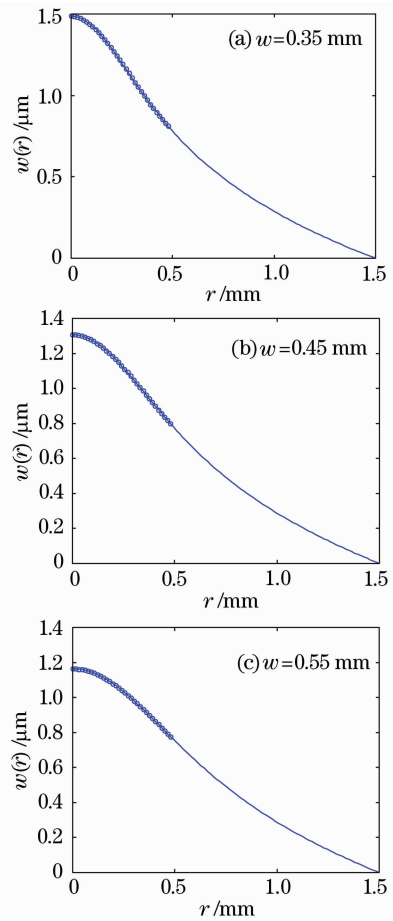


图 2 晶体抽运端热变形量与半径的关系

Fig. 2 Relation between thermal distortion with radius on pumped end

分别为 0.35 mm, 0.45 mm 和 0.55 mm 时, 激光晶体抽运端热变形量与半径 r 之间的关系, 与文献[7]的计算结果相同。

用多项式在 $0 \sim 0.5 \text{ mm}$ 范围内拟合热变形量 $w(r)$ 与半径 r 的关系后发现, $w(r)$ 可以表示成 r 的三次多项式。光束半径 w 为 0.35 mm, 0.45 mm 和 0.55 mm 时, $w(r)$ 与 r 的关系分别是

$$w(r) = 1.48831 - 72.87804r - 5983937.56393r^2 + 6674442646.74404r^3, \quad (18)$$

$$w(r) = 1.30693 + 27.76205r - 4088216.76499r^2 + 3802228663.18315r^3, \quad (19)$$

$$w(r) = 1.16392 + 34.21010r - 2800455.17697r^2 + 2172799585.08667r^3, \quad (20)$$

其中 $w(r)$ 的单位为 μm , r 的单位为 m 。图 2 中的圈画线是拟合曲线, 与理论计算曲线完全吻合, 说明热变形使晶体抽运端面中央成为一个 3 次旋转曲面。3 次曲面顶点处的曲率半径分别是 0.083557 m, 0.122303 m 和 0.178542 m。

图 3 是变形了的晶体抽运端中心曲率半径 R_c

与抽运光束半径 w 之间关系的拟合曲线, 其中的“o”表示理论计算点。可见抽运光束半径越大, 变形端面的曲率半径越大。图 3 中的曲线拟合方程为

$$R_c = 0.098358 - 360.989020w + 919125.714894w^2, \quad (21)$$

式中 R_c 与 w 的单位均为 m 。

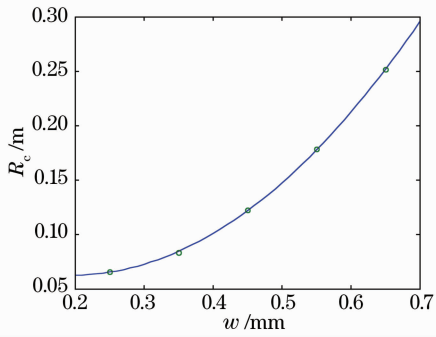


图 3 变形抽运端面曲率半径与抽运光束半径的关系

Fig. 3 Relation between curvature radius of distorted pumped-end with radius of pumping beam

晶体抽运端面中心的热变形量最大。抽运光束半径 w 为 0.35 mm, 0.45 mm 和 0.55 mm 时, 端面中心的热变形量分别是 1.486 μm , 1.307 μm 和 1.164 μm 。图 4 是抽运端中心热变形量 w_0 与抽运光束半径 w 之间关系的拟合曲线, 图中的“o”表示理论计算点。可见抽运光束半径越大, 晶体抽运端面中心热变形量越小。曲线拟合方程为

$$w_0 = 0.00000246258741 - 0.00346086829097w + 1.97933492423187w^2, \quad (22)$$

式中 w_0 与 w 的单位均为 m。

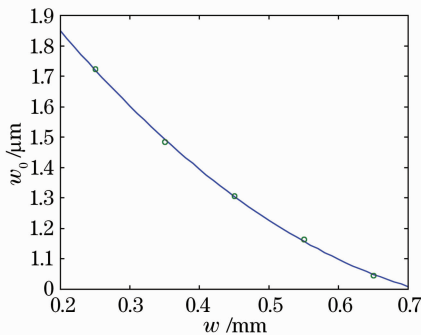


图 4 抽运端中心热变形量与抽运光束半径的关系

Fig. 4 Relation between maximum thermal distortion of pumped-end with radius of pumping beam

5 结 论

结合求解热传导方程与计算晶体热变形, 建立了圆截面激光晶体热变形量满足的微分方程和边界条件, 得到了晶体抽运端热变形量的解析表达式。

借助数值计算, 分析了 Gauss 光束抽运的激光晶体端面热变形量及变形端面曲率半径与抽运光束半径之间的关系。发现晶体抽运端面热变形量与半径为三次多项式关系、变形端面的曲率半径与抽运光束半径为二次多项式关系、抽运端面最大热变形量与抽运光束半径为二次多项式关系。

参 考 文 献

- Huajin Zhang, Xianlin Meng, Junhai Liu *et al.*. Growth of lowly Nd doped GdVO₄ single crystal and its laser properties [J]. *J. Crystal Growth*, 2000, **216**(1~4): 367~371
- C. Q. Wang, Y. T. Chow, L. Reekie *et al.*. A comparative study of the laser performance of diode-laser-pumped Nd:GdVO₄ and Nd:YVO₄ crystals [J]. *Appl. Phys. B*, 2000, **70**(6): 769~772
- Jie Liu, Jimin Yang, Jingliang He. Diode-pumped passively Q-switched intracavity frequency doubled Nd:GdVO₄/KTP green laser [J]. *Optics & Laser Technology*, 2004, **36**(1): 31~33
- Xiaoping Guo, Meng Chen, Gang Li *et al.*. Diode-pumped 11232 nm Nd:YAG laser [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2004, **2**(7): 402~404
- Shi Peng, Li Daijun, Zhang Hengli *et al.*. High power partially end-pumped slab laser with hybrid resonator [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(4): 491~494
- 石 鹏, 李代军, 张恒利等. 大功率部分端面抽运混合腔板条激光器[J]. *光学学报*, 2004, **24**(4): 491~494
- Shi Peng, Li Long, Gan Ansheng *et al.*. Thermal effect research of end-pumped rectangle Nd:GdVO₄ crystals [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(7): 923~927
- 史 彭, 李 隆, 甘安生等. 端面抽运矩形截面 Nd:GdVO₄ 晶体热效应研究[J]. *中国激光*, 2005, **32**(7): 923~927
- Shi Peng, Li Long, Gan Ansheng *et al.*. Research on thermal distortion of Nd:GdVO₄ crystal with laser diode end-pumped circular section [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(10): 1324~1328
- 史 彭, 李 隆, 甘安生等. 激光二极管端面抽运圆形截面 Nd:GdVO₄ 晶体的热形变[J]. *中国激光*, 2006, **33**(10): 1324~1328
- Gan Ansheng, Li Long, Shi Peng. Thermal effect of Yb:YAG slice laser by diode laser end-pumped [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(4): 631~635
- 甘安生, 李 隆, 史 彭. 激光二极管端面泵浦 Yb:YAG 薄片激光器的热效应[J]. *光子学报*, 2008, **37**(4): 631~635
- Shi Peng, Li Long, Gan Ansheng. Thermal analysis of rectangular Nd:YVO₄ crystal by laser diode side-pumped [J]. *Chinese J. Laser*, 2007, **34**(2): 176~180
- 史 彭, 李 隆, 甘安生. 激光二极管侧抽运长方形 Nd:YVO₄ 激光晶体热分析[J]. *中国激光*, 2007, **34**(2): 176~180
- Shi Peng, Li Long, Cheng Wen *et al.*. Influence of anisotropic thermal parameter on the thermal effect of Nd:YVO₄ crystal [J]. *J. Optoelectronics & Laser*, 2007, **18**(2): 175~178
- 史 彭, 李 隆, 陈 文等. 各向异性参数对 Nd:YVO₄ 晶体热效应的影响[J]. *光电子·激光*, 2007, **18**(2): 175~178