

文章编号: 0258-7025(2009)06-1378-05

周期弯曲晶体的摆动场辐射作为短波长激光的可能性

罗诗裕 邵明珠

(东莞理工学院电子工程学院, 广东 东莞 523106)

摘要 指出了用传统方法把自由电子激光(FEL)推向更短波长将在技术上遇到严重挑战,并试图寻找新的光源。在周期弯曲晶体中作沟道运动的粒子,在沟道辐射的同时,还将不断产生摆动场辐射。在摆动场轨道曲率最大或最小处,摆动场辐射与粒子束平行,情况与自由电子激光类似。在摆动场轨道曲率相继最大(或最小)处产生的光子是受激的,且频率比常规自由电子激光高得多。在简谐近似下,描述了沟道辐射和摆动场辐射频率与频谱分布,讨论了沟道辐射和摆动场辐射之间的关系,分析了利用晶体摆动场辐射作为 X-激光或 γ -激光的可能性。

关键词 晶体摆动场辐射; 受激辐射; 周期弯晶; X-激光; γ -激光

中图分类号 O436.1; TN241; TN248 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20093606.1378

Possibility of Undulator Radiation as Short Length Laser by Periodically Bent Crystal

Luo Shiyu Shao Mingzhu

(Dongguan University of Technology, Dongguan, Guangdong 523106, China)

Abstract It is indicated that the serious difficulty will be encountered in order to obtain a short wave-length laser by the tradition technique, and new light source is sought. Besides the channeling radiation, there is an undulator radiation in acoustically bent crystal. The undulator radiation is parallel to the beam at a maximum/minimum for the undulator orbital, the case is similar to free electron lasers (FEL). An emitted photon at successively a maximum/minimum of the undulator orbital is stimulated, and radiation frequency is higher than FEL. The frequency and the spectral distribution of the channeling radiation and the undulator radiation are described in a harmonic approximation, the relationship between them is discussed. The possibilities of using the crystallographic undulator radiation as X-laser and γ -laser are analysed in detail.

Key words crystalline undulator radiation; stimulated radiation; periodically bent crystal; X-laser; γ -laser

1 引言

人们在研究沟道效应和沟道辐射的同时,对它们的可能应用也十分关注。文献[1~10]对带电粒子的沟道辐射及用它来获得 X-激光或 γ -激光的可能性进行了分析。指出了在平面连续近似下,正电子在面沟道中的运动行为类似于线极化摆动器中的电子运动;并指出了在连续近似下,电子在轴沟道中的运动行为十分类似于螺旋摆动器中的自由电子。自由电子激光(FEL)的相干性是自由电子通过摆动

器(场)同辐射场相互作用形成“拍波”(有质动力波),并被“拍波”俘获(同步)来实现的。目前,自由电子激光的发展方向之一就是如何获得短波长、大功率的自由电子激光。但是,要用传统的方法把自由电子激光推向更短的波长将在技术上遇到严重挑战。

20 世纪 70 年代,苏联科学家库马霍夫发现了沟道辐射。20 年后,以科洛尔为代表的彼得堡科学家们就一直在寻找新的光源^[1~5],试图把沟道辐射改造为 X-激光或 γ -激光。带电粒子的沟道辐射是

收稿日期: 2008-10-31; 收到修改稿日期: 2008-12-30

基金项目: 广东省自然科学基金面上项目(8151170003000010)资助课题。

作者简介: 罗诗裕(1940—),男,教授,主要从事带电粒子与物质相互作用和沟道辐射等方面的研究。

E-mail: bgluoshy@dgut.edu.cn

自发辐射,如何把它改造为相干辐射是问题的关键。如果能在晶体中产生一种稳定的驻波,则电子同驻波场相互作用,可望得到一种相干的沟道辐射^[6]。值得注意的是,因为 γ -激光的能量高,不能用常规的谐振腔方法,于是有人提出利用弯曲晶体(弯晶),并通过自发的沟道辐射在弯晶中的动力学衍射来获得相干光;近年来,又有人提出用声学方法使沟道平面周期弯曲^[1~5],带电粒子在周期弯曲的沟道中运动可望得到相干的晶体摆动场辐射;也有人设想,利用沟道辐射与超晶格多层薄膜结构的动力学衍射来获得相干光。本文在简谐近似下,描述了沟道辐射和摆动场辐射频率与频谱分布,讨论了沟道辐射和摆动场辐射之间的关系,分析了利用晶体摆动场辐射作为 X-激光或 γ -激光的可能性。

2 晶体摆动场辐射

用声学方法将晶体周期弯曲,可望得到短波长的 X-激光或 γ -激光。假设已经用声振动方法获得了这样的系统。整个实验装置由两部分组成:周期弯曲晶体和高能粒子加速器。由于晶体的周期性,被沟道俘获的粒子在周期晶格场中运动将产生沟道辐射;由于晶体周期弯曲还将产生另外一种频率较低的辐射,因为这种辐射同自由电子激光摆动场辐射类似,这就是所谓晶体摆动场辐射。

设 (x, z) 平面是直沟道(未弯曲)情况下系统的横截面,相邻晶面间距为 d ,粒子运动方向为 z 。选择沟道中心为坐标原点,过原点作一平面与晶面平行,这个平面称为沟道中心平面。在直角坐标系中, x 轴垂直中心平面向上, y 轴和 z 轴位于中心平面内,且 z 轴沿着束流方向, y 轴与晶面平行(图 1 中未画

出)。严格说来,沟道粒子的运动问题是一个三维问题,考虑到晶体的平移对称性,坐标 y 将不出现;如果粒子在 x 方向的能量不是太大(即可以略去晶格热振动和电子多重散射的影响),则粒子在 z 方向的运动可以看作是守恒的,这时粒子的行为完全由 x 方向的运动决定,从而把三维问题化为一维问题。

如果用声学方法将晶体作

$$x(z) = A \sin(2\pi z/\lambda_u) \quad (1)$$

形式的弯曲,则晶面和沟道中心平面均具有同样形状。其中 A 为振幅, λ_u 为周期变化的晶体摆动场波长,如图 1 所示^[1]。图中两组黑点表示晶体周期弯曲后相邻两组晶面呈周期变化的格点排列。注意到粒子沿 z 方向运动时,在晶格场作用下将在 x 方向做横向振动,在晶格场中做这种运动的带电粒子将不断向外辐射能量,这种辐射称为沟道辐射。值得注意的是,对于周期弯曲的晶体,除了这种辐射外,由于平衡轨道的周期弯曲,粒子还将出现摆动场辐射。不难看出,粒子的电磁辐射包含两部分,一部分沟道辐射,其频率为^[9,10]

$$\omega_c \approx 2\gamma^2 \Omega, \quad (2)$$

其中 Ω 为实验室坐标中的粒子振动频率, $\gamma = \epsilon/mc^2$ 是相对论因子(ϵ 为粒子能量, c 为光速, $m = m_0 \gamma$, m_0 为粒子静止质量)。另一部分是晶体摆动场辐射,由自由电子激光知识,粒子沿(1)式描述的轨道,摆动场辐射频率可以表示为

$$\omega \approx 4\gamma^2 \Omega_u / (2 + p^2), \quad (3)$$

其中

$$p = 2\pi a/\lambda \quad (4)$$

为摆动场参数, a 为摆动场振幅,而 $\Omega_u \approx 2\pi c/\lambda$ 为摆动场频率。

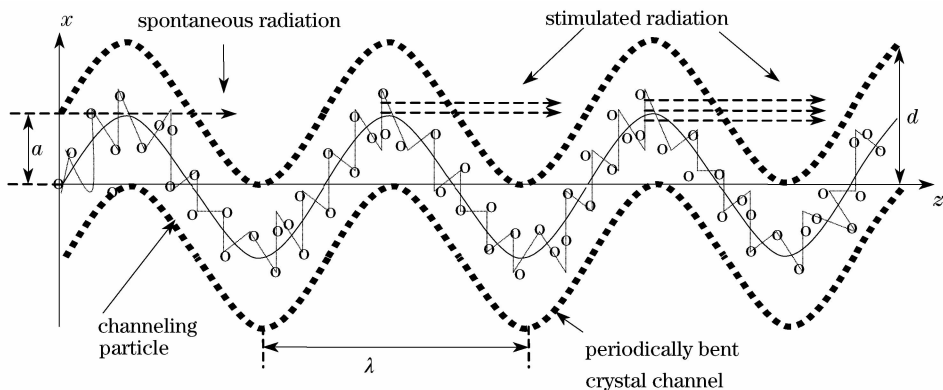


图 1 周期弯曲晶体及晶体摆动场辐射与沟道辐射示意图

Fig. 1 Periodically bent crystal and the crystalline undulator radiation and the channeling radiation schematically

如果满足条件 $\omega_0 \ll \Omega_c$,摆动场辐射只与晶体弯

曲的具体形式有关,与沟道辐射无关。更重要的是

当这个条件满足时,可以将摆动场辐射同沟道辐射分离,获得受激的短波长辐射。事实上,在晶体摆动场轨道曲率最大或最小处,摆动场辐射方向与束流方向平行,这一点同 FEL 完全类似,而且在轨道曲率相继最大或最小处产生的光子基本是相干的,且频率比常规自由电子激光高得多。当然,由于粒子束和光子束都是在晶格场中运动的,同晶格场相互作用会使问题变得复杂得多,不管是理论上、实验上还是技术上。

3 正弦平方势和粒子运动方程

在偶极近似下,粒子的横向运动可以用经典方法来描述。粒子在晶体摆动场中的运动可以视为在直沟道中的“自由”运动,再加上受到由(1)式所描述的受迫运动(离心力)。根据牛顿第二定律,粒子运动方程可表示为^[11]

$$m_0 \gamma \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{d}{dx} V(x) = p v \kappa(z), \quad (5)$$

其中 $V(x)$ 为粒子-晶体相互作用势, p 为粒子动量, v 为粒子速度,在超相对论情况下 $v \approx c, z = ct$, 而

$$\kappa(z) = \kappa_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda_u} z, \quad (6)$$

为弯晶曲率,由(1)式的二阶导数给出,其中 $\kappa_0 = \Omega_u^2 a$ 。将(6)式代入(5)式,可得

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{1}{m_0 \gamma} \frac{dV(x)}{dx} = a_f \sin \Omega_u t, \quad (7)$$

其中 $a_f = \frac{p v \kappa_0}{m_0 \gamma}$ 为离心加速度, $\Omega_u = \frac{2\pi c}{\lambda_u}$ 为实验室坐标中晶体摆动场频率。。

一般说来,相互作用势 $V(x)$ 可以取不同形式(比如 Lindhard 势, Molierwe 势和正弦平方势等)。引入正弦平方势^[10,12]

$$V(x) = K \beta \sin^2(\pi x/d), \quad (8)$$

可把运动方程(7)式化为摆方程^[8],其中 β 为势参数,而

$$K = \pi z_1 z_2 e^2 N d^2, \quad (9)$$

其中 d 为晶面间距, $N d^2$ 为晶体原子的面密度, z_1 为入射粒子的原子序数, z_2 为靶原子序数。考虑到相互作用势(8)式的复杂性,引入简谐近似。在简谐近似下,方程(7)可化为

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \Omega_c^2 x = a_f \sin \Omega_u t, \quad (10)$$

其中

$$\Omega_c = \sqrt{\frac{V''(0)}{m_0 \gamma}} = \sqrt{\frac{2\pi^2 K \beta}{m_0 \gamma d^2}} = \Omega_0 \gamma^{-1/2}, \quad (11)$$

$\Omega_0 = \sqrt{\frac{2\pi^2 K \beta}{m_0 d^2}}$ 为实验室坐标中沟道粒子的振动频率。

由微分方程知识,方程(10)的解可直接表示为

$$x = a_c \cos(\Omega_c t + \varphi) + \frac{a_u}{\sigma^2 - 1} \sin \Omega_u t, \quad (12)$$

其中沟道辐射振幅 a_c 和相位 φ 由初始条件确定, $\sigma = \Omega_c / \Omega_u$, 而 $a_u = \frac{a_f}{\Omega_u^2 (\sigma^2 - 1)}$ 为晶体摆动场辐射振幅。

要试图用周期弯曲晶体来获得摆动场辐射,下列条件(必要)必须满足:

1) 要保证沟道运动是稳定的。为此,在整个沟道运动过程中,沟道粒子振幅必须小于沟道半宽度,即 $|a_c| < d/2$ 。因为沟道粒子一旦打到沟道壁就会损失掉,这就要求尽量选择沟道宽度比较大的晶体。

2) 晶体摆动场激励振幅必须满足条件 $\frac{a_u}{\sigma^2 - 1} < \frac{d}{2}$ 。当把方程(5)视为受迫振动时,随着两种频率的靠近,激励振幅会越来越大,这个条件告诉我们,激励振幅最大不可以达到或超过沟道半宽度。只要摆动场辐射频率远离共振频率,这个条件是容易满足的。

3) 要求沟道辐射与摆动场辐射频率比 $\sigma > 1$ 。注意到这两个频率分得越开,越容易将摆动场辐射提取出来。事实上,沟道辐射频率与晶体摆动场频率一般都离得很开。条件 2) 和 3) 可以同时满足。

4 辐射频率

由于 Doppler 效应,摆动场辐射频率由(3)式给出,而沟道辐射频率由(2)式给出。

这里对沟道辐射频率进行讨论。考虑到 Doppler 效应, l 次谐波的辐射频率 ω_l 可以表示为^[12,13]

$$\omega_l = \frac{l \Omega_c}{1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n}}, \quad (13)$$

其中 $\boldsymbol{\beta}$ 为无量纲的粒子运动速度, \mathbf{n} 为辐射方向的单位矢量。当辐射方向与粒子运动方向一致时,(13)式化为

$$\omega_{cl} = 2l \Omega_c \gamma^2, \quad (14)$$

当 l 取 1 时,(14)式化为(1)式。进一步考虑质量的相对论效应, Ω_c 还可以表示为

$$\Omega_c = \Omega_0 \gamma^{-1/2}, \quad (15)$$

其中 $\Omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ 为惯性系中粒子横向振动频率, T 为以时间为单位的振动周期。如果同时考虑 Doppler 效应和相对论效应, 将 (15) 式代入 (14) 式, 可得

$$\omega_d = 2l\Omega_0\gamma^{3/2}. \quad (16)$$

5 辐射谱密度分布

从 (3) 式可以看出, 摆动场辐射只有一条谱线, 在简谐近似下, 沟道辐射也有一条谱线 (见 (11) 式和 (16) 式)。但是, 在一般情况下, 沟道辐射谱有一展宽, 且谱密度分布可表示为^[13]

$$\frac{dI}{d\omega} = \alpha h \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\omega_l |\dot{\beta}_{lx}|^2}{\Omega^2} f(\xi), \quad (17)$$

其中 $\xi = \omega/\omega_l$, $\alpha = 2\pi e^2/ch$ 为精细结构常数, h 为普朗克常数, $\dot{\beta}_{lx}$ 为粒子横向运动的无量纲加速度, 而

$$f(\xi) = \xi(1 - 2\xi + 2\xi^2)\theta(\omega_l - \omega)/l^2, \quad (18)$$

为谱密度分布的线形因子, $\theta(\omega_l - \omega)$ 为单位阶跃函数。原则上 l 的取值可以是任意的, 实际上, 由于受势阱深度的限制, l 只能取少数几个值。而且, 根据场的对称性, l 还可能只取奇数值或偶数值。在我们关心的情况下只取了一个值 ($l=1$)。图 2 给出了沟道辐射的线形因子^[14], 可以看出, 随着 l 的增加, 辐射强度迅速衰减。

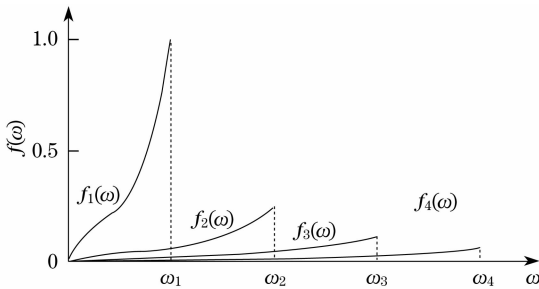


图 2 带电粒子沟道辐射线形因子

Fig. 2 Line-type factor for the channeling radiation

6 讨 论

6.1 晶体摆动场辐射与自由电子激光的差别

注意到, 在晶体摆动场轨道曲率最大或最小处, 摆动场辐射方向与束流运动方向平行, 这一点同 FEL 完全类似。二者的主要差别是:

1) FEL 的粒子束和光子束均在真空中运动, 而晶体摆动场辐射和粒子束却运动在晶格场中。于是, 晶体摆动场面临的问题比 FEL 要复杂得多, 不管是理论上、实验上还是技术上。正是由于这个原因, 如何把沟道辐射改造为 X-激光或 γ -激光已走过

近 30 年的历程, 如何利用周期弯曲的晶体来获得 X-激光或 γ -激光也走过 10 多年的历程。

2) 为了获得更大增益, 自由电子激光的摆动器长度原则上可以无限增加, 实际上, 摆动器长度不能作得很长, 纯粹是由于技术上的原因。当然, 晶体摆动器的长度更不能作得太长, 因为粒子还要受退道效应^[15]、束流能损和摆动场辐射衰减等因数的影响^[5,16]。

6.2 晶体摆动场辐射作为短波长激光的基本条件

1) 在辐射谱上, 要求摆动场辐射频率与沟道辐射频率分得比较开。从 (1) 式可以看出, 能否分得比较开取决于使用的声波波长, 一般情况下, 由于声波波长 λ 比晶面间距 d 大得多, 分开是比较容易的。

2) 图 2 给出了沟道辐射谱分布, 可以看出一次谐波的振幅最大, 在弯晶中, 只有当摆动场辐射强度比它强时, 摆动场辐射才有意义。进一步分析表明, 摆动场辐射强度正比于弯晶振幅 a 与晶面间距 d 之比。如果比值 a/d 太小, 摆动场辐射将被本底掩盖, 当 $a/d \geq 5$ 时开始显露, 当 $a/d = 10$ 时, 明显比沟道辐射强度大。

3) 要保证摆动场辐射有稳定输出, 粒子的沟道运动要求很稳定。为此, 要求选择的晶体尽量完整, 在完整晶体中沟道粒子运动最稳定, 在简谐近似下, 粒子一旦被沟道俘获, 它就一直是沟道粒子。

4) 但是, 由于缺陷的存在, 再考虑到电子多重散射和晶格热振动等因数的影响, 沟道粒子将会跑到沟道外面, 这个效应称为退道效应^[15]。由于这一效应的影响, 要求晶体厚度必须小于退道长度。

5) 为了保证摆动场辐射的增益比较大, 要求摆动场周期数尽量大, 而束流能损和退道效应等限制了摆动场周期数又不能太大。

要把摆动场辐射同沟道辐射分离出来, 并将它作为短波长激光, 上述条件必须满足。可以看出, 有些条件容易满足, 有些条件不容易满足, 还有些条件彼此制约, 试图将晶体摆动场辐射作为 X-激光或 γ -激光还需将这些条件统筹考虑。

7 结 论

近年来, 如何利用参数 X-射线辐射、沟道辐射或晶体摆动场辐射作为新的光源引起了人们极大兴趣, 特别是如何利用晶体摆动声辐射作为短波长激光给予了极大关注。本文在简谐近似下, 描述了沟道辐射和摆动场辐射频率与频谱分布, 讨论了沟道辐射和摆动场辐射之间的关系, 分析了利用晶体摆

动场辐射作为 X-激光或 γ -激光的可能性。结果表明,只要粒子的沟道运动是稳定的;晶体摆动场激励振幅满足条件 $\frac{a_u}{\sigma^2 - 1} < \frac{d}{2}$;且沟道辐射与摆动场辐射频率比 $\sigma > 1$,获得相干晶体摆动场辐射是完全可能的。

参 考 文 献

- 1 A. V. Korol, A. V. Solovyov, W. Greiner *et al.*. Photon emission in crystalline undulator[J]. *Nucl. Inst. and Methods in Physics Research B*, 2008, **266**(8):1173~1176
- 2 A. Korol, A. V. Solovyov, W. Greiner. Spontaneous and Stimulated Photon Emission in Crystalline Undulators [M]. Natherlands: Springer, 2006. 165~189
- 3 M. Tabrizi, A. V. Korol, A. V. Solovyov *et al.*. Feasibility of an electron-based crystalline undulator[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, **98**: 164801
- 4 A. V. Korol, A. V. Solovyov, W. Greiner. Channeling of positrons through periodically bent crystals: on feasibility of crystalline undulator and gamma-laser[J]. *J. Mod. Phys. E*, 2004, **13**: 867~916
- 5 A. Korol, A. V. Solovyov, W. Greiner. Total energy losses due to the radiation in an acoustically based undulator[J]. *J. Mod. Phys. E*, 2000, **8**: 77~105
- 6 Luo Shiyu, Shao Mingzhu. Possibility of refoyming the electron axial channeling radiation as the γ -laser[J]. *HEP & NP*, 2005, **29**(2): 193~196
罗诗裕,邵明珠. 电子的轴沟道辐射作为 γ -激光的可能性[J]. 高能物理与核物理, 2005, **29**(2): 193~196
- 7 Luo Shiyu, Shao Mingzhu. Sine-squared potential and chaotic behaviour of strained superlattice[J]. *Chin. J. Semiconductors*, 2005, **26**(2): 294~297
罗诗裕,邵明珠. 正弦平方势与形变超晶格系统的混沌行为[J]. 半导体学报, 2005, **26**(2): 294~297
- 8 Zhang Mei, Shao Mingzhu, Luo Shiyu. The phase planar characteristics and stabilities of optical bistable cell by superlattice quantum well[J]. *Chin. J. Luminescence*, 2007, **28**(5):679~682
张 梅,邵明珠,罗诗裕. 超晶格量子阱作为双稳态器件的相平面特征及其稳定性[J]. 发光学报, 2007, **28**(5):679~682
- 9 Shao Mingzhu, Luo Shiyu. The $\tan^2 x$ potential and the eigenvalue and eigenfunction for planar channeling radiation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(9):4092~4096
邵明珠, 罗诗裕. 正切平方势与平面沟道系统的本征值和本征函数[J]. 物理学报, 2005, **54**(9):4092~4096
- 10 Luo Shiyu, Shao Mingzhu. Motion damping in channelling effects and the chaotic behaviour of a system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(4):1157~1161
罗诗裕,邵明珠. 沟道效应的运动阻尼与系统走向混沌的临界特征[J]. 物理学报, 2004, **53**(4): 1157~1161
- 11 E. N. Tsyganov. 1976, Fermilab Preprint M-682,684 (Batavia)
- 12 Luo Shiyu, Shao Mingzhu. The sine-squared potential and the general properties of planar channeling radiation for positron [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(3):1324~1327
罗诗裕,邵明珠. 正弦平方势与正电子面沟道辐射的一般特征[J]. 物理学报, 2006, **55**(3):1324~1327
- 13 L. D. Landau. The Classical Theory of Fields[M]. Pergamon Press, Oxford, 1975
- 14 Chen Shaowen, Luo Shiyu, Shao Mingzhu. The spectral distribution and the radiation damp for the channeling radiation [J]. *Scientific Research Monthly*, 2006, (8): 75~78
陈少文,罗诗裕,邵明珠. 沟道辐射谱分布与辐射阻尼[J]. 科学研究月刊, 2006, (8): 75~78
- 15 Luo Shiyu, Shao Mingzhu. Dislocation model for strained superlattice and dechannelling effects of a particles[J]. *Chin. J. Semiconductors*, 2003, **24**(5): 485~489
罗诗裕,邵明珠. 形变超晶格的位错模型与粒子的退道效应[J]. 半导体学报, 2003, **24**(5): 485~489
- 16 Luo Shiyu, Shao Mingzhu. Radiation energy loss and cooling of 1-dimentional crystallization beams[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2003, **15**(5): 513~518
罗诗裕,邵明珠. 一维晶化束的辐射能损与束流冷却[J]. 强激光与粒子束, 2003, **15**(5): 513~518