**文章编号:** 0258-7025(2009)06-1366-05

# 量子点半导体光放大器的速率方程和增益特性

李瑞刚 刘玉敏 俞重远 冯 吴 卢文娟 徐子欢 1.北京邮电大学光通信与光电子学研究院,北京 100876 2.北京邮电大学信息光子学与光通信教育部重点实验室,北京 100876

**摘要** 为了深入研究量子点半导体光放大器(QD-SOA)的特性,建立了量子点半导体光放大器子带导带的三能级 系统模型。把系统载流子的速率方程与其他文献采用的速率方程进行了对比优化。通过数值计算得到了瞬态解, 并得到载流子在放大器各能级态的浓度分布,验证了量子点中能级分立特性。利用电子和空穴各自的占有几率在 基态成一定的线性关系,在稳态下对速率方程求解,得出了量子点半导体光放大器相关的增益特性,以及增益特性 与基态电子的占有几率之间的关系。结果表明量子点半导体光放大器具有很高的饱和增益和微分增益,较低的阈 值电流等特性。说明量子点半导体光放大器具有比其他体材料和量子阱光放大器更加优异的特性。为光放大器 的设计提供了有力的理论指导。

关键词 量子点半导体光放大器;速率方程;占有几率;光增益 中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL20093606.1366

# Rate Equations and Gain Characteristics of Quantum-Dot Semiconductor Optical Amplifiers

Li Ruigang Liu Yumin Yu Zhongyuan Feng Hao Lu Wenjuan Xu Zihuan

<sup>1</sup> Institute of Optical Communication and Optoelectronics, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing, 100876, China

<sup>2</sup> Key Laboratory of Information Photonics and Optical Communication, Ministry of Education, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China

**Abstract** To investigate the properties of quantum-dot semiconductor optical amplifiers (QD-SOA), we establish a three-energy-system model in the conduction band of the QD-SOA. Optimize and compare the rate equations with those in references. Temporal solutions and distribution of electronic states derived by numerical calculation certify the discrete nature of the energy levels of the quantum-dot. Using the fact that the occupation probabilities of electrons and holes are linear in the ground state, we solve the rate equations at steady state to obtain the gain characteristics of QD-SOA and its relation to the occupation probabilities of electrons of the ground state. The results show that the QD-SOA has larger saturated optical gain, higher differential gain and lower operation current. The QD-SOA has more merits than the bulk or quantum-well optical amplifiers, which provide the instructions on designing optical amplifiers.

Key words quantum-dot amplifiers; rate equations; occupation probability; optical gain

## 1 引 盲

低功率高增益的半导体光放大器在现代光电子 系统中起着极其重要的作用,它可以用来进行线性 放大以及极快的信号处理<sup>[1~5]</sup>。在半导体光放大器 中利用一个含量子点的作用域层,可以显著地提高 其在低注入电流条件下的增益特性。由于量子点的 三维受限特性,量子点材料可以在增益饱和的条件 下提供非常高的非饱和增益、非常大的输出饱和强 度、极快的增益恢复和均匀的脉冲放大功能。所以 量子点半导体光放大器(QD-SOA)具有其他诸如体

收稿日期: 2008-10-25; 收到修改稿日期: 2008-12-20

基金项目:国家自然科学基金(60644004)和国家 973 计划(2003CB314901)资助项目。

作者简介:李瑞刚(1986—),男,主要从事半导体器件方面的研究。E-mail: fenghao@bupt.cn

材料和量子阱材料放大器所不及的优势,在未来的 光通信网络中将会起到非常重要的作用。

本文建立了三能级子带系统的速率方程,并阐述了其相对于与其他速率方程<sup>[6~8]</sup>的相同点与不同 点。利用数值方法对建立的速率方程进行求解,得 出载流子的瞬态分布,验证了量子点的能级分立特 性。然后在稳态下通过求解速率方程,得到相关的 增益特性,以及增益与相关量的关系,得出了量子点 光放大器具有的优异特性。

## 2 导带作用域的速率方程及比较

#### 2.1 子带导带的速率方程

子带导带电子跃迁能级图如图 1 所示,子带导带有三个能级,分别为浸润层(wetting layer)、激发态(excited state)和基态(ground state),在最上面的为独立受限层。相应的三能级系统的速率方程为

$$\frac{\partial N_{w}}{\partial t} = \frac{N_{s}L_{s}}{\tau_{d}L_{w}} - \frac{N_{w}(1-h_{n})}{\tau_{w2}} + \frac{N_{w}h_{n}}{\tau_{2w}} - \frac{N_{w}}{\tau_{wR}}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial h_{n}}{\partial t} = \frac{N_{w}(1-h_{n})}{\tau_{w2}N_{Q}} - \frac{N_{w}h_{n}}{\tau_{2w}N_{Q}} - \frac{(1-f_{n})h_{n}}{\tau_{21}} + \frac{(1-h_{n})f_{n}}{\tau_{12}}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial f_n}{\partial t} = \frac{(1 - f_n)h_n}{\tau_{21}} - \frac{(1 - h_n)f_n}{\tau_{12}} - \frac{f_n f_p}{\tau_{QR}} - \frac{v_g g_0 (f_n + f_p - 1)S}{N_0},$$
(3)

电子在独立限制层中的速率方程为

$$\frac{\partial N_s}{\partial t} = \frac{J}{eL_s} - \frac{N_s}{\tau_d} - \frac{N_s}{\tau_{sR}},\tag{4}$$

光子的速率方程为

$$\frac{1}{v_g}\frac{\partial S}{\partial z} = g_0 \left(f_n + f_p - 1\right) S - \alpha_{\rm int} S, \qquad (5)$$

式中 $N_Q$ 为表面量子点的密度,一般取值为





Fig. 1 Energy levels diagram of electron transition in the active region of the QD-based SOA<sup>[9]</sup>  $5 \times 10^{10}$  cm<sup>-2</sup>,  $h_n$  为电子在激发态的占有几率,  $f_n$  为电子在基态的占有几率,  $f_p$  为空穴在基态的占有 几率,  $v_g$  为光子的群速度,  $g_0$  为最大的模式增益,  $\tau_{sR}$  和 $\tau_d$  分别是在独立受限层中的复合和扩散时间,  $\tau_{w2}$  是电子从浸润层到激发态的跃迁时间,  $\tau_{2w}$  是电 子从激发态到浸润层的逃离时间,  $\tau_{uR}$  是在浸润层 中的辐射复合时间,  $\tau_{21}$  是电子从激发态到基态的跃 迁时间,  $\tau_{12}$  是电子从基态到激发态的逃离时间,  $\tau_{QR}$ 是在量子点中的辐射复合时间。假设面反射率是理 想化的,即都为 0( $R_1 = R_2 = 0$ )。t 为时间, J 为电 流密度, e 为电子电量,  $L_s$  为独立受限层的有效厚 度, S 为光子密度,  $a_{int} = ag_0$  为材料损耗率, a 为归 一化的材料损耗率, z 为沿径向的距离(沿光传输的 方向)。

#### 2.2 速率方程的比较

在上面的速率方程中由于量子点更好的受限性 (在三个维度上都受限),(3)式中辐射复合的速率被 写成与联合概率密度  $f_n \times f_\rho$ 成正比,这也反映了量 子点能级的分立特性,这个设定包含了浸润层和量 子点激发态的影响,也使得到的速率方程不同于其 他的速率方程。

而在文献<sup>[6]</sup>中的速率方程中,量子点中的电子 和空穴的占有几率是均匀分布的,即 $f_i = f$ ,基态 辐射复合的速率与概率密度 $f^2$ 成正比,这体现不出 电子和空穴的变化对于载流子动态分布的影响。

在文献<sup>[7]</sup>的速率方程中,由于空穴的热运动而 充满了价带,这一作用会减少模式增益和微分增益, 因此建立的模型是"电子一空穴模型"。假定有一个 70%~30%的导带和价带相应的跃迁能级分裂,并 且考虑到在浸润层的简并度,空穴的扩展分布很大 程度上依赖于导带和价带的带偏,以及价带浸润层 的态密度。和文献<sup>[7]</sup>不同,本文利用导带中的电子 为主要的载流子,电子的分布服从玻尔兹曼分布并 受到泡利不相容原理的约束,则一个量子态只有一 个电子占据。

在文献<sup>[8]</sup>中载流子的速率方程,前提条件是由 于基态和浸润层带间较大的能级差,直接从浸润层 进入到基态的载流子被捕获而忽略,所以量子点中 的激发态代替了浸润层作为载流子的反转区,这与 本文的条件是相同的。其速率方程将量子点半导体 光放大器沿径向分成了 K 个部分,且假设沿径向上 载流子密度是均匀分布的,平均光子密度也是均匀 分布的。在激发态和基态的速率方程中考虑到了激 发态载流子的受激辐射,在浸润层的方程中考虑到 了电流的注入有效率。而为了简便,假设注入电流 的有效率是100%,没有考虑激发态和基态受激 辐射。

3 电子的分布和增益特性

#### 3.1 电子的分布

对速率方程(1)-(3)的数值求解,相应的参数为  $\tau_{w2} = 2 \text{ ps}, \tau_{21} = 50 \text{ ps}, \tau_{QR} = 0.5 \text{ ns}, \tau_{12} = 0.7 \text{ ns},$   $\tau_{2w} = \tau_{wR} = 2 \text{ ns}, N_Q = \times 10^{10} \text{ cm}^2$ 。假定  $f_p = \gamma f_n + \eta$ ,系数  $\gamma \pi \eta$  以及  $f_p \pi f_n$  的线性关系 在文献<sup>[10]</sup>的理论中可以得到。通过计算得到电子 在浸润层激发态和基态的浓度分布(如图 2 所示)。



图 2 浸润层中的电子浓度分布 Fig. 2 Electron concentration distribution in wetting layer

从图 2 可以得到电子在浸润层很短的时间内达 到一个很大的浓度,随后在大约 3 ns 时趋于稳定, 但此段的信息有很大的损失,所以为了更好地描述 电子的浓度变化,将横坐标取以 10 为底的对数。从 前 3 ns 的浓度变化,可以说明开始注入电流时,电 子在浸润层很短的时间内达到一个很大值,约在 1 ×10<sup>8</sup> cm<sup>-3</sup> 左右。电子由于在浸润层中伴随着辐射 跃迁和非辐射跃迁、复合等现象,浓度的增速变缓, 但当电子的这些作用趋于稳定,约在 0.5 ns 左右, 电子伴随着电流的增大又开始增加,当浸润层与其 他作用层的状态达到稳定时,电子在浸润层的浓度 达到稳定,约在 3 ns 时完全达到稳定。

电子在激发态和基态的占有几率如图 3 所示。 图 3 中实线为 f<sub>n</sub>, 虚线为 h<sub>n</sub>, 可以看出基态和激发 态中的电子也在约为 3 ns 处达到稳定状态。电子 在基态下达到稳态时的占有几率约为 0.74,在激发 态下达到稳态时的占有几率约为 0.42。然而图中 曲线的变化并没有如图 2 中所示的信息的损失,这 是因为忽略了电子在激发态的辐射复合,而且电子 在基态的复合作用对其产生的影响也极小。这也可 以证实量子点中能级的分立性以及量子点在三个维 度上的受限,从而使得其中的载流子很难在基态和 激发态产生复合作用。由于量子态的浓度分布已 知,则根据一个量子态有一个电子占据,可以得到相 应的电子分布。



图 3 基态和激发态的电子占有几率

Fig. 3 Electron occupation probabilities of theground state and the excited state

#### 3.2 增益特性

在稳态下解速率方程,利用

$$\frac{\partial N_w}{\partial t} + \frac{\partial (N_Q h_n)}{\partial t} + \frac{\partial (N_Q f_n)}{\partial t} = 0 \qquad (6)$$

得到

$$\frac{N_s L_s}{\tau_d L_w} = \frac{N_w}{\tau_{wR}} + \frac{N_Q f_n f_p}{\tau_{QR}} + v_g g_0 (f_n + f_p - 1)S, \qquad (7)$$

再利用稳态下

$$\frac{\partial N_s}{\partial t} = 0 得到 N_s = \frac{J}{eL_s} \left( \frac{\tau_d \tau_{sR}}{\tau_d + \tau_{sR}} \right)$$
$$\frac{\partial N_w}{\partial t} = 0 得到 N_w = \frac{N_s L_s \tau_{w2} \tau_{wR}}{\tau_d L_w [(1 - h_n) \tau_{wR} + \tau_{w2}]}$$
将得到的两项代人(7)式中得到

$$\gamma f_{n}^{2} + f_{n} \left( \eta + \frac{S}{S_{\text{sat0}}} \right) = i + \frac{S(1-\eta)}{S_{\text{sat0}}(1+\gamma)}, \quad (8)$$

$$i = \frac{J\tau_{QR}}{eL_{w}N_{Q}} 1 + \frac{\tau_{d}}{\tau_{sR}}^{-1} \left[ 1 - \frac{\tau_{w2}}{(1-h_{n})\tau_{wR} + \tau_{w2}} \right]$$

对(8)式变换形式得到

$$S = (1+\gamma)S_{\text{sat0}} \frac{i - \eta f_n - \gamma f_n^2}{(1+\gamma)f_n - 1 + \eta}$$
(9)

根据(5)式可得

$$\left(\frac{-1}{i-\eta f_n-\gamma f_n^2}\right)\left[2\gamma f_n+\frac{(1+\gamma)\left(i-\eta f_n-\gamma f_n^2\right)}{(1+\gamma)f_n-1+\eta}\right]\frac{1}{(1+\gamma)f_n-1+\eta-\alpha}\frac{\partial f_n}{\partial z}=g_n$$

从 0 到 L 积分可得

$$\frac{c_{1}-c_{4}}{1+\gamma}\ln\left[\frac{(1+\gamma)f_{L}-1+\eta-\alpha}{(1+\gamma)f_{in}-1+\eta-\alpha}\right] - \frac{c_{22}}{\gamma}\ln\left(\frac{\kappa_{1}-f_{L}}{\kappa_{1}-f_{in}}\right) + c_{33}\ln\left(\frac{f_{L}-\kappa_{2}}{f_{in}-\kappa_{2}}\right) + \frac{c_{4}}{1+\gamma}\ln\left[\frac{(1+\gamma)f_{L}-1+\eta-\alpha}{(1+\gamma)f_{in}-1+\eta-\alpha}\right] = -g_{0}L,$$
(10)

公式中相应的  $c_1$ ,  $c_4$ ,  $c_{22}$ 、 $c_{33}$ 为一系列常数。  $f_L = f_n(z = L)$ 和  $f_{in} = f_n(z = 0)$ 。 $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$ 为  $i - \eta f_n - \gamma f_n^2 = 0$ 的两个解。

若已知输入光子浓度( $S_{in} = S(z = 0)$ ),可以 通过解二次方程(9)得出 $f_{in}$ 。通过解方程(10)可 以得到 $f_L$ 。最终得到在z = L, $S_{out} = S(z = L)$ 处 输出光子浓度。量子点半导体光放大器的光增益为

$$G_{QD} = 10 \lg \frac{S_{\text{out}}}{S_{\text{in}}}, \qquad (11)$$

由此可得,光增益只与其中的η,γ和归一化电流*i* 有关,即光增益是与在导带基态的电子和空穴的占 有几率有关,这是不同于其他速率方程非常重要的 一点。

在归一化电流 i = 0.6,  $S_{in} = 0.001S_y$  的条件下,光增益作为 $\eta$ ,  $\gamma$  的函数的关系如图 4 所示。



图 4 光增益与  $\eta$ ,  $\gamma$  的关系图 Fig. 4 Optical gain as a function of  $\eta$ ,  $\gamma$ 

由图 4 可见在 0.8 < γ < 1 范围内光增益几乎 不依赖于 γ 值。这主要是由于从 0.8 到 1 改变 γ 的 值,透明区的电流仅被改变了 6%。另一方面,当 η从 0 到 0.5 变化时,光增益改变了 1 dB 左右,相应的对 于透明区的电流有 30%的改变。通过对于不同输 入浓度的重复计算也可以获得相同的结果。这些数 据说明电子和空穴不同的占有几率可能会影响放大 器的光增益并且增加器件的非线性特性。

对于极小的输入强度( $S_{in} = S_y$ )

$$\frac{S_{\text{in}}}{S_{y}} = \frac{i - \eta f_{n} - \gamma f_{n}^{2}}{(1 + \gamma) f_{n} - 1 + \eta} \approx 0$$

则  $i - \eta f_n - \gamma f_n^2 = 0$ ,可得在输入面的电子占有几率 ( $f_{in}$ )接近等于  $\kappa_1$ 。如果模式增益和放大器的长度 非常大,光增益将会达到一个很大的值并且在输出 面 的 光 子 浓 度 将 会 达 到 透 明 区。通 过 使 ( $f_n + f_p - 1$ )等于 0 可以得到透明区的电流,因为  $f_p = \gamma f_n + \eta$ ,则  $(1 + \gamma)f_n + \eta = 1$ ,因为此时  $f_n = \kappa_1$ ,则可以得到下面的表达式: $i_r = \gamma[(1 - \eta)/(1 + \gamma) + (\eta/2\gamma)]^2 - \gamma(\eta/2\gamma)^2$ 。利用  $\gamma$  和  $\eta$  的 值,得到归一化的透明区的电流  $i_{tr} = 0.21$ (对应  $\eta$ = 0.4和  $\gamma = 0.8$ )和  $i_{tr} = 0.275$ (对应  $\eta = 0$  和  $\gamma = 1$ )。

通过计算得到在不同的输入强度下光增益对于 器件电流的依赖性。输入的归一化电流的变化和光 增益的变化情况如图 5 所示。



图 5 光增益与归一化电流的关系

Fig. 5 Optical gain versus normalized current

由图 5 可知,注入电流越大得到的光增益越大, 且输入光子浓度越小得到的光增益越大。量子点半 导体光放大器的非饱和光增益( $G_{o}^{d}$ )对于注入电流 (*i*)具有依赖性。下面与其他体材料半导体光放大 器的非饱和光增益进行了比较。非饱和光增益被定 义成  $S_{out} = S_{y}$ 。在体材料半导体光放大器中,非饱 和光增益(此时  $G_{o}^{d}$ 的单位是 dB)与注入电流 *i*:*i*<sub>tr</sub> (例如: $\frac{\partial}{\partial i}$ [ln( $G_{o}^{b}$ )]=*cL*,*L*为放大器的长度,*c*为

光

中

常数)呈线性关系。

为了比较量子点半导体光放大器和体材料半导体光放大器的特性,文中计算了量子点半导体光放 大器的微分增益( $g_{diff}$ ),其被定义成 $g_{diff} = L^{-1}$ 。  $\frac{\partial}{\partial i} [\ln(G_o^d)], L 为放大器的长度。在不同的注入$  $光子浓度<math>S_{in}$ 下,微分增益和归一化电流的关系如图 6 所示。在电流高于透明区电流( $i > i_{rr}$ )时,微分 增益接近最大模式增益( $g_o$ )的1.3倍。这说明了 量子点半导体光放大器在较低电流的条件下具有更 高的非饱和光增益,即其具有较低的阈值电流,这对 于在低功率方面的应用是非常有吸引力的。



图 6 微分增益和归一化电流的关系 Fig. 6 Differential gain versus normalized current

#### 4 结 论

利用建立的载流子速率方程,计算了电子在浸 润层的浓度变化,得出了电子在浸润层达到稳定的 时间很短;计算了电子在激发态和基态的占有几率, 验证了量子点能级的分离性;计算了半导体光放大 器的光增益变化,以及微分增益和相应的量的变化 关系,结果说明量子点具有很高的饱和增益,很高的 微分增益,较低的阈值电流,从而证明了量子点半导 体光放大器具有比其他材料的放大器更加优异的性能,为其在未来的发展和应用奠定了有力的理论 基础。

#### 参考文献

- D. Norte, A. E. Willner. Multistage all-optical WDM-to-TDMto-WDM and TDM-to-WDM-to-TDM data-format conversion and reconversion through 80 km of fiber and three EDFA's [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1995, 7(11): 1354~1356
- 2 Y. Liu, E. Tangdiongga, Z. Li *et al.*. Error-free all-optical wavelength conversion at 160 Gb/s using a semiconductor optical amplifier and an optical bandpass filter [J]. *J. Lightwave Technol.*, 2006, **24**(1): 230~236
- 3 Wang Hua , Yao Minyu , Zhang Hongming et al.. Multiwavelength fiber ring laser with semiconductor optical amplifier [J]. Chinese. J. Lasers, 2007, 34(11): 1502~1506
- 王 华,姚敏玉,张洪明等.采用半导体光放大器的多波长光纤 环形激光器[J].中国激光,2007, **34** (11):1502~1506
- 4 Dong Jianji, Zhang Xinliang, Ding Yuan *et al.*. High speed wavelength conversion and format conversion based on semiconductor optical amplifier and optical filter [J]. *Chinese. J. Lasers*, 2007, **34**(7): 940~944

董建绩,张新亮,丁 园等.利用半导体光放大器和滤波器组合 实现高速波长转换和码型转换[J].中国激光,2007,34(7): 940~944

- 5 Junyi Zhang, Jian Wu, Kun Xu et al.. All-optical wavelength conversion based on nonlinear polarization rotation (NPR) in SOA and AWG filtering [J]. Chin. Opt. Lett., 2006, 4(4): 205~207
- 6 Y. Ben Ezra, M. Haridim, B. I. Lembrikov. Theoretical analysis of gain-recovery time and chirp in QD-SOA[J]. IEEE Photon. Technol. Lett., 2005, 17(9): 1803~1805
- 7 Andrea Fiore, Alexander Markus. Differential gain and gain compression in quantum-dot lasers [J]. IEEE J. Quantum Electron., 2007, 43(4): 287~294
- 8 Jinlong Xiao, Yongzhen Huang. Numerical analysis of gain saturation, noise figure, and carrier distribution for quantum-dot semiconductor optical amplifiers [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 2008, 44(5): 448~455
- 9 Omar Qasaimesh. Optical gain and saturation characteristics of quantum-dot semiconductor optical amplifiers [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 2003, **39**(6): 793~798
- 10 L. Asryan, R. Suris. Charge neutrality violation in quantum-dot lasers[J]. IEEE J. Sel. Top. Quantum. Electron., 1997, 3: 148~157