

文章编号: 0258-7025(2009)06-1360-06

反馈光注入半导体激光器复合腔模的稳定性

王少卿^{1,2} 王向朝¹ 步 扬¹

(¹中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学实验室, 上海 201800)

²中国科学院研究生院, 北京 100039

摘要 利用渐进稳定性分析的方法研究了小注入电流条件下反馈光注入半导体激光器的复合腔模(ECM)的稳定性,并提出对应于所有的复合腔模在相空间内存在一个模式稳定区域,复合腔模出现在该模式稳定区域内的概率远大于出现在该模式稳定区域外。通过求解复合腔模的鞍结分岔及霍普夫分岔边界条件并计算载流子浓度的庞加莱截面,验证了模式稳定区域的存在。数值计算的半导体激光器载流子浓度的分岔图验证了在小注入电流条件下渐进分析的可靠性。

关键词 激光器; 半导体激光器; 反馈光注入; 复合腔模; 稳定区域; 分岔

中图分类号 TN248.4

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL20093606.1360

Stability Analysis for External Cavity Modes of Semiconductor Laser Subject to Optical Feedback

Wang Shaoqing^{1,2} Wang Xiangzhao¹ Bu Yang¹

(¹ Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

² Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China

Abstract The dynamics of semiconductor laser subject to optical feedback was studied analytically by the means of asymptotic analysis method. The stabilities of external cavity modes (ECMs) were analyzed, and the bifurcation boundaries of the ECMs were obtained. The stable regions of the ECMs are proposed and verified by numerically calculating the Poincare section of semiconductor laser carrier density. The bifurcation diagram of semiconductor laser carrier density at different effective injection currents was numerically calculated and the first Hopf bifurcation boundary was agrees with the first Hopf bifurcation boundary calculated by the asymptotic method under the low injection current conditions.

Key words lasers; semiconductor laser; optical feedback; external cavity mode; stable region; bifurcation

1 引 言

半导体激光器在光通信、光存储和科学研究等领域有着重要且广泛的应用。当激光器出射光经过反射后重新注入半导体激光器腔内时,激光器的输出会呈现出复杂的非线性,比如低频骤降(LFF)^[1]、相干崩塌^[2]和谱线压窄^[3]等,严重影响激光器的使用。从动力学角度分析,反馈光重新注入半导体激光器则构成了一个具有无穷多个自由度的延时反馈

系统。对反馈光注入半导体激光器模式稳定性的深入研究不仅可以有助于改善半导体激光器的输出特性,而且可以帮助人们深入理解和研究延时反馈系统^[4],因而具有重要的理论意义和广泛的应用价值。

最近 20 多年来,国外的研究者多利用数值计算和数值延拓等方法对反馈光注入激光器复合腔模式的稳定性进行了一系列的研究。1980 年 R. Lang 等^[5]提出的 L-K 速率方程是被普遍接受的分析反

收稿日期: 2009-01-16; 收到修改稿日期: 2009-02-23

基金项目: 国家自然科学基金(60578051)和上海市科委基础研究重点项目(07JC14056)资助课题。

作者简介: 王少卿(1981—),男,博士研究生,主要从事反馈光注入半导体激光器动态特性及 MEMS 传感器的研究。

E-mail: wangsqa@siom.ac.cn

导师简介: 王向朝(1957—),男,研究员,博士生导师,主要从事信息光电子技术研究。E-mail: wxz26267@siom.ac.cn

反馈光注入半导体激光器的理论基础。J. Mørk 等^[6~8]利用 L-K 方程分析了反馈光注入半导体激光器模态稳定性,指出由于反馈光注入而形成的复合腔模中的反模(Antimode)是不稳定的。T. Sano^[9]指出半导体激光器输出光强的不稳定性源于延时反馈系统的混沌吸引子和非稳定的鞍形反模之间的激变。在此基础上 G. H. M. Tartwijk 等^[10,11]分别用理论和实验指出具有最大增益的模式是所有复合腔模中最稳定的,当激光器输出模态总是试图向最大增益模态跳变时,激光器形成脉宽几十皮秒的脉冲序列。T. Heil 等^[12,13]研究了短外腔条件下不同 α 对于半导体激光器输出动态特性的影响,当波长降低时 α 降低, LFF 和稳态激发共存区域增大, 稳态激发的时间间隔显著增加, 同时稳定辐射状态的稳定性增加, 并利用 L-K 方程定性地作出了解释。B. Hargeman 等^[14]采用数值延拓法分析了稳态模和反模之间的相互作用,认为存在分支连接稳定模和反模,改变 α 或反馈相位都会使分支发生扭曲从而改变分支的稳定性,当 α 增大到一定程度时分支通过同宿轨道发生断裂。H. Erzgräber 等^[15]指出当外界反馈条件大范围变化的时候,在滤波反馈注入半导体激光器系统存在两种基本的振荡也就是弛豫振荡和外腔振荡,同时反馈光的相位是影响激光器动态特性的关键因素。B. Farias 等^[16]则在实验中发现了正交偏振反馈注入半导体激光器输出频率的不稳定性。C. Masoller 等^[17]提出一个考虑热效应和增益饱和的速度方程,理论上证明了正交反馈光对激光器输入频率进行调制是频率不稳定的主要起因。而国内的研究者则更多地从应用的角度研究了反馈光注入半导体激光器的模式变化规律^[18~20]。

本文在小注入电流条件下,从渐进分析的角度出发,研究了弱反馈及中等反馈条件下反馈光注入半导体激光器的动态特性,求解了复合腔模的分岔边界条件,分析了半导体激光器复合腔模的稳定性。

2 复合腔模稳定性的解析分析

描述反馈光注入式半导体激光器最普遍的理论是 L-K 速率方程^[2],它实质上是加入了一个时滞反馈项描述电场,从而构建成时滞微分方程组,引入归一化的 L-K 速率方程

$$\frac{dA(t)}{dt} = D(t)A(t) + kA(t-\tau) \times \cos[\omega_0\tau + \phi(t) - \phi(t-\tau)], \quad (1)$$

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \alpha D - \frac{kA(t-\tau)}{A(t)} \times \sin[\omega_0\tau + \phi(t) - \phi(t-\tau)], \quad (2)$$

$$\frac{dD(t)}{dt} = \epsilon \left\{ \xi I_{\text{eff}} - D(t) - [1 + 2D(t)] |A(t)|^2 \right\}. \quad (3)$$

一般情况下,反馈光的延迟时间比光子寿命要长,同时由于半导体激光器腔内光场具有强振幅相位耦合特性,即使强度很弱的反馈光注入也会使激光器的输入产生非线性。反馈光重新注入半导体激光器是在激光器动力学系统中增加了一个自由度,构成了时滞微分方程组。为了方便起见,将外反馈镜和半导体激光器出射端面看成一个准外腔,反馈光注入会导致额外纵模振荡,称之为复合腔模(ECM)。复合腔模可以表示为 $(E, N)(t) = (A_{\text{st}} e^{i\omega t}, D_{\text{st}})$, A_{st} 和 D_{st} 都是常数。根据(1)~(3)式 L-K 方程的 S^1 对称性,每个复合腔模投影到 (A, D) 相空间轨迹为一个点 $(A_{\text{st}}, D_{\text{st}})$, A_{st} 和 D_{st} 也可以看成是 L-K 速率方程的稳态解。在稳态条件下(1)~(3)式满足 $dA(t)/dt = 0$, $d\phi(t)/dt = \omega_0$, $dD(t)/dt = 0$ 。(1)~(3)式的稳态解为

$$D_{\text{st}} = -k \cos \Psi_{\text{st}}, \quad (4)$$

$$\omega_0 = -k(\alpha \cos \Psi_{\text{st}} + \sin \Psi_{\text{st}}), \quad (5)$$

$$A_{\text{st}}^2 = \frac{\xi I_{\text{eff}} - D_{\text{st}}}{1 + 2D_{\text{st}}}. \quad (6)$$

外复合腔模的数目随着反馈强度 k 增加而不断增加。由激光器的稳态解可得

$$\Psi = \phi(t) - \phi(t-\tau) + \omega_0\tau = \omega t - \omega(t-\tau) + \omega_0\tau = \omega\tau + \omega_0\tau, \quad (7)$$

将(5)式重新写为

$$\omega\tau = -k\tau \sqrt{1 + \alpha^2} \times \sin(\omega\tau + \omega_0\tau + \arctan \alpha), \quad (8)$$

$$f_1(k, \omega) = -k \sqrt{1 + \alpha^2} \times \sin(\omega\tau + \omega_0\tau + \arctan \alpha), \quad (9)$$

$$f_2(\omega) = \omega. \quad (10)$$

当 k 逐渐增加且满足 $(df_1/d\omega) = (df_2/d\omega)$, $f_1 = f_2$ 时,复合腔模将以鞍结分岔的形式成对出现,其中一个模式是稳定的而另一个模式则是不稳定的,称之为反模(antimode)^[6]。故有

$$\cos(\omega\tau + \omega_0\tau + \arctan \alpha) = -\frac{1}{k\tau \sqrt{1 + \alpha^2}}, \quad (11)$$

当 $k\tau(1 + \alpha^2)^{1/2} \geq 1$ 时,(11)式有解,由(11)式可得

$$\omega_0 \tau = 2n\pi - \arctan \alpha \pm \left[\sqrt{k^2 \tau^2 (1 + \alpha^2) - 1} + \arccos \left(-\frac{1}{k\tau \sqrt{1 + \alpha^2}} \right) \right], \quad (12)$$

(12)式与 I_{eff} 无关。

当 $k\tau(1 + \alpha^2)^{1/2} \leq 1$ 时, 没有鞍结分岔发生, 只有一个 ECM 存在。当 $k\tau(1 + \alpha^2)^{1/2} > 1$ 时, 可以从

$$(\tau, k, I_{\text{eff}}) \text{ 图中确定外腔数目。 } k_{\min} = \frac{1}{\tau \sqrt{1 + \alpha^2}},$$

$$k_{\text{sn}} = \frac{1 + \omega_{\text{sn}}^2 \tau^2}{\tau^2 (1 + \alpha^2)}.$$

对 L-K 方程(1)~(3)式在稳态解邻域做如下渐进分析, 其中 $A(t), \phi(t), D(t) \in \mathbb{R}^n$ 。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} A(t) \\ \phi(t) \\ D(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1[t, A(t), \phi(t), D(t), A(t-\tau), \phi(t-\tau)] \\ g_2[t, A(t), \phi(t), D(t), A(t-\tau), \phi(t-\tau)] \\ g_3[t, A(t), \phi(t), D(t), A(t-\tau), \phi(t-\tau)] \end{bmatrix}, \quad (13)$$

对方程在稳态解邻域线性展开成二维泰勒系数, 得到其 Jacobian 矩阵 J_{jcb}

$$J_{\text{jcb}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial A} & \frac{\partial g_1}{\partial \phi} & \frac{\partial g_1}{\partial D} & \frac{\partial g_1}{\partial A(t-\tau)} & \frac{\partial g_1}{\partial \phi(t-\tau)} \\ \frac{\partial g_2}{\partial A} & \frac{\partial g_2}{\partial \phi} & \frac{\partial g_2}{\partial D} & \frac{\partial g_2}{\partial A(t-\tau)} & \frac{\partial g_2}{\partial \phi(t-\tau)} \\ \frac{\partial g_3}{\partial A} & \frac{\partial g_3}{\partial \phi} & \frac{\partial g_3}{\partial D} & \frac{\partial g_3}{\partial A(t-\tau)} & \frac{\partial g_3}{\partial \phi(t-\tau)} \end{bmatrix} (A_{\text{st}}, \phi_{\text{st}}, D_{\text{st}}), \quad (14)$$

$$J_{\text{jcb}} = \begin{bmatrix} D_{\text{st}} & -kA_{\text{st}} \sin(\Psi_{\text{st}}) & A_{\text{st}} & -k \cos(\Psi_{\text{st}}) & kA_{\text{st}} \sin(\Psi_{\text{st}}) \\ \frac{k}{A_{\text{st}}} \sin(\Psi_{\text{st}}) & -k \cos(\Psi_{\text{st}}) & \alpha & -\frac{k}{A_{\text{st}}} \sin(\Psi_{\text{st}}) & k \cos(\Psi_{\text{st}}) \\ -2\epsilon(1 + 2D_{\text{st}})A_{\text{st}} & 0 & -\epsilon(1 + 2A_{\text{st}}^2) & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda - D_{\text{st}} + k \cos(\Psi_{\text{st}}) e^{-\lambda\tau} & kA_{\text{st}} \sin(\Psi_{\text{st}}) (1 - e^{-\lambda\tau}) & -A_{\text{st}} \\ \frac{k}{A_{\text{st}}} \sin(\Psi_{\text{st}}) (1 - e^{-\lambda\tau}) & \lambda + k \cos(\Psi_{\text{st}}) (1 - e^{-\lambda\tau}) & \lambda - \alpha \\ 2\epsilon A_{\text{st}} (1 + 2D_{\text{st}}) & 0 & \lambda + \epsilon(1 + 2A_{\text{st}}^2) \end{bmatrix} = 0,$$

$$F(\lambda) = \lambda^3 + \lambda^2 \{ \epsilon(1 + 2A_{\text{st}}^2) - 2[k \cos(\Psi_{\text{st}}) - D_{\text{st}}] (1 - e^{-\lambda\tau}) \} \\ + \lambda [2\epsilon A_{\text{st}}^2 (1 + 2D_{\text{st}}) + k^2 (1 - e^{-\lambda\tau})^2 + 2\epsilon k \cos(\Psi_{\text{st}}) (1 + 2A_{\text{st}}^2) (1 - e^{-\lambda\tau})] \\ + \epsilon k^2 (1 + 2A_{\text{st}}^2) (1 - e^{-\lambda\tau})^2 + 2\epsilon k A_{\text{st}}^2 (1 + 2D_{\text{st}}) (1 - e^{-\lambda\tau}) [\cos(\Psi_{\text{st}}) - \alpha \sin(\Psi_{\text{st}})] = 0, \quad (16)$$

(16)式便是 L-K 速率方程的超越特征方程, 可以通过对方程特征值 λ 的分析来判断复合腔模的稳定性。满足 $\text{Re}(\lambda) < 0$ 的复合腔模是稳定的, 而满足 $\text{Re}(\lambda) > 0$ 的复合腔模则是不稳定的。当外部条件改变(例如反馈强度或注入电流), 会导致特征值穿越虚轴, 此时会有分岔产生。当穿越的特征值为实数时发生鞍结分岔, 当穿越的特征值为虚数时发生霍普夫分岔。若要求解方程的特征值 λ , 则需要求解方程 $F(\lambda) = 0$, 首先对(16)式进行适当简化。

考虑当 $k \ll 1$ 的情况下, 特征方程(16)的特征值可以看成是当 $k = 0, D_{\text{st}} = 0, \omega = \omega_0, A_{\text{st}}^2 = I_{\text{eff}}$ 时其特征值的微扰。

$$\text{当 } k = 0 \text{ 时, } F(\lambda) = \lambda \left[\lambda^2 + \lambda \epsilon (1 + 2A_{\text{st}}^2) + \right.$$

$\left. 2\epsilon A_{\text{st}}^2 \right]$, 故特征值为

$$\lambda_1 = 0, \lambda_{2,3} = \frac{\epsilon}{2} \left[-1 - 2\xi I_{\text{eff}} \pm \sqrt{(1 + 2\xi I_{\text{eff}})^2 - 8\epsilon \xi I_{\text{eff}}} \right], \quad (17)$$

λ_1 与稳定性不相关, 类似于无反馈激光器。对于 $\lambda_{2,3}$ 则满足 $\text{Re}(\lambda_{2,3}) < 0$, 故所有的复合腔模都是稳定的。

当 $k \neq 0$ 时, 对于所有的 λ 仍然满足 $\text{Re}(\lambda) < 0$, 这时所有的复合腔模也都是稳定的。

当 k 不满足 $k \ll 1$ 时分析反模的不稳定性如下: 假定反射镜离半导体激光器端面比较近即满足 $|\lambda\tau| \ll 1$, 同时 $k\tau[\cos(\Psi_{\text{st}}) - \alpha \sin(\Psi_{\text{st}})] < 1$ 时, 指数项则可写成 $1 - e^{-\lambda\tau} = \lambda\tau + O(\lambda^2 \tau^2)$, (16)式则改

写为

$$\lambda^3 (1 - 2D_{st}\tau + k^2\tau^2) + \lambda^2 \epsilon \frac{1 + 2\xi I_{eff}}{1 + 2D_{st}} \times (1 - 2D_{st}\tau + k^2\tau^2) + 2\lambda\epsilon (\xi I_{eff} - D_{st}) \times \{1 + k\tau [\cos(\Psi_{st}) - \alpha \sin(\Psi_{st})]\} = 0, \quad (18)$$

$$\lambda_1 = 0, \lambda_{2,3} = -\frac{\epsilon(1 + 2\xi I_{eff})}{1 + 2D_{st}} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\Delta}, \quad (19)$$

$$\Delta = \left[\frac{T(1 + 2\xi I_{eff})}{2(1 + 2D_{st})} \right]^2 - \frac{8\epsilon(I_{eff} - D_{st})}{1 - 2D_{st}\tau + k^2\tau^2} \times \{1 + k\tau [\cos(\Psi_{st}) - \alpha \sin(\Psi_{st})]\}. \quad (20)$$

因为 $-k < D_{st} < k$, $D_{st} < \xi I_{eff}$, 故 $1 - 2D_{st}\tau + k^2\tau^2 > 0$ 。同时根据假设 $k\tau [\cos(\Psi_{st}) - \alpha \sin(\Psi_{st})] < 1$, 故 $\Delta > [\epsilon(1 + 2\xi I_{eff}) / (1 + 2D_{st})]^2$, 所以 $\lambda_2 > 0$, 这些反模由鞍结分岔形成的时候是不稳定的。当激光器运转在反模的时候, 很容易跳变到其他稳定模式, 这个跳变的过程会导致激光器的输出光强发生波动。当激光器运转在稳定模式的时候, 鞍型反模的存在也会对激光器的输出光强产生影

响。具有最大增益的复合腔模是最稳定的, 所以在相平面内, 系统的轨线不断向最大增益模式靠近, 最终被最大增益模式俘获。由于最大增益模式离不稳定的鞍型反模很近, 两种模式竞争产生激变后重新回到低增益模式的过程, 也就是激光器输出光强非周期骤降的过程。

3 复合腔模稳定性的渐进分析

反馈光注入半导体激光器的复合腔模由鞍结分岔形成的时候, 其中一个模式是稳定的。随着 k 的增加, 原本稳定的模式会通过霍普夫分岔的方式失稳, 可以考虑在小注入电流条件下对(16)式进行适当的简化, 并进行渐进分析来研究复合腔模在 $[D, \phi(t) - \phi(t - \tau)]$ 相空间的稳定性。利用 $(1 + 2A_{st}^2) = \frac{1 + 2\xi I_{eff}}{1 + 2D_{st}}$, $A_{st}^2(1 + 2D_{st}) = I_{eff} - D_{st}$, $D_{st} = -k \cos \Psi_{st}$, (16)式可写成

$$\left(\lambda + \epsilon \frac{1 + 2\xi I_{eff}}{1 + 2D_{st}} \right) \left[\lambda^2 + 2k \cos(\Psi_{st})(1 - e^{-\lambda\tau}) + k^2(1 - e^{-\lambda\tau})^2 \right] + 2\epsilon [\xi I_{eff} + k \cos(\Psi_{st})] \times \{ \lambda - k(1 - e^{-\lambda\tau}) [\cos(\Psi_{st}) - \alpha \sin(\Psi_{st})] \} = 0. \quad (21)$$

假设在 k_H 和 ω_H 处发生霍普夫分岔, 由于发生霍普夫分岔对应的特征值为纯虚数解, 故有 $\lambda = i\omega_H$, $\omega_H \in \mathbb{R}$ 并将之代入(21)式, 在稳态解附近采取近似 $A_{st}^2 = \xi I_{eff}$, 并将实部和虚部分开得

$$2\omega_H k_H [1 - \cos(\omega_H \tau)] [k_H \sin(\omega_H \tau) + \omega_H \cos \Psi_{st}] - 2\epsilon k_H (\xi I_{eff} + k_H \cos \Psi_{st}) [1 - \cos(\omega_H \tau)] \times (\cos \Psi_{st} - \alpha \sin \Psi_{st}) - \epsilon \frac{1 + 2\xi I_{eff}}{1 - 2k_H \cos \Psi_{st}} \left\{ k_H^2 \{ [1 - \cos(\omega_H \tau)]^2 - \sin^2(\omega_H \tau) \} - 2\omega_H k_H \cos \Psi_{st} \sin(\omega_H \tau) - \omega_H^2 \right\} = 0, \quad (22)$$

(22)式难于求解, 考虑到 ϵ 数量级的渐进上限为 $O(10^{-2})$, 在小注入电流条件下, 假定 $I_{eff} = O(1)$, $k = O(\epsilon)$, $\omega = O(\epsilon^{1/2})$ 和 $\tau = O(\epsilon^{-1/2})$, 激光器的弛豫振荡角频率 $\omega_{ro} = \sqrt{\epsilon \xi I_{eff}}$, 假定 $\tau = \epsilon^{-1/2} \omega_{ro}$ 利用上述近似阶求解(22)得

$$k_H = -\frac{\epsilon(1 + 2\xi I_{eff})}{B[1 - \cos(\omega_{ro}\tau)]} + O(\epsilon^{3/2}), \quad (23)$$

$$B = \alpha \sin \Psi + \cos \Psi = \sqrt{1 + \alpha^2} \cos(\Psi - \arctan \alpha), \quad (24)$$

存在一个模式稳定边界条件 $B < 0$, 故有

$$\Psi \in \left(\arctan \alpha - \frac{\pi}{2}, \arctan \alpha + \frac{\pi}{2} \right) \bmod 2\pi, \quad (25)$$

公式(25)就是复合腔模在 $[D, \phi(t) - \phi(t - \tau)]$ 相空间的模式稳定边界条件

$$\Theta = \frac{\epsilon\tau(1 + g\tau_p J_{th} I_{eff})}{\cos(\omega_{ro}\tau) - 1}, \quad (26)$$

利用(12)式、(24)式及(26)式可得

$$\omega_0 \tau = 2n\pi + \arctan \alpha + \frac{2\alpha\Theta}{1 + \alpha^2} \pm \left\{ k\tau \frac{\alpha^2 - 1}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \sin \left[\arccos \left(\frac{\Theta}{k\tau \sqrt{1 + \alpha^2}} \right) \right] - \arccos \left(\frac{\Theta}{k\tau \sqrt{1 + \alpha^2}} \right) \right\}, \quad (27)$$

(27)式就是小注入电流条件下第一次霍普夫分岔的边界条件。

复合腔模的数目与反馈强度 k 的关系如图 1 所示。图 1 中实线为求解 L-K 方程的稳态解得出的鞍结分岔边界条件,数字代表各个区域内复合腔模的数目。当 k 增加时,外腔模态鞍结分岔成对出现,实线与相应 k 值的交点为鞍结分岔点。考虑到其他因素,比如 Langevin 噪声、弛豫振荡等影响,在成对出现的复合腔模中,鞍型反模原本就是不稳定的,它会迫使轨线移动到鞍型反模附近。另一个复合腔模开始是稳定的,但是随着 k 的增加,该模式会通过霍普夫分岔变得不稳定。图 1 中虚线为对 L-K 方程在稳态解附近做渐进分析计算出的霍普夫分岔边界条件,虚线与相应 k 值的交点为霍普夫分岔点。

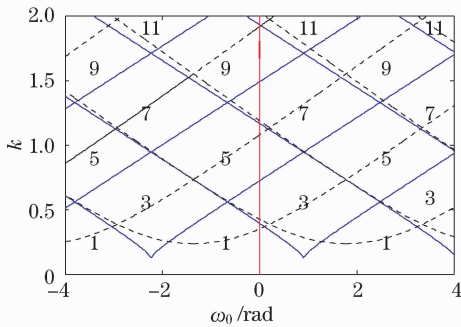


图 1 (k, ω_0) 相空间复合腔模的数目

Fig. 1 Number of ECMs in (k, ω_0) phase space

图 2 描述了在小注入电流条件下当反馈强度 k 增加时复合腔模稳定性的变化。图 2 中实线为稳定模式,虚线为不稳定的反模,点划线则表示稳定复合腔模通过霍普夫分岔后失稳,并有可能出现光强脉冲变化区域。当 $k=0.39$ 和 $k=0.72$ 时分别出现鞍结分岔,大部分外腔模在中等反馈强度下变得不稳定。实线区分了模式的数目,相同模式围成一个区域。虚线表示了霍普夫分岔的轨迹。

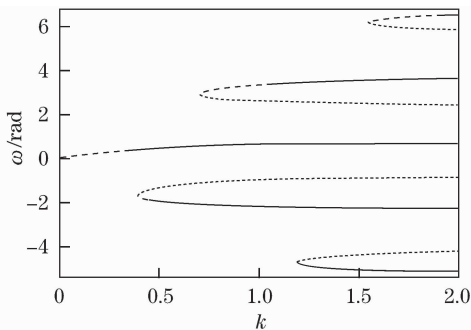


图 2 小注入电流条件下,复合腔模角频率 ω 随反馈注入强度 k 变化的示意图

Fig. 2 Bifurcation diagram of the ECMs in the plane angle frequency ω versus the feedback strength k for small effective injection current I_{eff}

4 复合腔模稳定性的数值分析

采用四阶 Runge-Kutta 方法数值求解(1)~(3)式,计算步长为 0.001 ns,数值计算时剔除了发生接通延迟的时间段,采用参数如表 1 所示。

表 1 半导体激光器参数

Parameters	Value
Linewidth enhancement factor α	4
External-cavity round trip time τ /ns	2
Cavity round trip time τ_m /ns	0.014 4
Carrier lifetime τ_s /ns	2
Photon lifetime τ_p /ns	0.002
Transparent carrier density N_0/m^3	0.8×10^{24}
Threshold carrier density N_{th}/m^3	2.0×10^{24}
Gain coefficient G/s^{-1}	8.4×10^{-13}
Threshold current I_{th}/mA	40

图 3 为在不同注入电流条件下载流子浓度的分岔图。在满足小注入电流条件下并改变注入电流,当反馈强度 k 增加时,原本稳定的模式变得不稳定,其相空间轨迹经过霍普夫分岔由奇异点演变成极限环,经过二次霍普夫分岔后通过周期二倍频或亚周期等方式进入混沌状态。

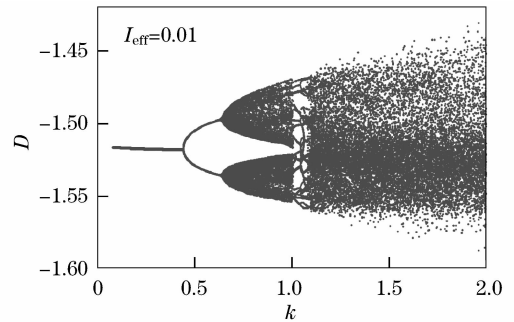


图 3 $(D-k)$ 空间的分岔图

Fig. 3 Bifurcation diagram in the $(D-k)$ space

选取 $A^2 = A_{\text{st}}^2$ 平面绘制其庞加莱截图如图 4 所示,两条虚线间隔部分为由(25)式计算出的复合腔模稳定区域,黑点为由稳态解解析求得的稳定模态,星号为反模。激光器复合腔模主要集中在稳定模态区域内,满足稳定模态条件。

图 5 为系统的相空间轨线图。由图 5 可知,当反馈强度 k 增加时,原本稳定的模式变得不稳定,其相空间轨迹经过霍普夫分岔由奇异点演变成极限环,经过二次霍普夫分岔进入混沌状态。当 k 减小时会增加耗散几率并且减小复合腔模的混沌吸引子的大小,增加 k 则会同时增加复合腔模混沌吸引子的不稳定性大小。

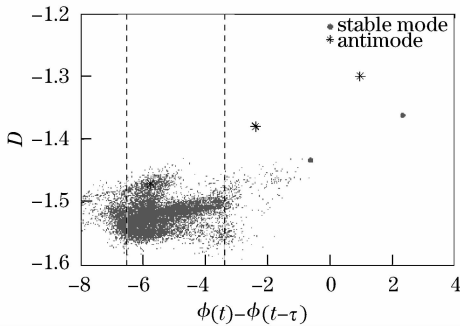


图 4 在激光器输出光强等于稳态解光强条件下, 半导体激光器载流子浓度的庞加莱截面图

Fig. 4 Poincaré section of semiconductor laser carrier density at $A^2 = A_{st}^2$

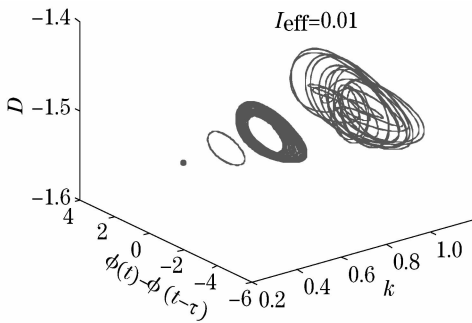


图 5 系统的相空间轨线图

Fig. 5 Phase portraits of the system

5 结 论

利用渐进稳定性分析的方法研究了反馈光注入半导体激光器复合腔模的稳定性, 并求得了复合腔模的分岔边界条件。提出对应于所有的复合腔模在 $[D, \phi(t) - \phi(t - \tau)]$ 相平面内存在一个稳定模式区域, 反馈注入导致的复合腔模出现在该模式稳定区域内的概率远大于出现在该稳定模式区域外, 并通过计算载流子浓度的庞加莱截面图验证了上述模式稳定区域。通过分析系统的分岔图发现数值计算的一次霍普夫分岔边界值与小注入电流条件下渐进稳定性分析计算的一次霍普夫分岔边界值相吻合, 验证了小注入电流条件下渐进分析的可靠性。

参 考 文 献

- 1 M. Fujiwara, K. Kubota, R. Lang. Low-frequency intensity fluctuation in laser diodes with external optical feedback [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1981, **38**(4):217~220
- 2 E. Lacot, R. Day, F. Stoechel. Coherent laser detection by frequency-shifted optical feedback [J]. *Phys. Rev. A*, 2001, **64**(4): 043815
- 3 Ch. Risch, C. Voumard. Self-pulsation in the output intensity and spectrum of GaAs - AlGaAs cw diode lasers coupled to a

- frequency-selective external optical cavity [J]. *J. Appl. Phys.*, 1977, **48**(5): 2083~2085
- 4 I. R. Epstein, J. A. Pojmann. An introduction to Nonlinear Chemical Dynamics[M]. New York: Oxford University Press, 1998
- 5 R. Lang, K. Kobayashi. External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1980, **QE-16**(3):347~355
- 6 J. Mørk, B. Tromborg, P. L. Christiansen. Bistability and low-frequency fluctuations in semiconductor lasers with optical feedback a theoretical analysis [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1988, **QE-24**(2):123~133
- 7 B. Tromborg, J. Mørk. Stability analysis and the route to chaos for laser diodes with optical feedback [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 1990, **2**(8):549~552
- 8 J. Mørk, B. Tromborg, J. Mark. Chaos in semiconductor lasers with optical feedback theory and experiment [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1992, **28**(1):93~108
- 9 T. Sano. Antimode dynamics and chaotic itinerancy in the coherence collapse of semiconductor lasers with optical feedback [J]. *Phys. Rev. A*, 1994, **50**(3):2719~2726
- 10 G. H. M. Tartwijk, A. M. Levine. Sisyphus effect in semiconductor lasers with optical feedback [J]. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 1995, **1**(2):466~472
- 11 I. Fischer, G. H. M. van Tartwijk, A. M. Levine *et al.*. Fast pulsing and chaotic itinerancy with a drift in the coherence collapse of semiconductor lasers [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **76**(2):220~223
- 12 T. Heil, I. Fisher, W. Elsäber. Influence of amplitude-phase coupling on the dynamics of semiconductor lasers subject to optical feedback [J]. *Phys. Rev. A*, 1999, **60**(1):634~641
- 13 T. Heil, I. Fischer. Stabilization of feedback-induced instabilities in semiconductor lasers [J]. *J. Opt. B: Quantum and Semiclassical Opt.*, 2000, (2):413~420
- 14 B. Haegeman, K. Engelborghs, D. Roose *et al.*. Stability and rupture of bifurcation bridges in semiconductor lasers subject to optical feedback [J]. *Phys. Rev. E*, 2002, **66**(4):046216
- 15 H. Erzgräber, B. Krauskopf, D. Lenstra *et al.*. Frequency versus relaxation oscillations in a semiconductor laser with coherent filtered optical feedback [J]. *Phys. Rev. E*, 2006, **73**, 055201
- 16 B. Farias, T. Passerrat de Silans, M. Chevrollier *et al.*. Frequency bistability of a semiconductor laser under a frequency-dependent feedback [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **94**(17): 173902
- 17 C. Masoller, T. Sorrention, M. Chevrollier *et al.*. Bistability in semiconductor lasers with polarization-rotated frequency-dependent optical feedback [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 2007, **43**(3):261~268
- 18 Yu Yanguang, Guo Changying, Ye Huiying. Vibration measurement based on moderate optical feedback self-mixing interference [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8):1430~1434
- 禹延光, 郭常盈, 叶会英. 基于适度光反馈自混合干涉技术的振动测量 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(8):1430~1434
- 19 Hu Xianfeng. Calculation analysis and experimental observation on laser diode self-mixing interference [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(6):1111~1116
- 胡险峰. 激光二极管自混合干涉的计算分析和实验观察 [J]. *光学学报*, 2008, **28**(6):1111~1116
- 20 Liu Yingming, Wang Xiangzhao. A single optical source system for exciting and detecting the vibration of silicon microresonator sensors [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(12):1661~1664
- 刘英明, 王向朝. 一种硅微机械谐振器的单光源激振测振方法 [J]. *中国激光*, 2006, **33**(12):1661~1664