

文章编号: 0258-7025(2009)04-0940-05

# 基于霍夫变换的数字全息粒子尺寸测量

吕且妮 高岩 葛宝臻 马志彬 赵晨 张以谟

(天津大学精密仪器与光电子工程学院 光电信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300072)

**摘要** 提出一种基于霍夫(Hough)变换的数字全息粒子尺寸测量方法。该方法是先对粒子场全息图的数字再现像进行聚焦像合成、图像边缘提取处理后,再通过 Hough 变换圆检测得到粒子尺寸大小和位置信息,实现粒子信息的测量。分别对 2D 粒子场和 3D 粒子场进行了计算机模拟,并以直径为  $90\ \mu\text{m}$  标准粒子为研究对象进行了实验研究,测量绝对误差为  $6\ \mu\text{m}$ 。研究结果证明了该方法的可行性。

**关键词** 数字全息; 粒子尺寸测量; Hough 变换; 图像处理

中图分类号 TB877.1 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20093604.0940

## Digital Holographic Particle Sizing with Hough Transform

Lü Qieni Gao Yan Ge Baozhen Ma Zhibin Zhao Chen Zhang Yimo

(Key Laboratory of Opto-Electronics Information and Technical Science, Ministry of Education, College of Precision Instruments & Optoelectronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract** A new method for particle-size measurement of digital holography by Hough transform is proposed. The numerically reconstructed images of a particle-field hologram are approached in a way that in-focus images of particle in the volume are integrated into a plane and the edge of particle image is extracted, then by using Hough transform, the particle information of the size and the location is obtained. Computer simulations of the 2D and 3D particle fields are performed. The experiment is conducted for the field of diameter  $90\ \mu\text{m}$  standard particle, and the measuring absolute error is  $6\ \mu\text{m}$ . The research results show that the method is feasible.

**Key words** digital holography; particles-size measurement; Hough transform; image reconstruction techniques

## 1 引言

全息粒子测量是全息术的实际应用之一,已形成全息术的另一种分支:粒子场全息术<sup>[1]</sup>。在数字全息术中,粒子场的全息图直接以数字方式记录在 CCD 上,再以数字方式再现,可同时获得 3D 粒子场的振幅和相位的全部信息,并直接以数字形式描述,可实现粒子场,如粒子尺寸、位置、速度及粒子分布等定量测量和分析,已提出多种方法并应用于各种粒子场测量<sup>[1~8]</sup>。如 L. Denis 等<sup>[4]</sup>通过对数字同轴全息图的自相关分析提取粒子场平均粒子尺寸,并应用于水喷雾场测量。文献<sup>[5]</sup>使用小波变换法实现了在环形喷嘴产生的湍流中运动的玻璃微球测量;V. Palero 等<sup>[6]</sup>利用粒子再现像强度涨落最小确

定粒子聚焦像面,实现喷雾场粒子尺寸测量;Jian Sheng 研究组<sup>[7]</sup>利用数字同轴显微全息术测量了深度为  $10\ \text{mm}$  的微米级 ( $3.2\ \mu\text{m}$ ) 与亚微米级 ( $0.75\ \mu\text{m}$ ) 的微生物悬浮液粒子场。霍夫(Hough)变换是图像圆检测中最常用的一种方法,如虹膜检测<sup>[9]</sup>等,该方法可以同时给出圆心和半径参量,具有计算精确度高,对噪声、部分图形残缺及部分变形不敏感等特点,已用于粒子测量<sup>[10]</sup>。最近,J. Cauchie 等<sup>[11]</sup>报道了利用改进的 Hough 变换算法检测衍射光斑中心位置。本文拟将 Hough 变换用于数字全息粒子尺寸测量,采用数字同轴全息系统进行了模拟和实验研究,给出了相应的研究结果,为数字全息粒子测量提供一种新的测量方法。

收稿日期:2008-06-23;收到修改稿日期:2008-08-13

基金项目:国家自然科学基金(60677034),高等学校博士点学科点专项科研基金(20050056010)和天津大学青年教师基金(985Q200624)资助课题。

作者简介:吕且妮(1966—),女,博士,副教授,主要从事数字全息、粒子测量等方面的研究。E-mail:qienil@tju.edu.cn

## 2 基本原理

### 2.1 粒子场全息图的数字记录和数字再现

图 1 所示为数字同轴全息粒子场记录和再现系统坐标图。设波长为  $\lambda$  的单位振幅单色平面平行光垂直入射粒子场,被粒子衍射的光波作为物光波,经过粒子场而没有被粒子衍射的光波作为参考光,在 CCD 靶面上干涉形成粒子场的同轴全息图,记录在 CCD 上,并存储于计算机。设粒子场振幅透过率为  $[1 - o(x, y)]$ ,根据惠更斯-菲涅耳(Huygens-Fresnel)原理,则记录在 CCD 上的光场复振幅分布为<sup>[12]</sup>

$$u(x, y) = \frac{\exp jkz}{j\lambda z} \iint [1 - o(x_0, y_0)] \cdot \exp \frac{jk}{2z} [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2] dx_0 dy_0, \quad (1)$$

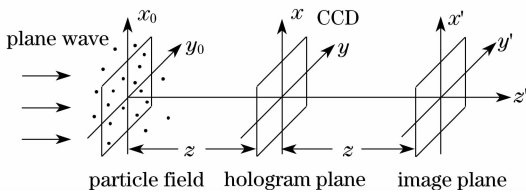


图 1 数字同轴全息系统坐标图

Fig. 1 Coordinates system for recording and reconstruction of digital in-line hologram

其中

$$o(x_0, y_0) = \text{circ} \left[ \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{d/2} \right] = \begin{cases} 1 & \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \leq d/2 \\ 0 & \text{else} \end{cases}, \quad (2)$$

$d$  为粒子的直径,  $k = 2\pi/\lambda$ 。(1)式可表示为(忽略常数相位因子)

$$u(x, y) = [1 - o(x, y)] * h_z(x, y), \quad (3)$$

其强度分布为

$$I(x, y) = |[1 - o(x, y)] * h_z(x, y)|^2 = |1 - o(x, y) * h_z(x, y) - o^*(x, y) * h_z^*(x, y) + |o(x, y) * h_z(x, y)|^2|, \quad (4)$$

式中  $*$  为卷积运算,上标  $*$  为复共轭,  $h_z(x, y) = \frac{1}{j\lambda z} \exp j \frac{k}{2z} (x^2 + y^2)$ 。对于粒子场,被记录物体相对于记录距离很小,(4)式中的最后一项  $|o(x, y) * h_z(x, y)|^2$  可以忽略,则  $I(x, y)$  为

$$I(x, y) = 1 - o(x, y) * h_z(x, y) - o(x, y) * h_z^*(x, y). \quad (5)$$

设波长为  $\lambda$  的单位振幅的单色平面平行光波垂直照射全息图,在距全息图  $z$  处的实像面上的光场复振幅分布为

$$u'(x', y') = t(x', y') * h_z(x', y') =$$

$$1 - o(x', y') - o(x', y') * h_{2z}(x', y'), \quad (6)$$

式中  $t(x, y) = I(x, y)$  为全息图的振幅透过率,其强度分布为(忽略高阶小量)

$$I'(x', y') = 1 - o(x', y') - o(x', y') * [h_{2z}(x', y') + h_{2z}^*(x', y')], \quad (7)$$

(7)式表示的物理意义为第一项相当于再现光波的直透项,第二项为粒子场的实像,第三项为距  $(x', y')$  平面  $2z$  处的衍射像。

### 2.2 Hough 变换基本原理

Hough 变换是 Paul Hough 在 1962 年提出的<sup>[13]</sup>,其基本思想是把图像空间对应到参数空间,用大多数边界点满足的某种边界形式来描述图像中的曲线,通过在参数空间的简单累加统计来完成检测,具有很强的容错性和鲁棒性<sup>[14]</sup>。设圆方程表示为

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2, \quad (8)$$

式中  $(x_0, y_0)$  为圆心坐标,  $r$  为圆的半径。在参数平面  $(x_0, y_0)$  中,以图像空间中每一个前景点  $(x, y)$  为圆心,未知半径  $r$  为参数画圆,将结果进行累加,找出参数平面上的峰值点,这个位置即为所求的图像空间中的圆心坐标。由于  $r$  未知,所以参数空间为三维空间,图像空间中的每一点对应于参数空间上的一个圆锥,运算量巨大。

在粒子场数字全息测量中,通常假设粒子场中的待测粒子为球形粒子,其在某一平面上的投影为圆,如(2)式所示。故可利用 Hough 变换方法实现粒子场粒子尺寸测量。为了提高运算速度,需对其施加一定约束。在此采取的措施为:

1) 对图像空间进行边缘提取,用边缘点作为图像空间中的前景点进行 Hough 变换,大大减少了计算量,提高了运算速度。

2) 因为粒子场中粒子直径有一定的范围,因此在运算时设定  $r$  的最大值及最小值,既能缩减运算量,又能滤掉一定的噪声。

## 3 数值模拟及实验结果分析

### 3.1 数值模拟

#### 3.1.1 2D 粒子场模拟

首先通过计算机模拟验证本文所提出的粒子场全息测量方法的可行性。图 2 为 2D 粒子场模拟结果,模拟参数为波长  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ,像素数  $M \times N = 1024 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$ ,像元尺寸  $\Delta x = \Delta y = 7.4 \mu\text{m}$ 。图 2(a)为模拟的二维粒子场,其中三个粒子的圆心和直径  $(x_0, y_0, d)$  分别为  $(268, 362, 20)$ ,  $(670, 344, 40)$ ,  $(612, 662, 80)$  像素数。图 2(b)为

图 2(a) 的数字全息图, 记录距离  $z=20$  cm, 图 2(c) 为利用 (6) 式数字再现所得到的再现像, 再现距离  $z=20$  cm。对图 2(c) 所示的再现像进行二值化, Roberts 算子边缘提取, 再利用 Hough 变换对边缘点进行处理, 得到了三个粒子的圆心和直径  $(x_0, y_0, d)$  分别为 (268, 362, 20), (670, 344, 40), (612, 662, 80) 像素数。图 2(d) 为利用 Hough 变换所得到的三个粒子信息图。比较图 2(a) 与图 2(d), 三个粒子的位置、直径完全相同, 实现了粒子尺寸测量。

### 3.1.2 3D 粒子场模拟

3D 粒子场是由三个位于不同距离处的 2D 粒子场模拟产生的, 其距离记录面上的距离分别为 20 cm, 25 cm 和 30 cm, 三个 2D 粒子场上的粒子位置和直径  $(x_0, y_0, d)$  分别为 (689, 240, 40), (314, 498, 40), (551, 758, 40) 像素数, 模拟参数: 波长  $\lambda=632.8$  nm, 像素数  $M \times N=1024$  pixel  $\times$  1024 pixel, 像元尺寸  $\Delta x=\Delta y=7.4$   $\mu$ m。图 3(a) 为计算机产生的 3D 粒子场全息图, 图 3(b)~图 3(d) 为利用 (6) 式数字再现所得到的再现像, 再现距离分别为  $z=20$  cm, 25 cm 和 30 cm。在图 3(b)~图 3(d) 所示的再现像中, 有清晰轮廓的外围带有同心圆环的圆形黑斑为聚焦粒子, 离焦粒子像也是可见的, 但没有清晰的边缘轮廓。粒子聚焦时它所覆盖区域的像素强度值为该像素在粒子场深度范围内的最小值。对再现

像场上的每一个像素, 取其沿  $z$  轴方向在粒子场深度范围内的最小强度值, 即可得到所有粒子聚焦再现像的合成图, 如图 3(e) 所示, 其强度分布可表示为<sup>[7]</sup>

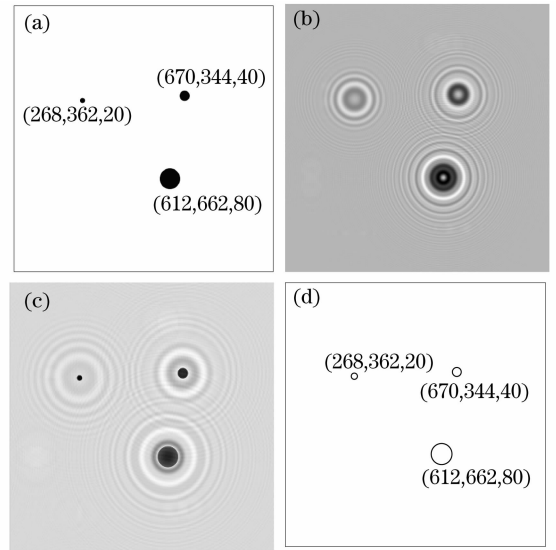


图 2 2D 粒子场模拟结果。(a) 模拟的 2D 粒子场; (b) 数字产生的全息图; (c) 数字再现像; (d) Hough 变换计算结果图

Fig. 2 Simulation results of 2D particle field. (a) 2D particle field simulated; (b) numerically generated hologram; (c) numerically reconstructed image; (d) plot of the results by Hough transform

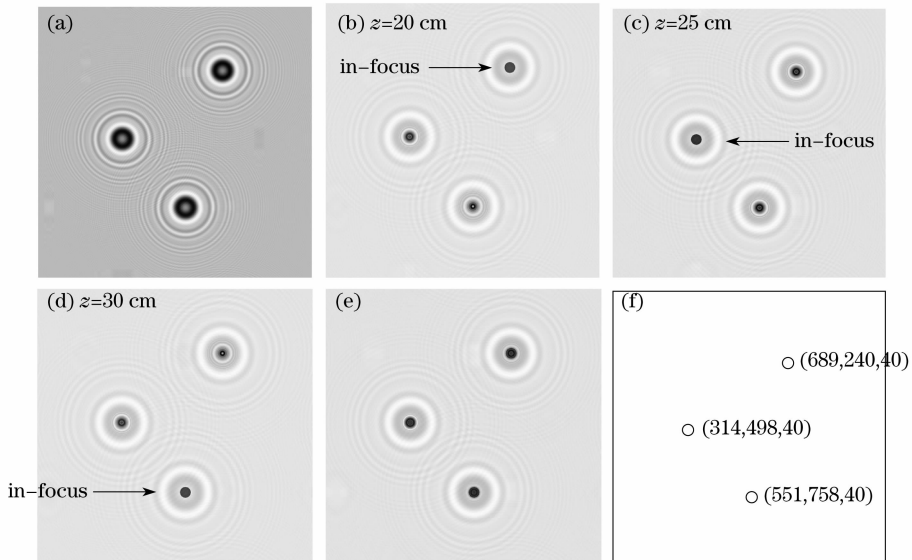


图 3 3D 粒子场模拟结果。(a) 数字产生的全息图; (b)~(d) 数字再现像; (e) 全部粒子聚焦的合成图; (f) Hough 变换计算结果图

Fig. 3 Simulation results of 3D particle field. (a) numerically generated hologram; (b)~(d) numerical reconstructed image; (e) combined in-focus images of all the particle; (f) plot of the results by Hough transform

$$I_{\text{combined}}(x, y) = \min_z I(x, y, z). \quad (9)$$

在图 3(e)所示的合成图中,所有粒子均为聚焦粒子,去除了离焦粒子对测量的干扰。对图 3(e)进行二值化,Roberts 算子边缘提取,再对边缘点采用 Hough 变换计算,得到三个粒子坐标和直径 $(x_0, y_0, d)$ 分别为 $(689, 240, 40)$ , $(314, 498, 40)$ , $(551, 758, 40)$ 像素数,如图 3(f)所示,与模拟时所设参数完全相同,实现了 3D 粒子场粒子尺寸测量。

### 3.2 实验结果及分析

搭建数字同轴全息实验系统。实验所用的粒子

为直径  $d = 90 \mu\text{m}$  的标准粒子,粒子场深度为  $1.2 \text{ cm}$ ,所用的激光器为功率  $10 \text{ mW}$ ,波长  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$  的 He-Ne 激光器,CCD 为 DALSA 公司生产的 1M30 型 12 位的相机,像素尺寸为  $12 \mu\text{m} \times 12 \mu\text{m}$ ,像素数为  $1024 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$ 。在数字全息图记录过程中,激光光源、空气尘埃及记录系统中光学元件等引入的背景噪声严重影响再现像质<sup>[15,16]</sup>,选择双曝光法消除背景噪声<sup>[8,15]</sup>。将不同时间间隔所记录的两个全息图相减得到一反差全息图,如图 4(a)所示。在图 4(a)中不想要的背景信息

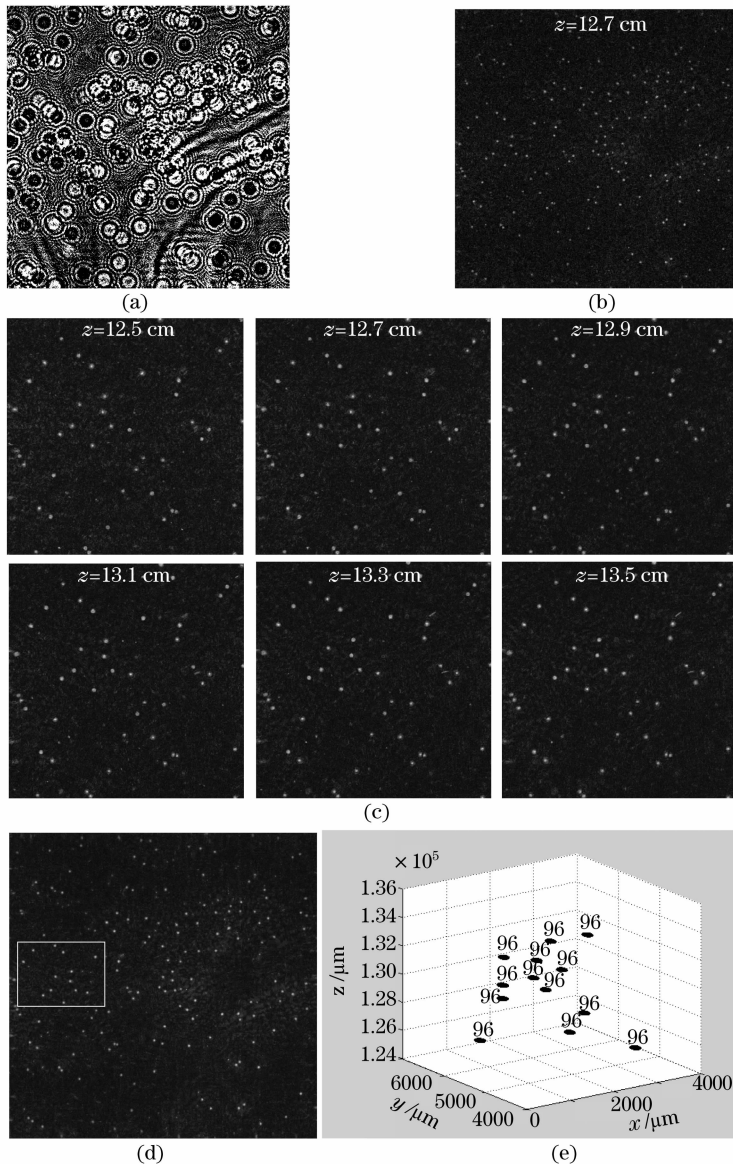


图 4 (a) 反差全息图;(b) 数字再现像;(c) 不同再现距离的数字再现像;  
(d) 全部粒子聚焦的合成图;(e) 图(d)中标识部分的 3D 粒子场分布图

Fig. 4 Experimental results; (a) contrast hologram; (b) numerical reconstruction image;  
(c) numerical reconstruction images at different reconstruction distances (d) combined  
in-focus images of all the particle; (e) 3D distribution of the labeled area in (d)

基本减去,有关粒子的信息保留下来。利用(6)式对图 4(a)进行卷积再现,再现像如图 4(b)所示,再现距离为  $z=12.7$  cm。图 4(c) 给出了不同再现像面的部分再现像,像素数为  $500 \text{ pixel} \times 500 \text{ pixel}$ ,再现距离  $z$  分别为  $12.5$  cm,  $12.7$  cm,  $12.9$  cm,  $13.1$  cm,  $13.3$  cm,  $13.5$  cm。在图 4(b)和图 4(c)中,既有聚焦粒子,又有离焦粒子,聚焦粒子为有清晰轮廓的明亮亮斑。对反差全息图的再现像,利用式(9)的方法,取其沿  $z$  轴方向在粒子场深度范围内的最大强度值,得到所有粒子聚焦再现像的合成图,如图 4(d),其强度分布可表示为

$$I_{\text{combined}}(x, y) = \max_z I(x, y, z)。 \quad (10)$$

对图 4(d)进行滤波,二值化,Roberts 算子边缘提取后,再利用 Hough 变换对边缘点进行处理,得到粒子直径为  $96 \mu\text{m}$ ,相对误差为  $6 \mu\text{m}$ 。由于 Hough 变换计算出的结果是像素值,而 CCD 每个像素的大小是  $12 \mu\text{m} \times 12 \mu\text{m}$ ,相差的  $6 \mu\text{m}$  仅为半个像素大小,在运算时无法避免。若想减小误差,可以使用像素尺寸较小的 CCD 记录,再对 Hough 变换所得的结果进行亚像素精度计算。图 4(e)为图 4(d)中标识部分的三维粒子分布图, $z$  轴为深度方向,13 个粒子分布在  $4 \text{ mm} \times 3 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$  体积中。

## 4 结 论

通过计算机模拟和实验研究验证了所提出的基于 Hough 变换的数字全息粒子尺寸测量方法。这种方法不仅可得到粒子的尺寸大小,还可获得粒子的位置信息,可应用于玻璃微球、喷雾、雾滴等粒子场的粒子尺寸、位置、速度等测量。再结合亚像素精度计算,对 Hough 变换获得的结果再进行亚像素精度计算,可以提高测量精度。对于非球形粒子,如椭圆形粒子,利用基于改进的 Hough 变化方法也可实现粒子尺寸测量。

## 参 考 文 献

- 1 J. D. Trolinger. Particle field holography[J]. *Opt. Eng.*, 1975, **14**(10): 383~392
- 2 F. Soulez, L. Denis, C. Fournier *et al.*. Inverse-problem approach for particle digital holography: accurate location based on local optimization[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, **24**(4): 1164~1171
- 3 N. Masuda, K. Kayama, H. Kono *et al.*. Special purpose computer for digital holographic particle tracking velocimetry[J]. *Opt. Express*, 2006, **14**(2): 587~592
- 4 L. Denis, C. Fournier, T. Fournel. Direct extraction of the mean particle size from a digital hologram[J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(5): 944~952
- 5 S. L. Pu, D. Allano, B. P. Rouland. Particle field characterization by digital in-line holography: 3D location and sizing[J]. *Exp. Fluids*, 2005, **39**(1): 1~9
- 6 V. Palero, M. P. Arroyo, J. Soria. Digital holography for micro-droplet diagnostics[J]. *Exp. Fluids*, 2007, **43**(2): 185~192
- 7 J. Sheng, E. Malkiel, J. Katz. Digital holographic microscope for measuring three-dimensional particle distributions and motions[J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(16): 3893~3901
- 8 Baozhen Ge, Qieni Lü, Yimo Zhang. Particle digital in-line holography with spherical wave recording[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2003, **1**(9): 517~519
- 9 Xiaofu He, Pengfei Shi. A new segmentation approach for iris recognition based on hand-held capture device[J]. *Pattern Recognit.*, 2007, **40**(4): 1326~1333
- 10 X. H. Pan, R. Luo, X. Y. Yang *et al.*. Three-dimensional particle image tracking for dilute particle-liquid flows in a pipe[J]. *Meas. Sci. Technol.*, 2002, **13**(8): 1206~1216
- 11 J. Cauchie, V. Fiolet, D. Villers. Optimization of an Hough transform algorithm for the search of a center[J]. *Pattern Recognit.*, 2008, **41**(2): 567~574
- 12 J. W. Goodman. Introduction to Fourier Optics[M]. New York: The McGraw-Hill Companies Inc. 1996
- 13 P. V. C. Hough. Method and means for recognizing complex patterns[P]. U. S. Patent, 3069654(1962).
- 14 Yu Songyu, Zhou Yuanhua, Zhang Rui. Digital Image Processing[M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University's Press, 2007. 291~295  
余松煜,周源华,张 瑞. 数字图像处理[M]. 上海:上海交通大学出版社,2007. 291~295
- 15 W. Xu, M. H. Jericho, I. A. Meinertzhagen *et al.*. Digital in-line holography of microspheres[J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(25): 5367~5375
- 16 Xin Kang. An effective method for reducing speckle noise in digital holography[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2008, **6**(2): 100~103