

文章编号: 0258-7025(2009)04-0836-06

# 二次晶体中准相位匹配孤子的激发与传输

周 骏<sup>1,2</sup> 任春阳<sup>1</sup> 孟小波<sup>1</sup> 高永峰<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 江苏大学机械工程学院光信息科学与技术系, 江苏 镇江 212013; <sup>2</sup> 宁波大学理学院光学研究所, 浙江 宁波 315211)

**摘要** 采用分步积分法,研究了形状为双曲正割平方的光束在线性和非线性极化率均被调制的一维准相位匹配(QPM)二次晶体中的传输特性。数值计算表明,在仅有基波(FW)注入的情况下,基波迅速激发出基态孤子,并呈现出固有的振荡态,二次谐波(SHW)虽然激发出谐波孤子,但相应的色散波现象比较明显;在同时注入基波与二次谐波的情况下,当它们的振幅和光束宽度满足一定条件时,两者均能够激发出稳定的孤子态,并且基态孤子的振荡更具周期性,二次谐波的色散波现象显著减弱。同时,注入的二次谐波的振幅存在一个临界值,可使激发的二次谐波孤子达到最佳孤子态。

**关键词** 非线性光学; 二次孤子; 分步积分法; 准相位匹配

中图分类号 O437 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20093604.0836

## Excitation and Transmission of Quasi-Phase-Matched Solitons in Quadratic Crystals

Zhou Jun<sup>1,2</sup> Ren Chunyang<sup>1</sup> Meng Xiaobo<sup>1</sup> Gao Yongfeng<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Optical Information science and Technology, School of Mechanical Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China

<sup>2</sup> Institute of Optics, Faculty of Science, Ningbo University, Ningbo, Zhejiang 315211, China

**Abstract** In one-dimensional quadratic crystals with modulation of both the linear and nonlinear susceptibilities, the transmission properties of the beam, whose wave form is the square of hyperbolic secant, are investigated by split-step integral approach. Numerical calculations indicate that fundamental soliton is rapidly excited when only fundamental wave (FW) is launched, and it presents inherent oscillation. The second harmonic wave (SHW) excites soliton, but the corresponding dispersive wave is obvious. However, while both FW and SHW are launched, and their amplitudes and beam widths are appropriate, both excited solitons are stable. The periodicity of fundamental soliton oscillation is more evident, and the dispersive wave of SHW is extremely weak. Moreover, there is a critical value of the launched SHW amplitude for the excited soliton to reach the optimum state.

**Key words** nonlinear optics; quadratic soliton; split-step integral approach; quasi-phase-matched

## 1 引言

由于在全光信号处理中有着潜在的应用,孤子研究一直是一个非常活跃的领域。最近人们集中研究了光折变介质<sup>[1,2]</sup>和强非局域<sup>[3,4]</sup>等介质中的孤子,而随着研究的不断进行,二阶非线性材料中的二次孤子研究也成为相当活跃的领域。一般地,二次孤子与非线性薛定谔方程所描述的孤子有类似的行为。理论<sup>[5,6]</sup>和实验<sup>[7]</sup>已经证实,在二阶非线性材料

中,双波参量频率转换的级联效应能够诱导出有效的三阶非线性(自聚焦或自散焦)效应,而利用准相位匹配(QPM)技术可以使双波参量相互作用更有效,它通过对光学晶体的畴取向进行周期性反转,诱导出一个附加的波矢来补偿波矢失配。QPM技术具有很多优点<sup>[8]</sup>。二阶非线性材料中基于QPM的一维<sup>[5,6,9]</sup>、二维<sup>[10]</sup>和自旋时空孤子<sup>[11]</sup>的理论分析已经报道,并且基于QPM所提出的开关方案<sup>[12,13]</sup>

收稿日期: 2008-07-02; 收到修改稿日期: 2008-08-07

基金项目: 国家自然科学基金(10574058),宁波市自然科学基金(2008A610001)和江苏大学科研基金(04JDG041)资助项目。

作者简介: 周 骏(1958—),男,教授,博士生导师,主要从事光孤子通信、光学与光电子技术等方面的研究。

和逻辑门<sup>[14]</sup>也已出现。已经观测到利用 QPM 技术产生的空间孤子,并且产生该类孤子所需的强度也比类似情况下的块状晶体中所需的强度低一个数量级<sup>[15]</sup>。文献[16]得到了平均场方程组的解析解。然而,由于平均场方程组的不可积分,目前得到的解析解不足以囊括由级联过程产生的类孤子行为,因而对其进行数值研究就显得尤为重要。

已经证实<sup>[17~19]</sup>,对于经典的耦合方程组<sup>[20]</sup>所描述的二次空间孤子而言,当用光束激发亮孤子时,总会产生振荡态,并且振荡态由孤子和线性色散波组成。同时,随着波的传输和色散波带来的功率泄漏,振荡的幅度会减小,尽管如此,功率泄漏的比率仍然是相当低的。Etrich 等<sup>[21]</sup>给出了理论解释,他们认为此类振荡与二次孤子的内在动力学相关,并展示了色散波是如何附属于孤子的。由于经典耦合方程组描述的二次孤子的场剖面存在以双曲正割平方( $\text{sech}^2(x)$ )的形式变化,因而推测平均场方程组描述的 QPM 孤子可能有类似的行为。对  $\text{sech}^2(x)$  光束在 QPM 二次晶体中的传输研究表明,在适当的条件下,此类光束能够激发出 QPM 孤子并稳定传输,这为利用 QPM 技术实现全光信号过程提供了一种新的注入源。

## 2 理论模型

考虑第一类二次谐波产生的情况下,一个连续波(FW,载频为  $\omega$ )及其二次谐波(SHW,载频为  $2\omega$ )在无损耗一维 QPM 光栅中传输时的相互作用。该 QPM 光栅由周期结构组成,它的折射率和二阶极化率均是纵向距离的周期函数,如图 1 所示。假定 QPM 光栅的折射率调制相当弱(即  $\Delta n_j(z)/\bar{n}_j \ll 1$ ,其中  $n_j(z) = \bar{n}_j + \Delta n_j(z)$ , $\bar{n}_j$  为平均折射率, $\Delta n_j$  为折射率调制深度, $j = 1,2$  分别代表基波和二次谐波),则反射和辐射损耗可以忽略。另外,仅考虑 QPM 光栅中的前向波,从而不会出现布拉格反射的情形。归一

化的缓变光束包络的演化为<sup>[20,22,23]</sup>

$$\begin{cases} i \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \alpha_1(z)w + \chi(z)w^* v e^{i\beta z} = 0, \\ i \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{4} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2\alpha_2(z)v + \chi(z)w^2 e^{-i\beta z} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

其中  $w = w(x, z)$  和  $v = v(x, z)$  分别是基波和二次谐波的包络函数,星号代表复共轭。横轴  $x$  和传输轴  $z$  分别以输入光束宽度  $x_0$  和衍射长度  $L_d = k_1 x_0^2$  为基本单位。 $\alpha_j(z) = L_d \omega \Delta n_j(z)/c$  是对光栅折射率的归一化调制, $c$  为光速, $\chi(z) = L_d \omega d_{\text{eff}}(z)/(\bar{n}_1 c)$  是对光栅非线性系数的归一化调制,其中  $d_{\text{eff}} = \chi^{(2)}/2$ ,为有效非线性系数。 $\beta = \Delta k L_d$  是归一化的波矢失配参量,它与  $\Delta k = k_2 - 2k_1$  成比例,其中  $k_j = j\omega \bar{n}_j/c$  是平均波数,正常色散时  $\beta > 0$ ,反常色散时  $\beta < 0$ 。

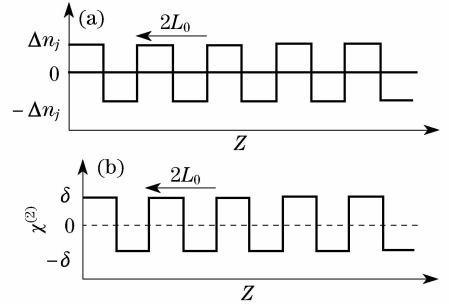


图 1 QPM 光栅的结构示意图。(a)光栅的折射率调制;(b)非线性系数调制。 $\delta_0$  为非线性系数的平均值, $\delta$  为非线性系数的调制深度)

Fig. 1 Schematic diagram of a QPM grating. (a) and (b) are respectively refractive index modulation and nonlinearity modulation of the grating.  $\delta_0$  and  $\delta$  are the average and the modulation amplitudes of quadratic nonlinearity, respectively

仅考虑第一阶 QPM,并令光栅的占空比为 50%,将方程组(1)进行傅里叶展开并整理之后,得到适用于平均场的精确方程组<sup>[6]</sup>

$$\begin{cases} i \frac{\partial w_0}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \rho w_0^* v_0 + \gamma(|v_0|^2 - |w_0|^2)w_0 = 0 \\ i \frac{\partial v_0}{\partial z} + \frac{1}{4} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + \tilde{\beta} v_0 + \rho^* w_0^2 + 2\gamma|w_0|^2 v_0 = 0 \end{cases}, \quad (2)$$

其中  $w_0$  和  $v_0$  分别是  $w(x, z)$  和  $v(x, z)$  傅里叶展开式的直流分量,谐波分量  $w_{m \neq 0}$  和  $v_{m \neq 0}$  可以通过  $w_0$  和  $v_0$  得到, $\tilde{\beta} = \beta - \kappa$  是剩余失配参量(其中, $|\kappa| = \pi/L_0$ ,理想情况下  $\tilde{\beta} = 0$ ), $\rho$  和  $\gamma$  分别为有效的二阶非线性和诱导的三阶非线性参量,并且给定光栅傅里叶系数之和<sup>[5,6]</sup>。

### 3 QPM 孤子的激发与传输

为了研究  $\text{sech}^2(x)$  形状的光束在 QPM 二次晶体中的传输特性,对方程组(2)进行数值计算,计算方法采用分步积分方法<sup>[24]</sup>。用以下孤立波作为初

始输入光束,即

$$\begin{cases} \omega_0 = A \text{sech}^2(\eta x) / |\rho| \\ v_0 = B \text{sech}^2(\eta x) / \rho \end{cases}, \quad (3)$$

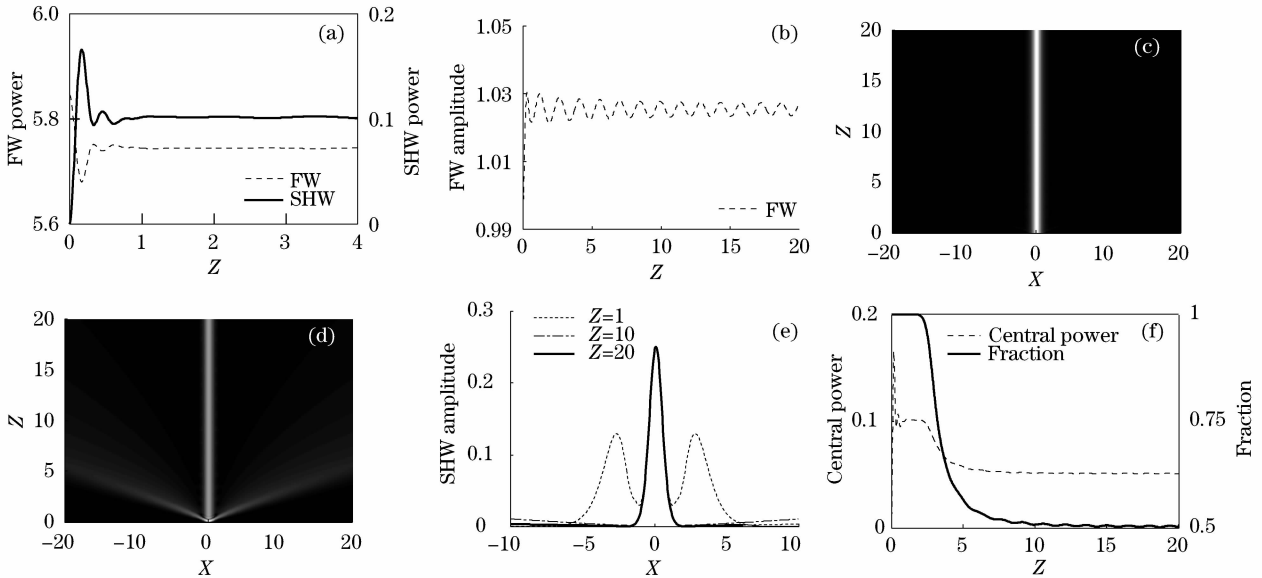


图 2 (a)FW 和 SHW 的功率交换;(b)FW 的振幅演化;(c)和(d)分别为 FW 和 SHW 的强度传输图;

(e) SHW 在 3 个不同纵向距离处的剖面图;(f)中心区域内的 SHW 孤子的功率及其与总的

SHW 功率比值的变化,其中  $A=2, B=0, \eta=1.81$

Fig. 2 (a) Power exchange between the FW and SHW; (b) Amplitude evolution of the fundamental wave;

(c) and (d) are the beam intensity propagations of FW and SHW, respectively; (e) Profiles of

SHW at three different distances; (f) Power of SHW soliton and its fraction in total SHW power

versus propagation distance; and  $A=2, B=0, \eta=1.81$

其中  $A$  和  $B$  为正实数,  $\eta$  为光束宽度参量。同时,取典型参量:  $\rho=0.71i, \gamma=-1, \tilde{\beta}=3$ , 这对应于亮孤子情形。数值计算中,为了避免光束的功率外泄,归一化的横轴方向计算窗口至少选择为  $(-80, 80)$ 。基波和二次谐波各自携带的功率及总功率  $P_T$  分别为

$$\begin{cases} P_{FW} = \int |\omega_0|^2 dx \\ P_{SH} = \int |v_0|^2 dx \\ P_T = \int |\omega_0|^2 + |v_0|^2 dx \end{cases}, \quad (4)$$

光束传播的演化遵守功率守恒。同时,特别观察  $(-10, 10)$  的窗口区域(称此区域为中心区域)的功率变化,因为大部分功率集中在横向轴的中央。

#### 3.1 无二次谐波注入 ( $B=0$ )

首先,研究常见的一种实验情况,即仅有基波注入,无二次谐波( $B=0$ )注入时情况。图 2 给出了上述光束的演化传输结果。

由图 2(a)可以看出,在 4 个衍射长度内,发生了强烈的功率交换。基波的部分功率首先转换为二

次谐波的功率,这种功率的上转换确保了二次谐波的产生;然后两者发生相互作用,二次谐波的功率在经历了一个急剧上升之后,而后下降,之后两者基本保持稳定传输。基波在经历初始整形之后,很快就激发出孤子,孤子振幅始终有微量的振荡,并且振荡幅度有逐渐减弱的趋势,正如图 2(b)和(c)所示。

然而,基波所包含的色散波不论是振幅还是所携带的功率,都是相当小的,从而在数值实验中的现象并不明显。在相当短的距离内,孤子态就趋于稳定,色散波仅引起孤子态振幅的微弱振荡。而对于二次谐波来说,由于携带的功率相对较小,从而色散波的现象相对明显。由图 2(d)和(e)可以看出,在传输过程中,光束的中心较强部分产生孤子,两翼则形成两个非孤子分量(色散波)。同时,色散波随着传输距离的增大而展宽,其振幅逐渐变小,这意味着两翼部分的功率逐渐发散。在传输到一定距离之后,中心较强部分的波形(孤子)始终无变化,光束的大部分功率始终局域在横向窗口的中央。从实验的观点来看,只要空间孤子在 5~10 个衍射长度内保

持局域特点,就认为它是稳定的空间孤子,从而达到了激发 QPM 孤子的目的。

计算表明,对于图 2 所示的情况,在大约 10 个衍射长度之后二次谐波才激发出相对稳定的孤子,同时,中心区域内的孤子所携带的功率一直保持在二次

谐波携带的功率的 50% 左右,如图 2(f) 所示。值得一提的是,虽然这一比值仅有 50% 左右,但是中心区域内基波和二次谐波孤子所携带的功率却占总功率的 99% 以上,这就意味着功率扩散是非常小的。

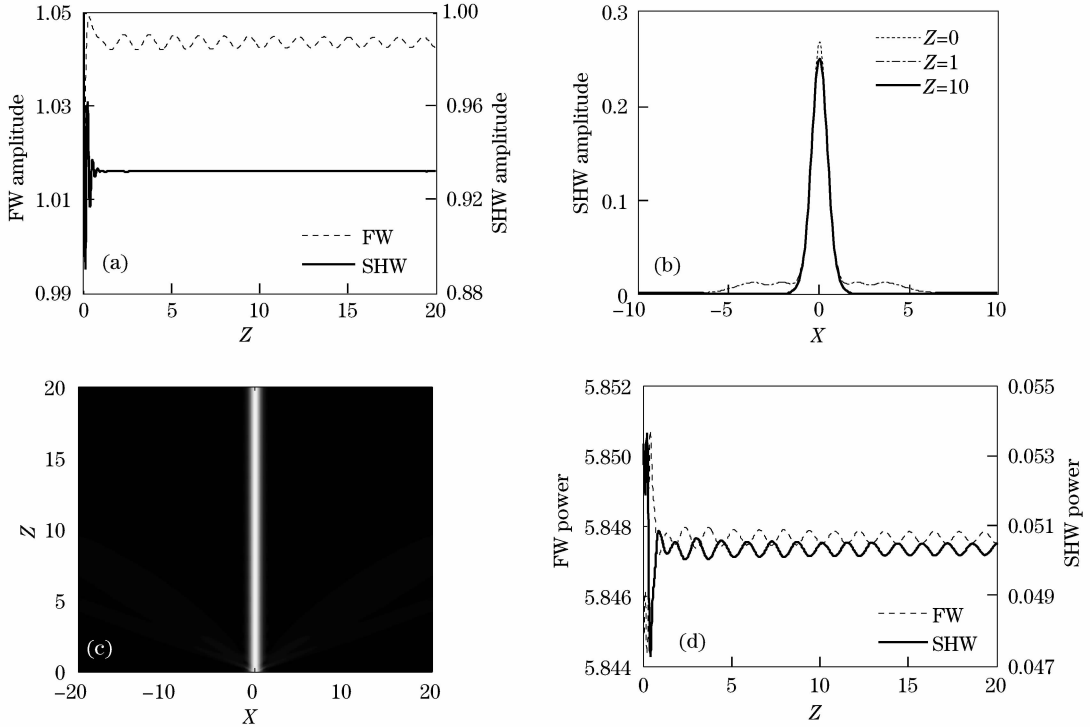


图 3 (a)FW 和 SHW 的振幅演化;(b) SHW 在 3 个不同纵向距离处的剖面图;(c) SHW 的强度传输图;  
(d) FW 和 SHW 所携带的功率变化;以上各图中, $A=2, B=0.19, \eta=1.81$

Fig. 3 (a) Evolutions of the amplitudes of FW and SHW; (b) Profiles of SHW at three different distances; (c) Propagation of SHW beam intensity; (d) Powers of FW and SHW versus propagation distance; and  $A=2, B=0.19, \eta=1.81$

### 3.2 有二次谐波注入 ( $B \neq 0$ )

在有二次谐波注入的情况下,基波与二次谐波的演化如图 3 所示。

由图 3(a) 可知,与无二次谐波注入的情况相比,基波所激发出的孤子振荡幅度更具周期性,且振荡幅度减弱的趋势并不明显。同时,相对初始注入而言,二次谐波的归一化振幅变小。二次谐波的注入使得二次谐波的非孤子分量(色散波)迅速展宽,正如图 3(b) 所示。由图 3(c) 可以看出二次谐波的注入使得二次谐波的强度更集中,激发的孤子态更明显。由图 3(d) 可以看出,基波与二次谐波在第 1 个衍射长度内发生较为强烈的功率交换,之后仅有微量的功率交换,且功率交换有着一定的周期性。

同样地,对激发的二次谐波孤子所携带的功率(仅考虑中心区域)进行数值计算,结果表明,在约为 8 个衍射长度之后,二次谐波孤子所携带的功率开

始存在一定的规则振荡,这与基波之间进行的功率交换相关联,但是其与总的二次谐波功率的比值却趋于平稳。如图 4(a) 所示,在 8 个衍射长度之后,功率比值稳定在 0.982 附近。并且与无二次谐波注入相比,功率发散显著减小。

研究表明,在有二次谐波注入的情况下,很小功率的注入就能使激发的二次孤子的特性显著增强。计算表明,对于  $A=2, \eta=1.81$ ,当  $B=0.19$  时,就输出端而言,激发出的二次谐波孤子的功率比值达到最大。由图 4(b) 可以看出,随着注入的二次谐波归一化振幅的增大,功率趋于集中,输出端的孤子态更加明显。然而,当  $B > 0.19$  时,振幅的继续增大却引起二次谐波孤子的功率比值变小,二次谐波的孤子态被削弱。因此,控制注入的二次谐波的强度(振幅)对于二次谐波孤子的形成有着重要的意义。

对比  $\text{sech}^2(x)$  光束在两种注入情况下的数值

结果,可以发现一定衍射长度之后,尽管基波激发的孤子的振幅仍发生弱的振荡,然而,二次谐波激发的孤子的振幅始终维持在 0.25 左右,并未像基波孤子一样存在振荡。这可能是由于功率交换更多地影响二次谐波非孤子分量(色散波)的形态,同时由于功

率交换很弱,从而二次谐波孤子的最大振幅无变化。研究发现,在上述注入光束所取参量的基础上,保持  $A, B$  和  $\eta$  中的任意两个值不变,第三个值的较小变化均不会明显改变输出结果,这对于孤子的传输而言是一个有利的因素。

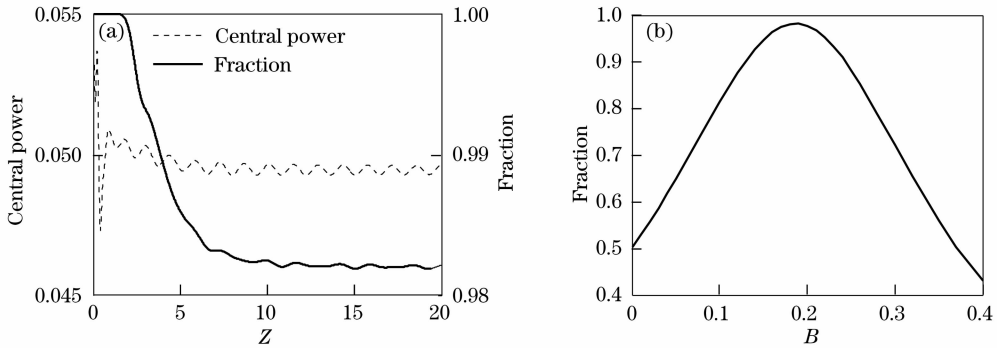


图 4 (a)中心区域内 SHW 孤子所携带的功率及其与总的 SHW 功率比值的变化,所取参量与图 3 相同;

(b)输出端 SHW 孤子功率与总的 SHW 功率比值随  $B$  值的变化,其中  $A=2, \eta=1.81$

Fig. 4 (a) Power of SHW soliton and its fraction in total SHW power versus propagation distance, with the same parameter as fig. 3; (b) Fraction of the output SHW soliton power in the total SHW power versus  $B$  for  $A=2, \eta=1.81$

## 4 结 论

研究表明,形状为  $\text{sech}^2(x)$  的光束能够在 QPM 二次晶体中激发出孤子并且稳定地传输。在两种不同的光束注入情况下,通过孤子激发的数值计算,发现有二次谐波注入时的输出效果要远优于无二次谐波注入的情况。同时,发现为了获得最佳输出效果,注入的二次谐波的振幅存在一个临界值,初始注入孤立波振幅  $A, B$  和光束宽度参量  $\eta$  在一定范围内的微小改变对孤子的激发与传输并不会产生明显的影响。研究结果为基于 QPM 技术实现全光信号处理过程提供了一种新的注入源。

## 参 考 文 献

- Zhang Yu, Hou Chunfeng, Sun Xiudong. Temperature effects on the photovoltaic spatial solitons in two-photon photorefractive media [J]. *Chinese. J. Lasers*, 2008, **35**(5): 694~697  
张宇,侯春风,孙秀冬. 温度对双光子光折变介质中光伏孤子特性的影响[J]. *中国激光*, 2008, **35**(5): 694~697
- Dong Liangwei, Ma Lihong, Wang Hui. Self-bending effect of spatial soliton in photorefractive medium [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1485~1489  
董亮伟,马利红,王辉. 光折变介质中空间光孤子自弯曲现象研究[J]. *光学学报*, 2007, **27**(8): 1485~1489
- Liu Jinlong, Chen Jinhua, Li Hai *et al.*. Family of super-Gaussian beams spatial optical solitons in strong non-local nonlinear media [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(7): 1261~1265  
刘金龙,陈金华,李海等. 强非局域非线性介质中的超高斯空间光孤子族[J]. *光学学报*, 2007, **27**(7): 1261~1265
- Ren Biao, Guo Qi, Lan Sheng *et al.*. The interaction of multi-spatial solitons in strongly nonlocal media [J]. *Acta Optica*

*Sinica*, 2007, **27**(9): 1668~1674

- 任标,郭旗,兰胜等. 强非局域介质中多个空间孤子的相互作用[J]. *光学学报*, 2007, **27**(9): 1668~1674
- C. B. Clausen, O. Bang, Y. S. Kivshar. Spatial solitons and induced Kerr effects in quasi-phase-matched quadratic media [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**(25): 4749~4752.
- J. F. Corney O. Bang. Solitons in quadratic nonlinear photonic crystals [J]. *Phys. Rev. E.*, 2001, **64**(4): 047601
- P. D. Trapani, A. Bramati, S. Minardi *et al.*. Focusing versus defocusing nonlinearities due to parametric wave mixing [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **87**(18): 183902
- M. M. Fejer, G. A. Magel, D. H. Jundt *et al.*. Quasi-phase-matched second harmonic generation: tuning and tolerances [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1992, **28**(11): 2631~2654
- J. F. Corney O. Bang. Complete modulational-instability gain spectrum of nonlinear quasi-phase-matching gratings [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2004, **21**(3): 617~621
- N. C. Panoiu, D. Mihalache, D. Mazilu *et al.*. Two-dimensional solitons in quasi-phase-matched quadratic crystals [J]. *Phys. Rev. E*, 2003, **68**(1): 016608
- C. Panoiu, R. M. Osgood, Jr, B. A. Malomed *et al.*. Parametric light bullets supported by quasi-phase-matched quadratically nonlinear crystals [J]. *Phys. Rev. E*, 2005, **71**(3): 036615
- A. Kobaykov, F. Lederer, O. Bang *et al.*. Nonlinear phase shift and all-optical switching in quasi-phase-matched quadratic materials [J]. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(7): 506~508
- O. Bang, T. W. Graversen, J. F. Corney. Accurate switching intensities and length scales in quasi-phase-matched materials [J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(13): 1007~1009
- H. P. Tian, J. Tian, Y. F. Ji. Bright and dark solitons in quadratic nonlinear periodic structures and application to all-optical logic gate [J]. *J. Phys. B*, 2007, **40**(7): 1391~1402
- B. Bourliaguet, V. Couderc, A. Barthelemy *et al.*. Observation of quadratic spatial solitons in periodically poled lithium niobate [J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(20): 1410~1412
- H. P. Tian, J. P. Tian, Z. H. Li *et al.*. Optical solitary wave

- solutions in quadratic nonlinear media [J]. *Opt. Commun.*, 2005, **247**(1~3):225~232
- 17 L. Torner, C. R. Menyuk, G. I. Stegeman. Bright solitons with second-order nonlinearities [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1995, **12**(5):889~897
- 18 L. Torner, E. M. Wright. Soliton excitation and mutual locking of light beams in bulk quadratic nonlinear crystals [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1996, **13**(5):864~875
- 19 L. Torner, C. R. Menyuk, W. E. Torruellas *et al.*. Two-dimensional solitons with second-order nonlinearities [J]. *Opt. Lett.*, 1995, **20**(1):13~15
- 20 C. R. Menyuk, R. Schiek, L. Torner. Solitary waves due to X(2):X(2) cascading [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1994, **11**(12):2434~2443
- 21 C. Etrich, U. Peschel, F. Lederer *et al.*. Origin of the persistent oscillations of solitary waves in nonlinear quadratic media [J]. *Phys. Rev. E*, 1996, **54**(4):4321~4324
- 22 J. A. Amstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing *et al.*. Interactions between light waves in a nonlinear dielectric [J]. *Phys. Rev.*, 1962, **127**(6):1918~1939
- 23 O. Bang. Dynamical equations for wave packets in materials with both quadratic and cubic response [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1997, **14**(1):51~61
- 24 Xianfeng Chen, Yi Yang, Feiyu Wang *et al.*. Generation and evolution of quadratic dark spatial solitons using the wavefront modulation method [J]. *Opt. Express*, 2005, **13**(22):8699~8707