

文章编号: 0258-7025(2009)03-736-06

彩虹测粒技术反演算法

潘 琦 王式民

(东南大学能源与环境学院, 江苏 南京 210096)

摘要 对彩虹测粒技术的参数反演进行研究, 提出了一种新的参数反演模型和算法。新算法基于经验模态分解(EMD)的去噪技术, 能在较低信噪比(SNR)条件下有效滤除噪声干扰, 并能有效避免信号损失和信号的空间偏移; 提出了一种特征点提取技术, 能有效压缩反演计算量; 提出了基于电磁散射中德拜(Debye)理论的反演最优点搜索算法, 能较精确迅速地找到反演最优点; 提出了基于米氏(Mie)理论的参数精确反演, 大大提高了反演的准确性, 降低了折射率的反演误差, 扩大了算法适用范围。为验证算法精度, 模拟分析了直径范围 35 ~ 900 μm , 折射率范围 1.32~1.34 的水液滴在不同噪声环境下的参数反演。结果表明, 在信噪比高于 40 dB 的情况下, 直径反演结果可精确到 1 μm , 折射率反演结果可精确到小数点后三位; 当信噪比降至 5 dB 时, 直径反演最大误差小于 10%, 折射率反演最大误差小于 0.1%。

关键词 测量; 光散射测量; 彩虹反演算法; 经验模态分解; 德拜理论

中图分类号 TN247 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL20093603.0736

Inversion Algorithm of Rainbow Measurement

Pan Qi Wang Shimin

(Department of Power Engineering, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

Abstract The parameter inverse algorithm of rainbow measurement was studied. The mathematic model was built and a novel inverse algorithm was presented. The new algorithm removes noise using the technique based on empirical mode decomposition(EMD)which can filter out the noise interference under low signal-to-noise ratio(SNR) condition and effectively avoid signal loss and shift. A feature point extraction technique was presented, to compress the inversion calculation. An optimal point search algorithm based on Debye theory was proposed which can rapidly find the relatively exact inversion parameter, and more accurate parameter was obtained using Mie theory. The new algorithm greatly improves the accuracy of parameter inversion, especially reduces the refractive index inversion error and expands the application scope. The algorithm was validated by numerical test in different noisy environment for water droplets with diameter range from 35 μm to 900 μm and refractive index from 1.32 to 1.34. It is showed that the inversion diameter accuracy can reach 1 μm , and refractive index can reach the third place after decimal point with the SNR above 40 dB. When the SNR drops to 5 dB, the maximum inversion error of diameter is less than 10% and error of refractive index is less than 0.1%.

Key words measurement; light scattering measurement; rainbow inversion algorithm; empirical mode decomposition; Debye theory

1 引 言

液雾参数测量在燃烧、雾化及蒸发冷却等众多领域的研究中具有非常重要的意义。其中, 彩虹测粒技术可实时同步测量液滴的粒径和折射率, 具有快速、非接触和信息量大等优点^[1~5]。

目前彩虹测粒技术还存在若干亟待解决的问题, 还未出现真正意义上的反演算法。大部分采用经验公式^[6], 造成对应用范围和精确度的限制; 目前的研究主要基于艾里(Airy)衍射理论, 适用的粒径范围小^[1,6,7]; 大部分方法的抗噪声能力不足, 只能采用大功率激光器以提高信噪比(SNR), 而大功率

收稿日期: 2008-02-18; 收到修改稿日期: 2008-06-13

作者简介: 潘 琦(1980—), 女, 博士研究生, 主要从事光散射测量方面的研究。E-mail: qpan@seu.edu.cn

导师简介: 王式民(1943—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事多相流测量方面的研究。E-mail: smwang@seu.edu.cn

激光会对液滴产生热效应甚至非线性极化效应^[8], 进而影响折射率测量精度。

本文针对这些问题, 建立了彩虹参数反演的数学模型, 提出了一种彩虹参数反演算法。此算法通过基于经验模态分解(EMD)的去噪声技术能在较低信噪比条件下有效地滤除噪声干扰。算法基于电磁散射中的德拜(Debye)理论与米氏(Mie)理论, 可在各种直径条件时比 Airy 理论更为精确反演液滴的折射率和直径。

2 彩虹测粒技术基本原理

当一束平行单色激光照射到均匀球形粒子上, 部分光被反射, 部分光射入球内经球内表面一次反射后出射。在此过程中出射光之间以及与球外表面反射光之间相互干涉, 会在液滴的后向散射区内形成一系列的光强振荡波纹, 称为一阶彩虹。彩虹测粒技术通过 CCD 记录液滴彩虹散射区内的光强分布, 进而求得液滴的直径和折射率。目前大部分研究均根据 Airy 衍射近似理论, 此类常规算法通过固定的截止频率在频谱上滤去彩虹的高频波纹(Ripple)结构频率, 再通过频域空间域转换, 重建只包含附属虹(Supernumerary)结构的彩虹信号, 最后根据 Supernumerary 结构波峰的角度位置和间隔求得折射率和直径。Airy 衍射理论在小粒径条件下与彩虹真实光强分布的近似性较差, 使得常规算法在小粒径情况下误差较大; 此外截止频率的选取和信号的重建也会引起相应的误差, 并易受噪声影响; 特别是常规算法中折射率受到直径误差的影响极大, 造成折射率精度不高。

3 彩虹参数反演算法的数学模型

作为一种特殊的光散射现象, 一阶彩虹的精确光强分布可由 Mie 散射理论给出。根据 Mie 理论, 彩虹结构具有强烈的偏振性, 当入射光偏振方向垂直于散射面时, 彩虹结构最为显著。此时一阶彩虹的散射光强为^[9]

$$I(x, m, \theta) = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 r^2} |S_1(x, m, \theta)|^2 I_0, \quad (1)$$

式中 I_0 为入射光光强, λ 为入射光波长, r 为液滴与接收器之间的距离, $x = \pi D/\lambda$ 为尺寸参数, m 为液滴折射率, θ 为散射角度, $S_1(x, m, \theta)$ 为垂直散射面的散射光振幅函数。设定如下目标函数

$$\varphi(x, m) = \sum_{k=1}^K [I(x, m, \theta_k) - I(\theta_k)]^2, \quad (2)$$

式中 $I(x, m, \theta_k)$ 为计算值, $I(\theta_k)$ 为 CCD 在不同像元上接收到的实际测量值, 函数 $\varphi(x, m)$ 的值反映了测量值与计算值之间的相对误差。于是彩虹参数反演可以化为在二维空间上求解 $\min[\varphi(x, m)]$ 的最优化问题。

4 彩虹参数反演算法

4.1 基于经验模态分解的去噪技术

一阶彩虹发生在液滴的后向散射区, 与液滴的前向散射光相比, 彩虹散射光光强较弱, 易受噪声影响。经验模态分解是一种新信号分解方法^[10]。此方法能将信号分解成若干个具有不同频率成分的固有模态函数(Intrinsic Mode Function, IMF)和一个残余分量。一阶彩虹是各类光线干涉的叠加结果, 因此彩虹的 EMD 分析可视为这种叠加的逆向分解。采用基于镜像闭合延拓^[11,12]的 EMD 算法对彩虹信号进行分解。当噪声信号较强时, EMD 算法可依次分解出若干个包含噪声信号的 IMF。为此对分解出的各 IMF 进行自相关分析, 因为彩虹信号具有较强的自相关性, 以此区分出噪声。去噪过程就是直接从原信号中减去噪声分量。由于 EMD 去噪始终在空间域进行, 无需在空间域与频域间转换, 因此能有效避免信号损失和信号的空间偏移。图 1(a)是未加噪声的彩虹光强信号, 图 1(b)是叠加了随机噪声的彩虹光强信号, 图 1(c)是去噪后得到的光强信号。从图 1 看出, 基于 EMD 的去噪技术有效地滤除了随机噪声, 与未加噪声的彩虹光强信号相比, 去噪后的彩虹光强的强度及波峰位置基本不

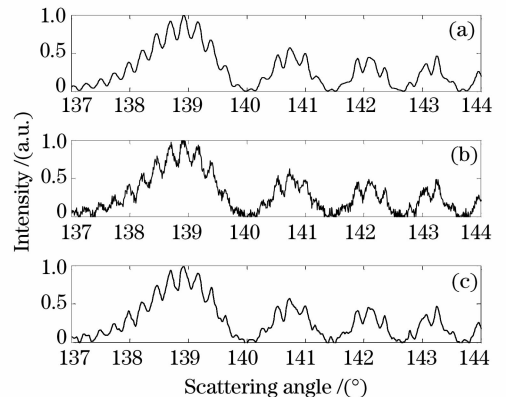


图 1 基于经验模态的去噪结果。(a)彩虹信号;(b)混入噪声的彩虹信号;(c)去噪后的信号

Fig. 1 Result by EMD-based denoising ($\lambda = 0.506 \mu\text{m}$, $D = 200 \mu\text{m}$, $m = 1.334$). (a) rainbow signal; (b) rainbow signal plus noise; (c) filtered rainbow signal

变,充分证明了此技术的有效性。

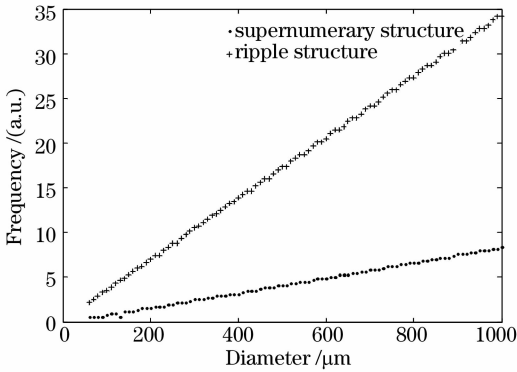


图2 液滴直径与频率的关系图

Fig. 2 Relationship between droplet diameter and the frequency ($\lambda = 0.506 \mu\text{m}$, $m = 1.33$)

4.2 直径折射率的初值选取

一个相对准确的初始值可缩短参数反演的时间。研究发现,彩虹 Supernumerary 结构的频率及叠加在其上的 Ripple 结构的频率与液滴直径之间均有近似的线性关系,如图 2 所示。由于此线性关系受折射率的影响较小,在折射率为 1.33 的条件下利用 Mie 理论模拟建立了彩虹空间频率与直径的对应表,通过对彩虹进行频谱分析,获得彩虹 Supernumerary 结构频率及 Ripple 结构频率,进而查表插值获得直径初始值 D_0 ,有

$$D_0 = \frac{1}{2}(D_{\text{Supernumerary}} + D_{\text{Ripple}}), \quad (3)$$

式中 $D_{\text{Supernumerary}}$, D_{Ripple} 分别为由 Supernumerary 频率和 Ripple 频率求得的直径。

根据 Airy 衍射理论和几何光学理论,推导出公式

$$\theta = \pi - 4\arcsin\left(\frac{4 - m_1^2}{3m_1^2}\right)^{1/2} + 2\arcsin\left(\frac{4 - m_1^2}{3}\right)^{1/2} + \frac{1.0845}{\left[\frac{16D_0^2}{\lambda^2}\left(\frac{3}{4 - m_1^2}\right)^{1/2}\right]^{1/3}\left(\frac{m_1^2 - 1}{3}\right)^{1/2}} \quad (4)$$

式中, θ 为彩虹 Supernumerary 结构第一强度波峰的角度位置。由于一阶彩虹的 Supernumerary 结构上叠加有 Ripple 结构,无法直接得到 θ , 研究发现,通过提取彩虹信号最高峰附近的下凹极大值点,利用二次多项式来拟合彩虹 Supernumerary 结构第一强度波峰能取得较为准确的 θ 值。利用 θ 值,通过解非线性方程(4),可获得折射率初值 m_1 。

4.3 特征点提取

根据式(2),彩虹参数需通过计算值与 CCD 不同像元点检测到的光强进行误差求和比较来反演。

而若在彩虹全部测量像元点处进行反演,工作量较大,会造成实时计算的困难。研究发现,提取彩虹 Supernumerary 结构第一峰周期内的极值点作为特征点,利用特征点进行反演计算能大大压缩计算量而基本不影响反演算法的计算精度。

4.4 基于 Debye 理论的参数反演

根据 Mie 理论,垂直散射面的散射光振幅函数可表示为^[7]

$$S_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)}(a_n\pi_n + b_n\tau_n), \quad (5)$$

式中 π_n, τ_n 为散射角函数; a_n, b_n 为 Mie 散射系数,此系数由颗粒的直径与折射率决定,是一系列 Ricatti-Bessel 函数构成的无穷序列。将 Debye 理论用于 Mie 散射系数的分解,将散射光根据其物理意义分类,以 Debye 级数的形式展开,有^[13~15]

$$\left. \begin{matrix} a_n \\ b_n \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2}\left[1 - R_n^{212} - \sum_{p=1}^{\infty} T_n^{21}(R_n^{121})^{p-1} T_n^{12}\right], \quad (6)$$

式中第一项 $1/2$ 表示衍射光,第二项 R_n^{212} 表示球面直接反射光,第三项 $\sum_{p=1}^{\infty} T_n^{21}(R_n^{121})^{p-1} T_n^{12}$ 是一几何级数求和。它的每一项表示射入介质球,经过 $p-1$ 次内反射后出射的光。根据 Mie 理论,散射光本质上是一系列矢量球谐波的叠加,而 Debye 理论可以看作是这种叠加的逆向分解,因此根据不同的级数 p , Debye 理论可精确表述每种光线对散射场的单独贡献,或者几种光线对散射场的综合贡献。当级数趋向无穷时,Debye 理论与 Mie 理论相一致。根据彩虹的形成原理,彩虹的 Supernumerary 结构可由 Debye 理论中的 $p = 2$ 光线表示,而彩虹的 Ripple 和 Supernumerary 的叠加结构可由 Debye 理论中的球面反射光(用 $p = 0$ 表示)和 $p = 2$ 光线表示,如图 3 所示。

从图 3 中还可以看出,由 Mie 理论模拟的彩虹区真实光强振荡剧烈,将大大影响反演过程中解的适定性。而 Debye 理论中的 $p = 2$ 光线由于去除了其他散射光的影响,只保留了 Supernumerary 结构,使模拟的彩虹光强曲线规则性波动并在 Supernumerary 结构周期内保持光滑,这将有反演参数的获取。

利用 Mie 理论模拟了直径为 $100 \mu\text{m}$, 折射率为 1.33 的液滴在彩虹区的真实光强分布。在不同直径条件下用三种理论对式(2)中的目标函数进行计算,如图 4 所示。从图中可以看出,不同直径下 Mie 理论计算的结果杂乱无章,振荡剧烈,具有很多个局

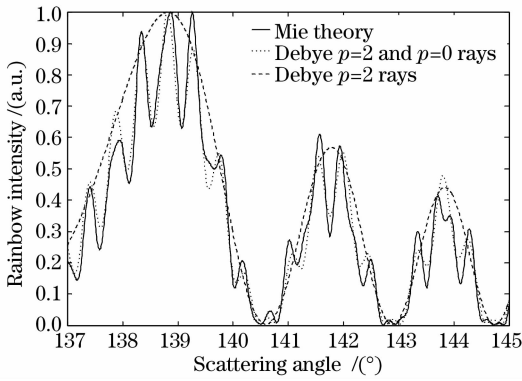


图 3 三种理论模拟的彩虹光强分布

Fig. 3 Rainbow scattering intensity distribution simulated by three theories($\lambda=0.506 \mu\text{m}$, $D=100 \mu\text{m}$, $m=1.33$)

部最小点,造成参数反演的困难。不同直径下 Debye 理论中 $p=2$ 和 $p=0$ 光线计算的结果虽然有振荡,但已呈现一定的规律性。而不同直径下 Debye 理论中 $p=2$ 光线计算结果的曲线光滑,只有唯一的最小点,并且在最小点前后都呈现良好的单调性。因此根据其单调性能迅速地找到直径的最优点。利用 Debye 理论中 $p=2$ 光线在不同折射率不同直径下对式(2)中的目标函数进行计算,结果见图 5。随着折射率的逐渐增高,直径最优点逐步右移。并且随着折射率向真实值逐步逼近,直径最优点所对应的目标函数值也逐渐减小。

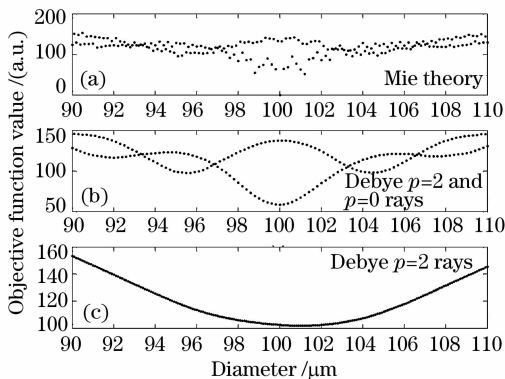


图 4 三种理论的模拟结果

Fig. 4 Simulated results using three theories($\lambda=0.506 \mu\text{m}$)

综上所述,可建立基于 Debye 理论的反演算法:1)在折射率初值 m_1 下根据 Debye 理论中的 $p=2$ 光线在直径初值 D_0 附近采用逐级缩小搜索步长的方法搜索直径最优点 D_1 。2)分别微增和微减折射率初值,根据折射率改变的方向确定直径最优点的搜索方向,分别获得微增和微减折射率下直径最优点,并比较各直径最优点对应的目标函数值大小,确定折射率的改变方向。3)根据折射率的改变方向调整折射率并确定直径最优点的搜索方向,获

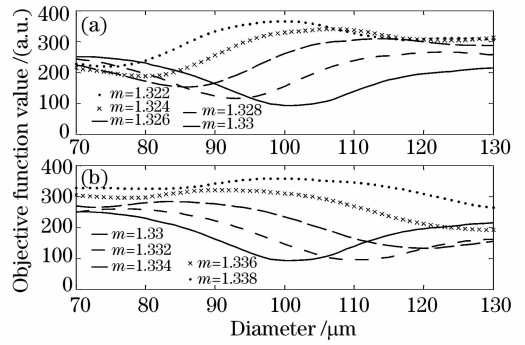


图 5 Debye $p=2$ 光线模拟结果

Fig. 5 Simulated results using Debye $p=2$ rays ($\lambda=0.506 \mu\text{m}$)

得调整后的折射率 m_n 及此折射率下的直径最优点 D_n 。最后,重复步骤三直至当前直径最优点对应的目标函数值为最小,此时的折射率 m_{opt} 和直径 D_{opt} 即为最优折射率和直径。

因为 Debye 理论中 $p=2$ 光线仅能反映彩虹的 Supernumerary 结构,使获得的直径最优点与真实值之间有 5%左右的差异,并因此影响折射率。而由直径误差引起的折射率误差随粒径的减小而增加,因此对小液滴折射率影响更大。为此采用 Mie 理论对 Debye 理论下获得的最优折射率和直径进行修正。首先从最优折射率 m_{opt} 开始,逆折射率改变方向,选择折射率误差范围内的 m_n 。然后分别在各 m_n 对应的最优直径 D_n 周围 5%的范围内开一个小搜索窗。利用 Mie 理论进行搜索,找到新的直径最优点并记录下其对应的目标函数值。最后,具有最小目标函数值的那组直径和折射率即为修正后的最优直径和折射率。而对直径初值小于 $70 \mu\text{m}$ 的小粒径,在进行 Debye 理论反演前首先将彩虹信号最高峰值位置与由 EMD 分解出的 Supernumerary

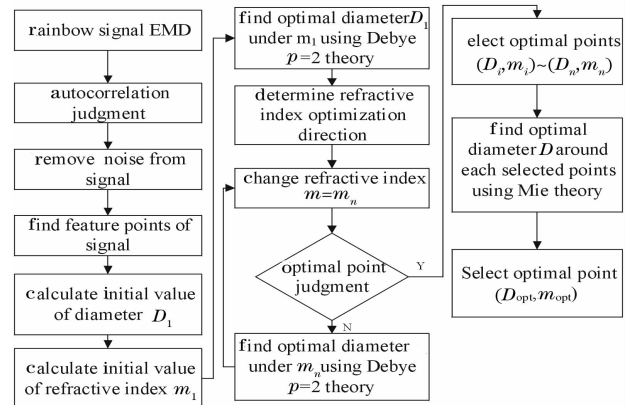


图 6 算法流程

Fig. 6 Schematic of the proposed algorithm

结构第一峰值位置进行移位变换,利用这种变换技术可以有效地降低直径误差对折射率的影响。总的算法流程图如图 6 所示。

5 算法结果讨论

应用本文提出的反演算法,对水滴的彩虹测粒参数反演问题进行了数值模拟。激光光源的波长为 $0.506 \mu\text{m}$,彩虹区探测角度为 $135^\circ \sim 145^\circ$,水滴真实

光强由 Mie 理论模拟,并给测量数据添加了不同的随机噪声,其信噪比定义为

$$S_{\text{NR}} = 10 \lg \frac{\sum_{i=1}^N y^2(i)/N}{\sigma^2(i)}, \quad (7)$$

其中 y 为原始未被噪声污染的彩虹区光强信号, N 为像素点个数, σ^2 为随机噪声的方差。反演结果见表 1。

表 1 不同噪声条件下反演算法结果

Table 1 Results of inverse algorithm under different noise conditions

Real refractive index and diameter/ μm		Reconstructed refractive index and diameter/ μm (no noise)		Reconstructed refractive index and diameter/ μm ($S_{\text{NR}} = 40 \text{ dB}$)		Reconstructed refractive index and diameter/ μm ($S_{\text{NR}} = 20 \text{ dB}$)		Reconstructed refractive index and diameter/ μm ($S_{\text{NR}} = 5 \text{ dB}$)	
1.322	35	1.322	35	1.322	35	1.322	35	1.323	35
1.320	50	1.320	50	1.320	50	1.319	49	1.319	54
1.340	60	1.340	60	1.340	60	1.340	60	1.340	60
1.336	70	1.336	70	1.336	70	1.336	70	1.336	69
1.328	80	1.328	80	1.328	80	1.328	80	1.328	80
1.330	90	1.330	90	1.330	90	1.330	90	1.330	90
1.338	100	1.338	100	1.338	100	1.338	100	1.338	100
1.324	200	1.324	200	1.324	200	1.324	200	1.324	200
1.326	400	1.326	400	1.326	400	1.326	400	1.326	418
1.332	600	1.332	600	1.332	600	1.332	600	1.332	593
1.334	900	1.334	900	1.334	900	1.334	900	1.334	936

从表 1 可以看出在无噪声的情况下,对于直径范围 $35 \sim 900 \mu\text{m}$ 具有不同折射率的水液滴,反演算法得到的结果均与真实值一致,即直径精确到 $1 \mu\text{m}$,折射率能精确到小数点后三位。而常规彩虹参数反演算法即便在无噪声直径已知的情况下,折射率的反演绝对误差仍达到了 0.002 ,小粒径时的更高,达 $0.008^{[6]}$ 。这是因为新算法利用 Debye 理论得到最优点后再用精确的 Mie 理论对其修正,因此算法的精度和适用范围大大提高。

在有噪声的情况下,对于直径范围 $80 \sim 200 \mu\text{m}$ 的水液滴,当信噪比逐步降至 5 dB 时,反演算法结果仍与真实值一致,说明在低信噪比环境下反演算法对这一范围内的水液滴具有极高的精度。而对于直径范围 $35 \sim 70 \mu\text{m}$ 的水液滴,在信噪比 40 dB 时仍与真实值一致,而从信噪比 20 dB 开始偶然产生误差。但折射率的绝对误差始终在 0.001 以内,

这说明反演算法采用的小粒径条件下的变换技术能有效地降低由直径误差引起的折射率误差,使反演算法可用在传统算法不适用的小粒径条件下,并具有一定的抗噪声能力。对于直径范围 $400 \sim 900 \mu\text{m}$ 的水液滴,由于液滴的 Ripple 结构频率与噪声频率逐步接近,使噪声的去除发生困难。当信噪比为 40 dB 时,由于噪声较小,使 EMD 分解发生了小波消失现象^[16],无法分解出噪声,但凭借基于特征点的反演技术,在多点求和过程中仍有效地消除了小噪声的影响,使反演算法结果依然与真实值一致。当信噪比为 20 dB 时,EMD 分解能有效地分离出噪声,因此反演算法结果保持与真实值一致。而当信噪比降至 5 dB 时,由于存在大量噪声,由经验模态分解出的固有模态函数也相应增多,使 EMD 分解中采用三次样条插值带来的边界效应累计影响增大^[17],由此造成了直径的误差增加,但仍控制在 5%

以内。并且由于此时直径误差对折射率误差的影响极小,使折射率的精度依然能保持在小数点后三位。由此证明了反演算法具有极高的精度和抗噪声能力,并具有极宽的直径适用范围。

由于采用了特征点提取技术和基于 Debye 理论的反演最优点搜索算法,反演算法在小粒径条件下的运算速度和常规算法相近。但是随着直径的增加,Debye 和 Mie 理论计算单个值的时间量均逐步增加,当直径大于 $400\ \mu\text{m}$ 时,计算速度较常规算法明显偏慢。这有望通过研究 Debye 和 Mie 理论在大粒径下的快速数值算法来解决。

6 结 论

提出了一种用于彩虹测粒技术的参数反演算法,并对这种算法进行了数值模拟。反演算法基于精确的 Debye 理论和 Mie 理论,与常规方法相比,算法的适用范围更广,精度更高。由于采用了基于 EMD 的去噪声技术,与常规方法相比,可在低信噪比条件下获得较高的精度。采用了特征点反演技术和小粒径条件下的变换技术,与常规方法相比,有效降低了由直径误差引起的折射率误差,在大部分情况下能使折射率精确到小数点后三位。

参 考 文 献

- 1 J. P. A. J. van Beeck, M. L. Riethmuller, G. Laverfneet *et al.*. Processing droplet temperature measurement data obtained with rainbow thermometry[C]. *SPIE*, 2001, **4448**: 251~264
- 2 Saengkaew Sawitree, Charinpanitkul Tawatchai, Vanisri Hathaichanok *et al.*. Rainbow refractometry: On the validity domain of Airy's and Nussenzveig's theorie[J]. *Opt. Commun.*, 2006, **259**(1): 7~13
- 3 M. R. Vetrano, S. Gauthier, J. P. A. J. van Beeck *et al.*. Characterization of a non-isothermal water spray by global rainbow thermometry[J]. *Experiments in Fluids*, 2006, **40**(1): 15~22
- 4 M. R. Vetrano, J. P. A. J. van Beeck, M. L. Riethmuller. Assessment of refractive index gradients by standard rainbow thermometry[J]. *Appl. Opt.*, 2005, **44**(34): 7275~7281
- 5 M. R. Vetrano, Antonius Jeronimus Petrus, J. P. A. J. van Beeck *et al.*. Global rainbow thermometry: Improvements in the data inversion algorithm and validation technique in liquid-

- liquid suspension[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(18): 3600~3607
- 6 James Hom. Rainbow refractometry: A non-intrusive measurement technique for determining droplet size, refractive index and determining droplet size, refractive index and temperature [D] Department of Mechanical Engineering Carnegie Mellon University, 2000. 22~67
- 7 J. P. A. J. van Beeck, M. L. Riethmuller. Nonintrusive measurements of temperature and size of single falling raindrops [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(10): 1633~1639
- 8 Zhao Jianlin, Peng Tao, Ye Zhijun. Hot-image effects in high-power solid-state laser systems[J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(10): 1315~1322
- 9 赵建林, 彭涛, 叶知隼. 高功率固体激光系统中的“热像”效应[J]. *中国激光*, 2007, **34**(10): 1315~1322
- 10 H. C. Van de Hulst. Light Scattering by Small Particles [M]. New York, U. S. A: John Wiley & Sons, 1957. 136~249
- 11 N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long *et al.*. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1998, **45**(4): 903~995
- 12 Huang Daji, Zhao Jinping, Su Jilan. Practical implementation of the Hilbert-Huang transform algorithm [J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 2003, **25**(1): 1~11
- 13 黄大吉, 赵进平, 苏纪兰. 希尔伯特-黄变换的端点延拓[J]. *海洋学报*, 2003, **25**(1): 1~11
- 14 G. Rilling, P. Flandrin. On empirical mode decomposition and its algorithms [C]. IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing NSIP-03, Grado (I), 2003
- 15 E. A. Hovenac, J. A. Lock. Assessing the contributions of surface waves and complex rays to far-field Mie scattering by use of the Debye series[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1992, **9**(5): 781~795
- 16 Shi Lijuan, Han Xiang'e, Li Renxian. Debye series of Gaussian beam scattering by a multi-layered sphere [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1513~1518
- 17 施丽娟, 韩香娥, 李仁先. 多层球对高斯波束散射的德拜级数研究[J]. *光学学报*, 2007, **27**(8): 1513~1518
- 18 Li Haiying, Wu Zhensen. Debye series of scattering by an infinite multi-layered cylinder in an on-axis Gaussian beam [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(10): 1846~1851
- 19 李海英, 吴振森. 在轴高斯波束入射无限长多层圆柱散射的德拜级数解[J]. *光学学报*, 2007, **27**(10): 1846~1851
- 20 Feng Zhihua, Zhu Zhongkui, Liu Gang. Little-wave-vanish phenomena of empirical mode decomposition [J]. *Journal of Data Acquisition & Processing*, 2006, **21**(4): 478~481
- 21 冯志华, 朱忠奎, 刘刚. 经验模态分解方法的小波消失现象 [J]. *数据采集与处理*, 2006, **21**(4): 478~481
- 22 Dai Guiping, Liu Bin. Instantaneous parameters extraction based on wavelet denoising and EMD [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2007, **28**(2): 158~162
- 23 戴桂平, 刘彬. 基于小波去噪和 EMD 的信号瞬时参数提取 [J]. *计量学报*, 2007, **28**(2): 158~162