

文章编号: 0258-7025(2009)11-2997-05

基于多通道体全息相关器的二维离散沃尔什变换

马 强 曹良才 谭峭峰 何庆声 金国藩

(清华大学精密测试技术与仪器国家重点实验室, 北京 100084)

摘要 利用体全息相关器(VHC)可以完成多通道内积运算的特性,通过待变换函数和二维沃尔什(Walsh)函数分别编码成输入图像和存储图像,提出了一种基于多通道体全息相关器的二维离散 Walsh 变换(DWT)方法。此方法可以快速、并行对输入函数做二维离散 Walsh 变换,并具有很大的速度提升潜力。利用散斑调制和随机交错方法可以提高运算精度。经实验验证,实验结果与理论值吻合。

关键词 体全息;相关器;Walsh 变换;信息处理

中图分类号 O438.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL20093611.2997

Two Dimensional Discrete Walsh Transform Based on Multi-Channel Volume Holographic Correlator

Ma Qiang Cao Liangcai Tan Qiaofeng He Qingsheng Jin Guofan

(State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments,
Tsinghua University, Beijing, 100084, China)

Abstract The volume holographic correlator (VHC) can perform multi-channel inner products calculation. By encoding the input function and two-dimensional Walsh functions into input image and stored images respectively, a method that using volume holographic correlator to perform two-dimensional discrete Walsh transform (DWT) is proposed. This method has a potential to approach a high processing speed. By use of speckle modulation and interleaving method, the calculation accuracy can be improved. An experiment is carried out, and the correspondency between experimental results and theoretical ones proves the effectiveness of the method.

Key words volume holography; correlator; Walsh transform; information processing

1 引 言

沃尔什(Walsh)函数是一种非正弦的完备正交函数系,它仅取+1和-1两值,适合于表达和处理数字信号。离散 Walsh 变换(DWT)是待变换函数与一系列 Walsh 函数的内积运算的集合,在许多领域诸如通信、图像处理、语音处理、雷达等方面有着广泛的应用^[1]。随着对数据处理速度的要求不断提高,一些传统方法已经无法满足需求,需要寻找新的解决方案。光学信息处理由于其本身具有的并行度高、运算速度快等优点,使得它成为解决这一问题的一个可能方案。

由于 Walsh 函数仅由+1和-1构成,便于光

学表示,因此是用光学方法实现变换的研究重点,已有一些用光学方法实现 DWT 的研究。光学矩阵-向量乘法器能够完成矩阵与向量的乘法运算,因此可以用来实现一维 DWT^[2,3]。但这种方案受限于结构,只能并行完成矩阵-向量乘法,无法并行完成矩阵-矩阵乘法,因此不适合用来实现二维 DWT。范德卢格特相关器(VLC)是最基本的光学相关器^[4],可以用来实现二维 DWT,但它只有一个运算通道,因此运算速度受到很大限制。Leger 等^[5,6]提出了一种用计算全息图(CGH)取代 VLC 谱平面上单幅全息图的方案,可以实现多通道运算,但是能够记录在 CGH 上的函数的分辨率和运算通道数目都

收稿日期: 2008-12-26; 收到修改稿日期: 2009-02-27

基金项目: 国家 973 计划(G1999033001, 2009CB724007)和国家自然科学基金(60677037, 60807005)资助课题。

作者简介: 马 强(1982—),男,博士研究生,主要从事光信息处理方面的研究。

E-mail: maqiang00@mails.tsinghua.edu.cn

导师简介: 金国藩(1929—),男,中国工程院院士,主要从事全息和二元光学等方面的研究。

E-mail: jgf-dpi@tsinghua.edu.cn

受到实际 CGH 分辨率的限制。微透镜阵列结构中,每一个透镜对应一个运算通道,具有很高的通道数,因此也可以用来实现二维 DWT^[7~9]。但是输入函数的分辨率受到单一透镜成像尺寸的限制,其像素尺寸一般不大于 32×32 ^[9]。

体全息技术由于具有存储密度高、存储容量大等优点,得到了广泛的研究^[10~12]。体全息相关器(VHC)是一种基于高密度体全息存储的多通道光学相关器,已有报道 VHC 可以实现输入函数与 4000 个存储函数的并行相关运算,函数的分辨率为 640×480 ^[13]。因此 VHC 在存储函数分辨率和运算通道数目上都优于上述方案。同时,由于体全息存储

间的串扰很小,VHC 在运算精度方面也有很大优势。

本文提出了一种利用 VHC 高速并行完成二维 DWT 的方法。通过适当的编码方式将 DWT 中的输入函数与 Walsh 函数分别编码成 VHC 中的输入图像和存储图像,从而实现基于 VHC 的并行二维 DWT 运算。利用 VHC 的存储容量大、并行性高等优点,此方法在运算速度方面具有很高的提升潜力。

2 基本原理

给定 $N \times N$ 点输入函数 $x(i, j)$, $i, j = 0, 1, \dots, N-1$, 其二维 DWT 的定义为^[1]

$$\begin{aligned} X(m, n) &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} x(i, j) \text{WAL}_{m, n}(i, j), & m, n = 0, 1, \dots, N-1 \\ &= \frac{1}{N^2} x(i, j) \cdot \text{WAL}_{m, n}(i, j), & m, n = 0, 1, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $X(m, n)$ 又称为变换系数; \cdot 表示内积运算; $\text{WAL}_{m, n}(i, j) = \text{WAL}_n(i) \text{WAL}_m(j)$, 是序号为 m , n 的二维离散 Walsh 函数,也是二维 DWT 的基函数; $\text{WAL}_n(i)$ 是序号为 n 的一维离散 Walsh 函数,其定义式为

$$\text{WAL}_n(i) = (-1)^{\sum_{k=0}^{h-1} n_k \cdot i_{k-1-i}}$$

其中 $2^h = N$, $i_{h-1} i_{h-2} \dots i_0$ 是 i 的二进制码, $n_{h-1} n_{h-2} \dots n_0$ 是 n 的葛莱(Gray)码。

(1)式表明二维 DWT 实质上是输入函数和一系列基函数内积运算的集合。

VHC 是一种建立在高密度、大容量体全息存储技术上的多通道光学相关器。它可以并行完成输入图像与事先存储在记录介质中所有库图像的相关运算,如图 1 所示。由于体光栅的布拉格选择性,每个相关通道的输出都是一个受抑制的相关分布^[14],相关分布的中心点代表了输入图像与相应存储图像的内积值。当相关分布的区域被抑制到足够小时,就可以用这个小区域上相关分布的积分值来近似内积值。我们在前期研究中提出的散斑调制^[15]和随机交错^[16]方法可以使此积分值更加逼近内积值。这样就能够利用 VHC 并行地计算一个输入图像与所

有库图像之间的内积值。当存储 4000 幅分辨率为 640×480 的库图像时,若上载输入图像的器件速度为 100 frame/s,则 VHC 的计算速度为 $640 \times 480 \times 4000 \times 100 = 1.23 \times 10^{11}$ MAC/s (MAC: Multiply-Accumulate Calculation, 乘加运算),比现有微处理器高 1~2 个数量级,因此基于 VHC 的数据处理方案具有很大的速度提升潜力。

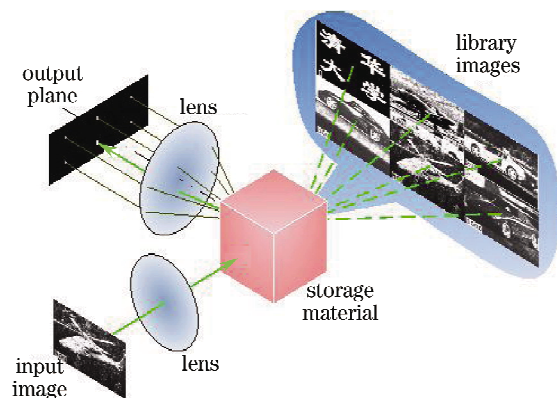


图 1 VHC 相关运算示意图

Fig. 1 Scheme of correlation process of the volume holographic correlator

理想情况下,当每个通道的相关函数中心点以外的分布被完全抑制时,VHC 输出平面上的衍射场为^[15]

$$\begin{aligned} g(x_c = -x_m, y_c = -y_m) &\propto \iint dx_0 dy_0 f'(x_0, y_0) f_m(x_0, y_0), & m = 1, 2, 3, \dots \\ &= f'(x_0, y_0) \cdot f_m(x_0, y_0), & m = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $f'(x_0, y_0)$ 为输入图像, $f_m(x_0, y_0)$ 为第 m 幅存储图像。(2)式表明 VHC 的输出平面上的衍射场是输入图像与一系列存储图像内积运算的集合。

对比(1)式和(2)式可以看出,二维 DWT 的运算结果和 VHC 的相关输出都是一组内积运算的集合。如果通过适当的编码方式将二维 DWT 中的输入函数和基函数分别编码成 VHC 中的输入图像和存储图像,就可以利用 VHC 实现二维 DWT 运算。

现有 VHC 系统中所采用的空间光调制器 (SLM) 为光强调制器件,只能直接表示非负量,而基函数中包含负量,因此需要将其分解为

$$WAL_{m,n}(i,j) = WAL_{m,n}^0(i,j) + (-1)WAL_{m,n}^1(i,j), \quad (3)$$

式中 $WAL_{m,n}^0(i,j)$ 和 $WAL_{m,n}^1(i,j)$ 均为非负量, $WAL_{m,n}^0(i,j)$ 由 $WAL_{m,n}(i,j)$ 中的正元素和 0 组成, $WAL_{m,n}^1(i,j)$ 由 $WAL_{m,n}(i,j)$ 中负元素的绝对值和 0 组成。例如, $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + (-1)\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 。

不失一般性,假设输入函数为非负函数(输入函数中包含负量时也将其分解即可),此时,如果省略常数项 $1/N^2$, (1)式可以改写成

$$X(m,n) = x(i,j) \cdot WAL_{m,n}^0(i,j) + (-1)x(i,j) \cdot WAL_{m,n}^1(i,j), \quad (4)$$

对于每个序号 (m,n) ,分解后的基函数 $WAL_{m,n}^0(i,j)$ 和 $WAL_{m,n}^1(i,j)$ 可以分别编码成两幅基图像 $f_{m,n}^0$ 和 $f_{m,n}^1$,基图像的幅面等于体全息相关器图像上载器件的幅面。Walsh 函数只由 +1 和 -1 构成,因此分解后的基函数只包含 1 和 0。将基图像均分成 $N \times N$ 块,每块表示相应基函数一个元素的值:全亮块表示 1,全暗块表示 0。根据(1)式,计算 $N \times N$ 点输入函数的二维 DWT 变换结果,需要 N^2 个基函数,编码后得到 $2N^2$ 幅基图像。以 $N=8$ 为例,编码后得到的 128 幅基图像如图 2 所示。输入函数也可以用同样的方法编码成输入图像,输入图像的幅面等

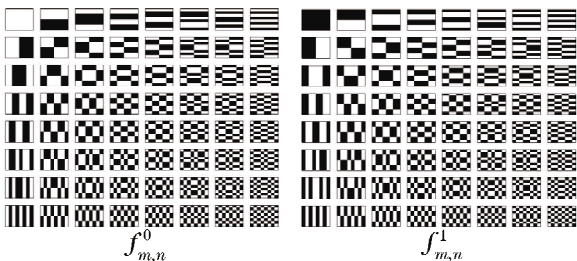


图 2 基函数编码后得到的基图像 ($N=8$)
Fig. 2 Base images encoded from base functions ($N=8$)

于体全息相关器图像上载器件的幅面,将输入图像均分成 $N \times N$ 块,每块表示相应输入函数一个元素的值。输入函数元素的值并不只有 1 和 0,因此用每块的填充率(亮像素占全部像素的比例)表示归一化后的元素值。将输入函数和基函数按上述方法分别编码成输入图像和基图像后,有

$$\begin{aligned} x(i,j) \cdot WAL_{m,n}^0(i,j) &= f'(x_0, y_0) \cdot f_{m,n}^0(x_0, y_0), \\ x(i,j) \cdot WAL_{m,n}^1(i,j) &= f'(x_0, y_0) \cdot f_{m,n}^1(x_0, y_0), \end{aligned} \quad (5)$$

将(5)式代入(4)式,有

$$\begin{aligned} x(m,n) &= f'(x_0, y_0) \cdot f_{m,n}^0(x_0, y_0) - \\ & f'(x_0, y_0) \cdot f_{m,n}^1(x_0, y_0), \end{aligned} \quad (6)$$

即二维 DWT 可以用 VHC 完成。首先将基函数编码成基图像,并将基图像存入 VHC。求输入函数的变换结果时,将其编码成输入图像并上载到 VHC 输入端,相应输出端的光点亮度即表示所求内积值。最后的减法运算需要用其他方法(如微处理器)完成,但这部分运算只占整个计算量的 $1/(2N^2)$,耗时很短。

用 VHC 做二维 DWT 变换时,若输入函数分辨率是 $N \times N$,则要对其进行完整的变换需要的基图像数目为 $2N^2$ 幅。当 N 很大时,VHC 的存储能力(M 幅)可能无法满足完整变换的要求 ($M < 2N^2$),因此这一变换系统更适合用于一些输入函数分辨率很高,但只需要计算部分重要变换系数的应用场合,例如模式识别中的特征提取。

3 实验验证

图 3 为实验系统示意图。光源采用固体 LD 抽运激光器(DPSSL,波长 532 nm);PBS 为偏振分光棱镜;S1 和 S2 分别为 1 号快门和 2 号快门;SLM 为空间光调制器,是图像上载器件;diffuser 为散斑调制器件^[15];M 为反射镜;L1~L4 为傅里叶变换透镜;TS 为角度分维复用器件;全息记录材料为

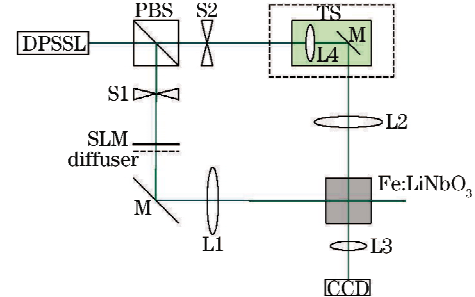


图 3 实验系统
Fig. 3 Experiment setup

Fe:LiNbO₃ 晶体;采用 CCD 作为光强探测器件。

存储库图像时:1)将图像上载到 SLM,同时打开 1 号快门和 2 号快门进行曝光,曝光结束后同时关闭 1 号快门和 2 号快门,完成一副图像的存储;2)调整角度分维复用器件至下一角度,重复步骤 1)完成下一幅图像的存储;3)重复步骤 2)至所有图像存储完毕。进行运算时,将输入图像上载到 SLM,打开 1 号快门,采集 CCD 接收到的信号,关闭 1 号快门。

验证实验中用 VHC 完成两个 8×8 点输入函数的二维 DWT 运算,这两个输入函数编码所得输入图像如图 4(a)和(b)所示。实验中,计算求序号为(0,0),(0,1),⋯,(7,7)的变换系数所需的 128 个内积值。首先将 64 个基函数 $WAL_{0,0}(i,j)$, $WAL_{0,1}(i,j)$, ⋯, $WAL_{7,7}(i,j)$ 编码成 128 幅基

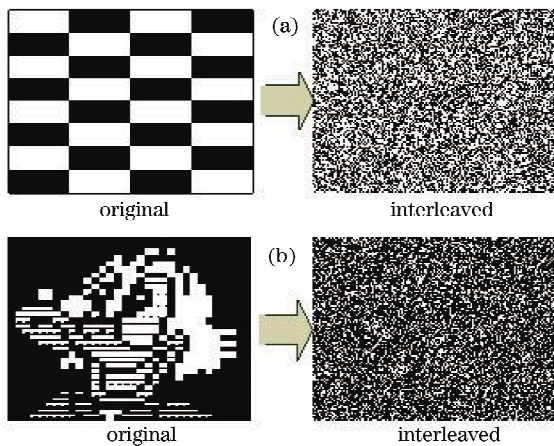


图 4 输入图像
Fig. 4 Input images

图像。为了提高内积运算精度,将输入图像和基图像都用交错方法做预处理^[16],交错后的输入图像如图 4 所示。将 128 幅基图像按照 $f_{0,0}^0, f_{0,0}^1, f_{0,1}^0, f_{0,1}^1, \dots, f_{7,7}^7, f_{7,7}^7$ 的顺序以角度分维复用技术存入记录材料,每行存储 16 幅,共 8 行。

求变换结果时,将输入图像上载到 VHC 输入端,相应 CCD 的读出结果如图 5 所示。图 5(a), (b)分别是图 4(a), (b)的输出结果。每个输出结果中的 128 个光点分别对应 VHC 的 128 个内积运算通道的运算结果,从每个点的亮度可以得到每个通道的内积运算值。实验所得内积值和理论内积值的对比如图 6 所示。图 6(a), (b)分别是图 4(a), (b)中输入图像对应的内积运算结果。图 6(a)中误差的 PV 值(Peak-to-Valley, 误差曲线的峰谷值)为 1.05,图 6(b)中误差的 PV 值为 0.96,实验值和理论值吻合得很好,证明了方法的有效性,同时也表明本方法具有较高的运算精度,可达到整个量程的 1/32,相当于 5 bit 精度。

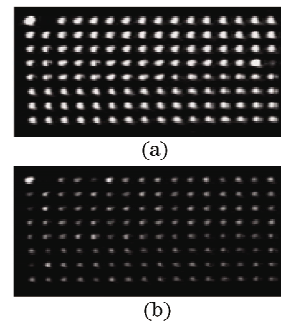


图 5 CCD 探测到的输出结果
Fig. 5 Outputs detected by CCD

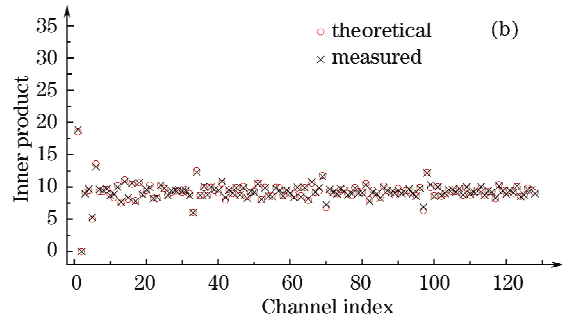
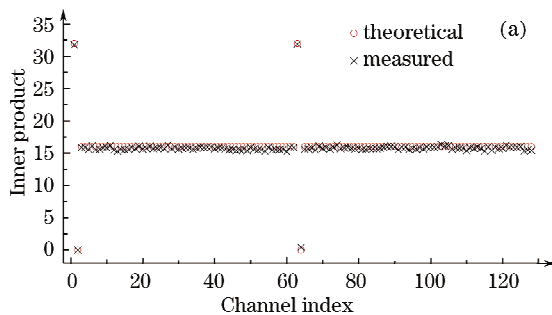


图 6 实验所得内积值和理论内积值的对比

Fig. 6 Experimental inner products and the theoretical inner products

当在存储器中复用存储 4000 幅基图像时,每输入一幅图像,VHC 就可以并行求出其 2000 个变换系数。光学运算本身所需时间极短,系统运算速度主要取决于图像上载器件的速度,目前报道已有分辨率 1024×1024,速度 1000 frame/s 的商用 SLM,

若采用此 SLM,运算速度可达到为 1024×1024×4000×1000=4.19×10¹² MAC/s。同时,如果采用其他适当的正交函数编码方式,VHC 也可以用来完成其他线性变换,具有很大的灵活性。

4 结 论

提出了一种基于体全息相关器的二维离散 Walsh 变换的光学实现方法。利用二维 DWT 本质上是输入函数与一系列基函数内积运算的集合,而 VHC 又是一个多通道内积运算器的特性,把输入函数和基函数分别编码成输入图像和基图像,使得 VHC 可以完成二维 DWT 运算。由于 VHC 具有存储容量大、并行性高等优点,此方法可以并行、快速地对输入函数做二维 DWT 运算,并且具有很大的速度提升潜力。验证实验中用 VHC 完成了对输入函数的二维 DWT 运算,实验值和理论值的一致性证明了此方法的有效性。

参 考 文 献

- 1 K. G. Beauchamp. Walsh Functions and Their Applications [M]. London: Academic Press, London, 1975
- 2 J. W. Goodman, A. R. Dias, L. M. Woody. Fullyparallel high-speed incoherent optical method for performing discrete Fourier transforms[J]. *Opt. Lett.*, 1978, **2**(1): 1~3
- 3 Asit K. Datta, Sunit K. Sen, Anish Deb *et al.*. Realization of a two-dimensional discrete Walsh transform in a microprocessor-controlled optical architecture [J]. *Opt. Eng.* 1994, **33** (2): 535~540
- 4 A. Vander Lugt. Signal detection by complex spatial filtering [J]. *IEEE Trans. Inf. Theory IT-10*, 1964, **10**(2): 139~145
- 5 J. R. Leger, S. H. Lee. Coherent optical implementation of generalized two-dimensional transforms [C]. Real-time signal processing, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 1978; 210~218
- 6 J. R. Leger, S. H. Lee. Hybrid optical processor for pattern recognition and classification using a generalized set of pattern functions[J]. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(2): 274~287
- 7 I. Glaser. Noncoherent parallel optical processor for discrete two-dimensional linear transformations[J]. *Opt. Lett.*, 1980, **5**(10): 449~451
- 8 I. Glaser. Lenslet array processors [J]. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(7): 1271~1280
- 9 I. Glaser. Compact lenslet-array-based holographic correlator/convolver[J]. *Opt. Lett.*, 1995, **20**: 1565~1567
- 10 Liu Qiuping, He Xingdao, Zhou Xiaochun. Correction of refractive index distribution in volume hologram grating recorded linearly[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(6): 1037~1040
刘秋平,何兴道,周小春. 体全息光栅线性记录折射率分布的修正[J]. *光学学报*, 2008, **28**(6): 1037~1040
- 11 Shen Yan, Sun Xiudong, Zhang Guoquan *et al.*. Theoretical studies on nonvolatile holographic recording with continuous-wave lights for $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}:\text{Mn}$ [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(8): 1450~1456
申 岩,孙秀冬,张国权等. 连续光条件下对 $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}:\text{Mn}$ 晶体全息存储性能的理论研究[J]. *光学学报*, 2008, **28**(8): 1450~1456
- 12 Wang Chunhua, Liu Liren, Yan Aimin *et al.*. Diffraction properties of local volume holographic grating read by an ultrashort pulsed laser beam [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(9): 1558~1564
王春花,刘立人,闫爱民等. 超短脉冲激光光束被局域体全息光栅衍射的性质分析[J]. *光学学报*, 2007, **27**(9): 1558~1564
- 13 K. Ni, Z. Qu, L. Cao *et al.*. High accurate volume holographic correlator with 4000 parallel correlation channels[J]. *SPIE*, 2008, **6827**: 68271J
- 14 C. Gu, H. Fu, J. Lien. Correlation patterns and cross-talk noise in volume holographic optical correlators[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1995, **12**(5): 861~868
- 15 C. Ouyang, L. Cao, Q. He *et al.*. Sidelobe suppression in volume holographic optical correlators by use of speckle modulation[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(20): 1972~1974
- 16 K. Ni, Z. Qu, L. Cao *et al.*. Improving accuracy of multichannel volume holographic correlators by using a two-dimensional interleaving method[J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(20): 2972~2974