文章编号：0258-7025(2009)11-2972-06

基于随机并行梯度下降算法光纤放大器相干合成的动态模拟与控制带宽分析

周 朴 马阎星 王小林 马浩统 许晓军 刘泽金
（国防科学技术大学光电科学与工程学院，湖南 长沙 410073）

摘要 对随机并行梯度下降(SPGD)算法校正时变相位噪声的动态过程进行数值模拟，计算不同强度和频率的相位噪声对控制带宽的影响程度，分析控制带宽与光束数目以及算法执行速度之间的关系。计算结果表明，随着相位噪声强度和频率的增加，算法的控制带宽随之减小，带宽大小与参与合成的光束数目 N 的 $-4/3$ 次方成正比，与算法执行速度成线性关系。计算结果可为 SPGD 算法应用至多路高功率光纤放大器相干合成提供参考。

关键词 光纤光学；光纤放大器；相干合成；随机并行梯度下降算法；动态模拟；控制带宽
中图分类号 TN24 **文献标识码** A **doi**：10.3788/CJL20093611.2972

Dynamical Simulation and Control Bandwidth Analysis on Coherent Beam Combining of Fiber Amplifiers Based on Stochastic Parallel Gradient Descent Algorithm

Zhou Pu Ma Yanxing Wang Xiaolin Ma Haotong Xu Xiaojun Liu Zejin
(*College of Optoelectric Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan* 410073, *China*)

Abstract Dynamical simulation on coherent beam combining of multiple fiber amplifiers based on stochastic parallel gradient descent (SPGD) algorithm is carried out. The influence of phase noise with different amplitude and frequency on the control bandwidth is computed, and the relationship between control bandwidth and laser numbers and iteration rates of the algorithm is analyzed. The results show that the control bandwidth decrease as an increase in the amplitude or frequency of the phase noise, the value is in proportional to $N^{-4/3}$ and iteration rate, where N is the laser numbers. The computing results present a reference for scaling coherent beam combining based on SPGD algorithm to high-power, large-number of laser beams.

Key words fiber optics; fiber amplifier; coherent beam combining; stochastic parallel gradient descent algorithm; dynamic simulation; control bandwidth

1 引 言

光纤激光相干合成能够获得高功率、高光束质量的光束输出，在国防和民用的多个领域都将有广阔的应用前景，目前国内外多家研究机构都开展了激光相干合成技术的研究[1~14]。迄今为止，最高相干合成输出是由基于主振荡功率放大(MOPA)结构的主动相位控制方案获得[4,5,8,9]。基于 MOPA 结构的方案通常采用的主动相位控制方法有 3 种，即外差法[4~7]、多抖动法[8,9]以及随机优化算法[10~14]等。随机优化算法有望在实现多路光纤激光相干合成的同时不增大系统的复杂性，是一种有实用前景的相干合成方案。常用的随机优化算法是在自适应光学技术和自适应光学系统中得到广泛运用的随机并行梯度下降(SPGD)算法[15~20]。目前国外研究人员已经实现了 48 路子光束(各路光束没有放大)的相干合成[13]。杨慧珍等[18~20]对 SPGD 算

收稿日期：2009-01-13；**收到修改稿日期**：2009-03-14
作者简介：周 朴(1984—)，男，博士研究生，主要从事光纤激光器及光束合成等方面的研究。E-mail：jnck621@163.com
导师简介：刘泽金(1963—)，男，教授，博士生导师，主要从事高能激光技术方面的研究。E-mail：zejinliu@vip.sina.com

法用于自适应光学系统进行了数值模拟与实验研究，本课题组也利用 SPGD 算法实现了两路和三路瓦量级保偏放大器的相干合成[13,14]。目前对于 SPGD 算法的理论分析大多限于对静态像差的校正[15,17~19]。而在实际工作环境中，算法需要校正的像差是动态的：抽运源功率不稳定、周围环境中的机械振动、声源、冷却扇等均会引起光纤激光相位的随机变化（称之为相位噪声）[7]。另一方面，SPGD 算法对于静态像差的校正速度与单元光束的数目有关，参与合成的光束数目越多，算法收敛至理想情形所需的迭代步数也越多[14,15,18]。因此 SPGD 算法能否同时有效控制多路光束的相位噪声是实现多路光束相干合成的关键。本文对 SPGD 算法校正动态相位噪声的动态过程进行数值模拟，计算不同强度和频率的相位噪声对控制带宽的影响程度，分析算法的控制带宽与光束数目以及算法执行速度之间的关系，为将 SPGD 算法应用至多路高功率光纤放大器相干合成提供参考。

2　基本原理

利用 SPGD 算法实现 N 路光纤放大器相干合成系统结构如图 1 所示（以两路光纤激光为例）。主振荡激光（MO）通过分束器（splitter）后被分为 N 路，每一路均各含有相位调制器（PM）和光纤放大器（AMP）模块，放大器模块的后端接隔离器（ISO）加以保护。各路光束经过准直器（CO）后形成阵列光束，经过分光镜后，一部分光束经透镜聚焦，光电探测器放置于透镜的后焦面。紧贴于探测器前端放置小孔光阑，光阑半径小于或等于理想相干合成情形下合成光束的主瓣宽度为宜[11,14]，探测器探测到的信号输入计算机和示波器，计算机执行 SPGD 算法并将相位控制信号施加给相位调制器，示波器用于

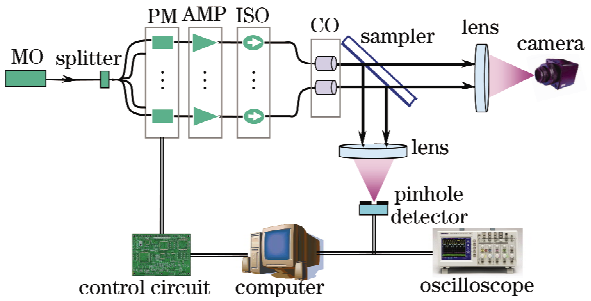

图 1　利用 SPGD 算法实现光纤放大器相干合成的系统结构

Fig. 1　System setup for coherent beam combining of fiber amplifiers using SPGD algorithm

观察相干合成光束的目标圆孔内部包含的能量随时间的变化关系；阵列光束通过分光镜的另一部分光束经过透镜聚焦，相机放置在透镜的后焦平面上，用来观察和诊断光束的远场图样及相干合成的效果。

系统的工作过程为：首先定义探测器探测到的合成光束的目标圆孔宽度内部包含的能量为评价函数 J。主动向各路相位调制器施加随机扰动电压 δu，观察随机扰动电压带来的评价函数变化量 ΔJ，通过运行 SPGD 算法得到下一时刻施加在相位调制器上的电压信号 u 并作用于相位调制器，如此迭代进行，直至 J 不再变化，算法收敛。SPGD 算法的实现过程如下：假设共有 N 路光束参与合成，定义评价函数 J 的变化量 $\Delta J^{(k)} = \Delta J_{+}^{(k)} - \Delta J_{-}^{(k)}$，其中 $\Delta J_{-}^{(k)} = J(u^{(k)} - \Delta u^{(k)}) - J(u^{(k)})$，$\Delta J_{+}^{(k)} = J(u^{(k)} + \Delta u^{(k)}) - J(u^{(k)})$，上标 (k) 表示第 k 次迭代。施加在相位调制器上的电压信号 u 的迭代计算公式为 $u^{(k+1)} = u^{(k)} + \gamma \Delta u^{(k)} \Delta J^{(k)}$，$\Delta \boldsymbol{u}^{(k)} = \{\Delta u_1, \Delta u_2, \cdots \Delta u_N\}^{(k)}$ 为第 k 次迭代时施加到第 n 路光束上的扰动电压向量，其中 $n = 1, 2, \cdots N$，γ 为增益系数。在实际应用中，如使目标函数向极大方向优化，γ 取正值；反之，γ 取负值。SPGD 算法的执行过程（第 k 次迭代时）为：(1) 随机生成扰动向量 $\Delta \boldsymbol{u}^{(k)} = \{\Delta u_1, \Delta u_2, \cdots \Delta u_N\}^{(k)}$，各 Δu_n 相互独立且同为伯努利分布，各分量幅值相等，取正负值的概率同为 50%；(2) 计算目标函数的变化量 $\Delta J^{(k)}$；(3) 更新控制参数，进行第 $k+1$ 次迭代，直至满足算法结束条件。通过向各路相位调制器施加随机扰动电压并计算评价函数 J 变化量，能够不断更新施加在各路相位调制器上的控制电压信息，直至评价函数 J 取全局极大值，对应 N 路激光相位一致的情形。这样就达到了锁相运行，实现了 N 路激光的相干合成输出。

3　动态模拟

为了验证基于 SPGD 算法多路光纤放大器相干合成的有效性，对该算法的执行过程进行了数值模拟。不失一般性，考虑 4 路，9 路，16 路光纤激光参与相干合成。假设参与合成的激光排布成如图 2 (a)～(c) 所示的矩形阵列。取单元子光束的腰斑半径为 5 mm，光束中心的间距为 15 mm，激光波长为 1.06 μm，透镜焦距为 1 m，小孔半径为远场主瓣半径的 50%。在理想情况下，即每个激光器单元的输出保持相位一致，此时远场光斑光强分布分别如图 2(d)～(f) 所示，合成光束的大部分能量集中在中央主瓣内。而在实际情形中，由于光纤激光器的热效

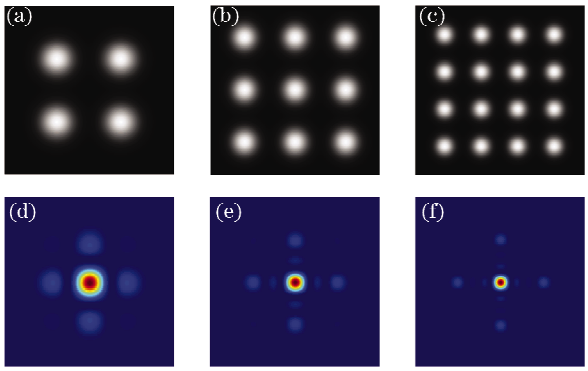

图 2 3 个不同激光阵列的近场和理想相干合成情形下的远场光斑分布。(a)4 路激光阵列近场;(b)9 路激光阵列近场;(c)16 路激光阵列近场;(d)4 路激光阵列远场;(e)9 路激光阵列远场;(f)16 路激光阵列远场

Fig. 2 Three laser array and corresponding far-field intensity pattern for ideal phase-locking. (a) 4 Laser array; (b) 9 laser array; (c) 16 laser array; (d) ideal far-field pattern for the 4 laser array; (e) ideal far-field pattern for the 9 laser array; (f) ideal far-field pattern for the 16 laser array

应导致的折射率变化等因素造成激光器单元输出光束的相位不一致,使得远场光斑能量弥散到周围旁瓣中。

计算时假设各路光束初始相位服从均值为 0,方差为 3π 的高斯分布。需要指出的是,在 SPGD 算法的迭代收敛过程中,增益系数 γ 对于收敛速度的影响很大,目前还没有可靠的选取规则[17~20]。遍历了多种 γ 取值情形下的算法收敛情况,分析到收敛速度最快的情形对应 γ 取值为 $\gamma = 0.45/(A^2 \times J_{\mathrm{idea}})$,其中 A 为算法中随机扰动向量的幅值,J_{idea} 为算法理想收敛值。在算法的执行过程中,探测器探测到的能量变化曲线如图 3 所示(对 3 种激光阵列分别进行了 100 次计算,图中曲线为 100 次计算结果的平均值)。由图 3 可以看出,SPGD 算法能够有效控制各路光束的相位,并通过算法的不断迭代,能够使探测器探测到的能量达到全局最大值,最终实现各路光束的锁相输出。

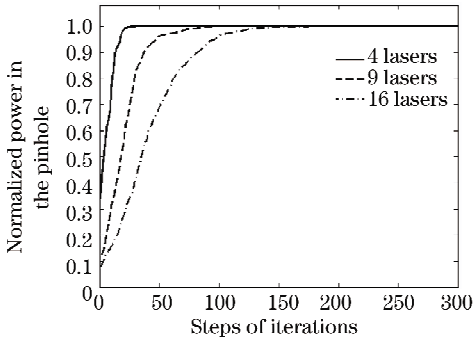

图 3 SPGD 算法校正不同激光阵列静态像差的收敛曲线

Fig. 3 Convergence curve for static phase aberrations correction in different laser array using SPGD algorithm

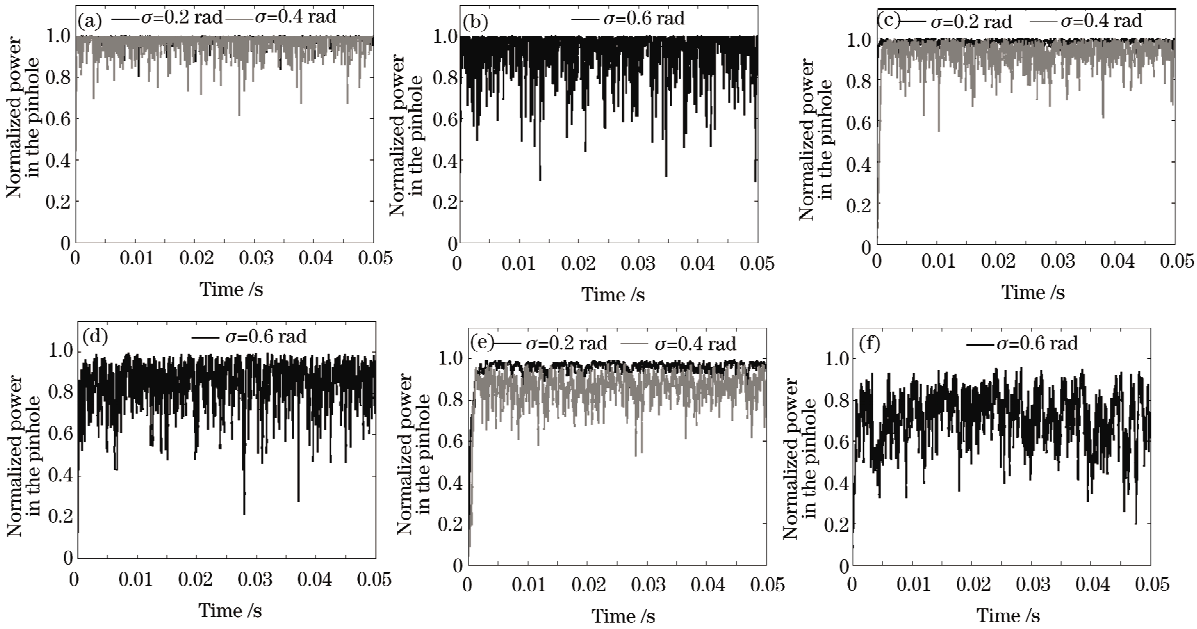

图 4 在 0.05 s 时间内采用 SPGD 算法校正不同激光阵列动态相位噪声的收敛曲线

Fig. 4 Convergence curve for dynamic phase noise correction in different laser array using SPGD algorithm for a time period of 0.05 s

在实际工作环境中，抽运源功率不稳定、周围环境中的机械振动、声源、冷却扇等外界因素均会引入相位噪声，特别是在稳态情形下，抽运源功率不稳定是主要因素[21,22]。但这些因素的影响还没有精确的数学模型来描述。本文构造差分值服从高斯分布的随机序列来模拟动态相位噪声，噪声的强度用高斯分布的方差 σ 来描述。不失一般性，假设算法的执行速度为 100 kHz[11]，噪声频率为7 kHz[23]，计算使用 SPGD 算法实现不同激光阵列相干合成的动态过程。在 0.05 s 的时间段内，目标圆孔内的能量随时间的演化过程如图 4 所示。由图可以看出，随着噪声强度的增大，算法收敛的效果也越来越差，而含有更多数目光束的激光阵列更易受到相位噪声的影响。图 4 所示的动态模拟过程可以定性分析噪声特性对相干合成效果的影响。图 4(a)～(f)分别描述的是：(a) 4 路激光，相位噪声幅度为0.2 rad和 0.4 rad；(b)4 路激光，相位噪声幅度为 0.6 rad；(c) 9 路激光，相位噪声幅度为 0.2 rad 和0.4 rad；(d)9 路激光，相位噪声幅度为 0.6 rad；(e)16 路激光，相位噪声幅度为 0.2 rad 和 0.4 rad；(f)16 路激光，相位噪声幅度为 0.6 rad 在 0.05 s 时间内采用 SPGD 算法校正不同激光阵列动态相位噪声的收敛曲线。

4　控制带宽分析

4.1　与算法执行速率关系

图 5 给出了执行速率分别为 100 kHz 和 300 kHz的情形下，利用 SPGD 算法对 16 路光束进行相干合成，目标小孔内平均能量与噪声强度、频率之间的关系曲线。计算结果表明，随着相位噪声强度和频率的增加，相干合成效果随之降低。为了便于定量分析，假设对于特定强度的相位噪声，目标小孔内的平均能量下降到理想值的 80%对应的频率为算法的有效控制带宽。对于不同强度的相位噪声，两种 SPGD 算法执行速率对应的有效控制带宽列于表 1。可以看出，控制带宽和算法执行速率成线性关系。

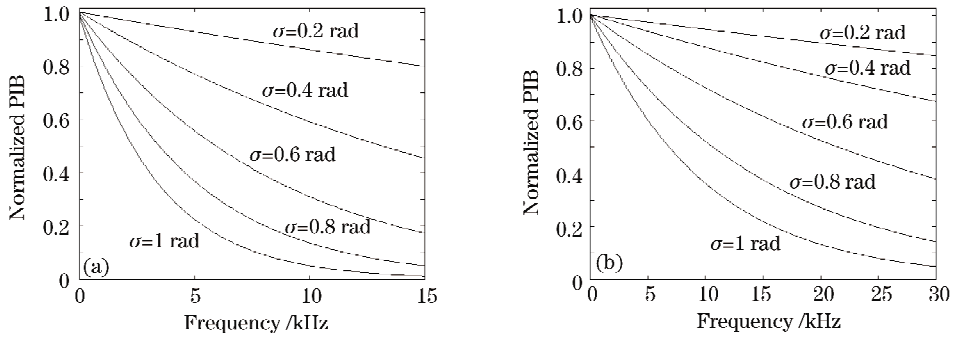

图 5　不同算法执行速度下相干合成效果与噪声特性的关系。(a)执行速度 100 kHz；(b)执行速度 300 kHz

Fig. 5　Dependence of coherent combining effect on the phase noise character under different iteration rates (a) 100 kHz; (b) 300 kHz

表 1　SPGD 算法控制带宽与算法执行速度的关系

Table 1　Dependence of control bandwidth on the iteration rates of the algorithm

	0.2 rad	0.4 rad	0.6 rad	0.8 rad	1 rad
100 kHz	16.20 kHz	4.51 kHz	2.05 kHz	1.23 kHz	0.81 kHz
300 kHz	48.50 kHz	13.80 kHz	6.10 kHz	3.59 kHz	2.51 kHz

4.2　与激光束数目的关系

图 6 给出了执行速率为 100 kHz 情形下，利用 SPGD 算法对 4 路和 9 路光束进行相干合成，目标小孔内平均能量与噪声强度、频率之间的关系曲线。对比图 5(a)和图 6 可以看出，在噪声特性相同的情形下，相干合成效果随着光束数目的增多而下降。对于不同强度的相位噪声，算法的有效控制带宽也随着光束数目的增多而下降。如仍以理想值的 80%为判据，算法控制带宽与噪声强度、光束数目的关系如图 7 中的散点所示。文献[24]通过理论分析得出，SPGD 算法用于纯活塞型相位补偿系统时算法最快学习速度与单元数 N 的 $-5/12$ 次方成正比，以此为依据，以 16 路光束合成控制带宽为参考，在其控制带宽数值基础上，分别乘以 $(9/16)^{-4/3}$ 和 $(4/16)^{-4/3}$ 后拟合得出图 7 中的虚线。由图可以看出，拟合的曲线与计算得到的数值吻合得较好，特别是在噪声较强的部分，拟合曲线与计算得到的数值

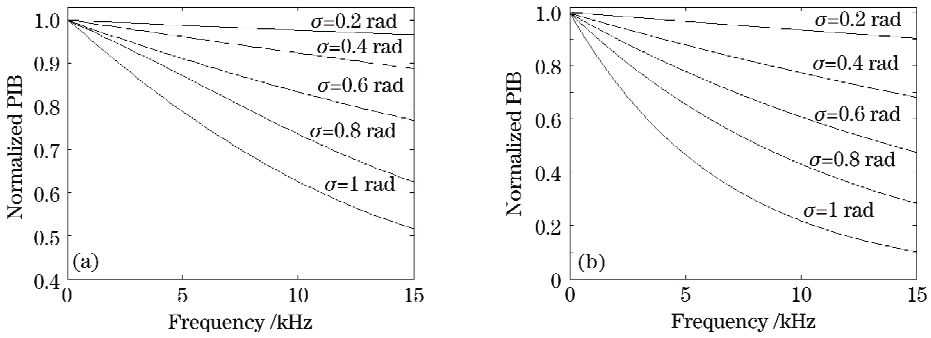

图 6 相干合成效果与激光束数目之间的关系。(a)4 束激光;(b)9 束激光

Fig. 6 Dependence of coherent combining effect on the laser numbers. (a)4 lasers; (b) 9 lasers

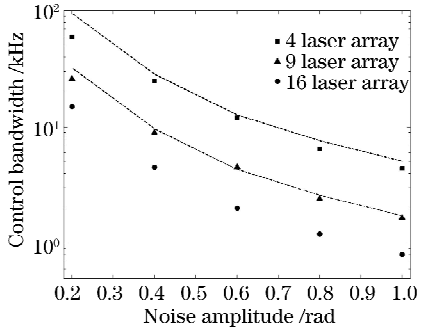

图 7 SPGD 算法控制带宽与激光束数目的关系

Fig. 7 Dependence of control bandwidth on the laser numbers

基本一致。因此,可以近似认为,带宽大小与参与合成的光束数目 N 的 $-4/3$ 次方成正比。

5 结 论

分析了利用 SPGD 算法进行多路光纤激光相干合成时,不同强度和频率的相位噪声对控制带宽的影响程度,分析控制带宽与光束数目以及算法执行速度之间的关系。计算结果表明,随着相位噪声强度和频率的增加,算法的控制带宽随之减小,带宽大小与参与合成的光束数目 N 的 $-4/3$ 次方成正比,与算法执行速度成线性关系。对于 16 路光束合成,在算法执行速率为 100 kHz 和噪声振幅为 1 rad 的情形下,控制带宽在千赫兹量级。文献[22]的实验测量结果表明,除去制冷风机、平台振动等外界因素的干扰,在实验室环境中,数百瓦量级的光纤放大器相位变化的特征频率小于 100 Hz。因此,利用 SPGD 算法进行相干合成具备了向 10 路以上甚至更多数目光束合成的潜力。

参 考 文 献

1 T. Y. Fan. Laser beam combining for high-power, high-radiance sources [J]. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 2005, **11**: 567～577

2 Bing He, Qihong Lou, Jun Zhou *et al.*. 113-W in-phase mode output from two ytterbium-doped large-core double-cladding fiber lasers [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(7): 412～414

3 He Bing, Lou Qihong, Zhou Jun *et al.*. Phase-locking and high coherent power output of two fiber lasers [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(9): 1153～1158
何 兵, 楼祺洪, 周 军 等. 两个光纤激光器的相位锁定及高相干功率输出[J]. 中国激光, 2006, **33**(9): 1153～1158

4 G. D. Goodno, H. Komine, S. J. McNaught *et al.*. Coherent combination of high-power, zigzag slab lasers [J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**: 1247～1249

5 Jesse Anderegg, Stephen Brosnan, Eric Cheung *et al.*. Coherently coupled high power fiber arrays [J]. *SPIE*, 2006, **6102**: 61020U

6 Eric C. Cheung, James G. Ho, Gregory D. Goodno *et al.*. Diffractive-optics-based beam combination of a phase-locked fiber laser array[J]. *Opt. Lett.*, 2008, **33**: 354～356

7 S. J. Augst, T. Y. Fan, A. Sanchez. Coherent beam combining and phase noise measurements of ytterbium fiber amplifiers[J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**: 474～476

8 T. M. Shay, V. Benham, J. T. Baker *et al.*. First experimental demonstration of self-synchronous phase locking of an optical array[J]. *Opt. Express*, 2006, **14**: 12022～12027

9 T. M. Shay, V. Benham, J. T. Baker *et al.*. Self-synchronous and self-referenced coherent beam combination for large optical arrays [J]. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 2007, **13**: 480～486

10 L. Liu, M. A. Vorontsov. Phase-locking of tiled fiber array using SPGD feedback controller[C]. *SPIE*, 2005, **5895**: 58950P

11 L. Liu, M. A. Vorontsov, E. Polnau *et al.*. Adaptive phase-locked fiber array with wavefront phase tip-tilt compensation using piezoelectric fiber positioners [C]. *SPIE*, 2007, **6708**: 67080K

12 J. E. Kansky, C. X. Yu, D. V. Murphy *et al.*. Beam control of a 2D polarization maintaining fiber optic phased array with high-fiber count[C]. *SPIE*, 2006, **6306**: 63060G

13 P. Zhou, Z. Liu, X. Wang *et al.*. Coherent beam combining of fiber amplifiers using stochastic parallel gradient descent algorithm and its application[J]. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 2009, **15**(2): 248～256

14 Zhou Pu, Liu Zejin, Ma Yanxing *et al.*. Simulation and experimental investigation on coherent beam combination of two fiber amplifiers based on stochastic parallel gradient descent algorithm [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(2): 431～436
周 朴, 刘泽金, 马阎星 等. 随机并行梯度下降算法模拟两路光纤放大器相干合成与实验研究[J]. 光学学报, 2009, **29**(2): 431～436

15 M. A. Vorontsov, G. W. Carhart. Adaptive phase-distortion correction based on parallel gradient-descent optimization [J].

Opt. Lett., 1997, **22**: 907～909

16 M. A. Vorontsov, G. W. Carhart. Adaptive optics based on analog parallel stochastic optimization: analysis and experimental demonstration[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2000, **17**: 1440～1453

17 Liang Yonghui, Wang Sanhong, Long Xuejun *et al.*. Experimental explorations of the laser beam cleanup system based on stochastic parallel-gradient-descent algorithm [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(4): 613～618
梁永辉，王三宏，龙学军 等. 随机并行梯度下降光束净化实验研究[J]. 光学学报，2008，**28**(4)：613～618

18 Yang Huizhen, Li Xinyang, Jiang Wenhan. Simulation and analysis of stochastic parallel gradient descent control algorithm for adaptive optics system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1355～1360
杨慧珍，李新阳，姜文汉. 自适应光学系统随机并行梯度下降控制算法仿真与分析[J]. 光学学报，2007，**27**(8)：1355～1360

19 Yang IIuizhen, Li Xinyang, Jiang Wenhan. Comparisons of several stochastic parallel optimization control algorithms for adaptive optics system [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2008, **20**(1): 11～16
杨慧珍，李新阳，姜文汉. 自适应光学系统几种随机并行优化控制算法比较[J]. 强激光与粒子束，2008，**20**(1)：11～16

20 Yang Huizhen, Chen Bo, Li Xinyang *et al.*. Experimental demonstration of stochastic parallel gradient descent control algorithm for adaptive optics system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(2): 205～210
杨慧珍，陈　波，李新阳 等. 自适应光学系统随机并行梯度下降控制算法实验研究[J]. 光学学报，2008，**28**(2)：205～210

21 Z. Chen, J. Hou, Z. Jiang. Theoretical analysis of thermal effects in fiber laser from the moment when pump is turned on to steady-state [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**: 178～180

22 D. C. Jones, C. D. Stacey, A. M. Scott. Phase stabilization of a large-mode-area ytterbium-doped fiber amplifier [J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**: 466～468

23 Michael Tröbs, Peter Wessels, Carsten Fallnich. Phase-noise properties of an ytterbium-doped fiber amplifier for the laser interferometer space antenna [J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**: 789～791

24 M. A. Vorontsov, V. P. Sivokon. Stochastic parallel-gradient-descent technique for high-resolution wave-front phase-distortion correction[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(10): 2745～2758