

文章编号: 0258-7025(2009)11-2924-04

# 轴棱锥透镜系统产生局域空心光束的几何光学解释

卢文和 吴逢铁

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021)

**摘要** 利用几何光学的光线追迹法形象地描述了轴棱锥透镜系统产生局域空心光束过程。分析了局域空心光束传输过程中的光强分布;同时利用光线追迹法分析了透镜焦距对局域空心光束尺寸大小的影响。结果表明,局域空心光束的尺寸随着透镜焦距的增大而增大。实验中利用轴棱锥透镜系统产生局域空心光束,并对不同位置的光斑进行了拍摄,分析了局域空心光束的演变过程及其横向光强分布。实验与理论模拟的结果相吻合。因而容易选择不同尺寸的局域空心光束对不同微粒进行囚禁。

**关键词** 几何光学;无衍射光束;光线追迹;轴棱锥-透镜系统;局域空心光束

**中图分类号** O435.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL20093611.2924

## Geometric Optics Analysis on the Bottle Beam Generated From an Axicon-Lens System

Lu Wenhe Wu Fengtie

(College of Information Science & Engineering, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China)

**Abstract** The process of the bottle beam generated from an axicon-lens system is described by a novel method based on the ray-tracing. The intensity distribution of the bottle beam in propagation is analyzed. Using ray-tracing, the influence of the focal length of the lens on the sizes of bottle beam is analyzed. The result shows that the sizes of bottle beams increase with the increasing of the focal length of the lens. Experimentally the bottle beams are generated by using an axicon-lens system. The beam patterns are captured in different propagation position, and the evolution and transversal intensity distribution of bottle beam is analyzed. The experimental results fit well with the theoretical simulation. Therefore, we can choose right size bottle beam to manipulate different particles.

**Key words** geometrical optics; non-diffracting beam; ray-tracing; axicon-lens system; bottle beam

### 1 引 言

局域空心光束是在光束的传播方向上有着强度为零的区域,并且在此区域外三维空间都围绕着高强度的一种特殊空心光束<sup>[1]</sup>。由于局域空心光束具有三维封闭的暗中空区域和极高的强度梯度,可作为激光导管、光镊和光学扳手等有力工具,还可用于激光囚禁微观粒子和中性原子、分子等。实验中产生局域空心光束的方法有很多种, S. Chavez-Cerda 等<sup>[2]</sup>利用环缝-透镜法产生的两束贝塞耳(Bessel)光的干涉得到局域空心光束,然而环缝-透

镜法产生的贝塞耳光效率很低(仅为 15%)。B. P. S. Ahluwalia 等<sup>[3]</sup>利用梯度轴棱锥产生周期再现的局域空心光束,但这种梯度轴棱锥不易加工。由于轴棱锥产生贝塞耳光的方法具有装置简单、转换效率高<sup>[4]</sup>且抗损伤阈值高<sup>[5]</sup>等显著优点,且轴棱锥的相关特性已得到深入研究<sup>[6~8]</sup>。因此本文采用轴棱锥透镜系统产生局域空心光束。

此前, Dr. Wei 等<sup>[9]</sup>应用几何理论对局域空心光束进行分析,给出了产生的条件以及形成过程,但未描述局域空心光束传输过程中的光强分布;吕百

收稿日期: 2009-01-12; 收到修改稿日期: 2009-02-16

基金项目: 国家自然科学基金(60477041)和福建省自然科学基金(A0710011)资助课题。

作者简介: 卢文和(1982—),男,硕士研究生,主要从事光束传输与变换等方面的研究。E-mail: lwh610@163.com

导师简介: 吴逢铁(1958—),男,博士,教授,主要从事光束传输与变换、短脉冲技术及非线性光学等方面的研究。

E-mail: ftwu@public.qz.fj.cn(通信联系人)

达等<sup>[10]</sup>应用衍射理论对无衍射光束的聚焦问题进行了研究;曾夏辉等<sup>[11]</sup>利用干涉理论较详细地分析了局域空心光束的光强分布,它能够很好描述局域空心光束的形成过程。在非涅耳近似条件下,利用非涅耳衍射理论可以对光传输进行很好的描述;但是光束经过透镜后的很小距离内,不能满足非涅耳近似条件,衍射理论不再适合描述光束的传输特性。本文利用几何光学的光线追迹法形象地描述了轴棱锥透镜系统产生局域空心光束过程,详细分析了传输过程中的光强分布,还利用光线追迹法分析了透镜焦距对局域空心光束尺寸大小的影响,并给出相关的实验结果。

## 2 模拟分析

光波在无源的自由空间传播时,其电场  $E$  满足标量亥姆霍兹(Helmholtz)波动方程

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \cdot E(r, t) = 0, \quad (1)$$

方程(1)的解为

$$E(\rho, \varphi, z, t) = \exp[i(\beta z - \omega t)] J_0(\alpha \rho), \quad (2)$$

式中  $\beta = k_z$ ,  $\alpha = k_r$ ,  $\alpha$  和  $\beta$  分别为径向和纵向的波矢分量;  $\beta^2 + \alpha^2 = k^2 = (\omega/c)^2$ ,  $k$  为波矢,  $c$  为光速,  $\omega$  为光波的频率,  $\rho, \varphi, z$  分别表示柱坐标中的径向距离、方位角及轴向距离,其中  $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$ 。(2)式描述的光束为理想的无衍射贝塞耳光。

贝塞耳函数的数学表达式可以解释为这样一些平面波的叠加,所有平面波对  $z$  轴具有相同倾角  $\theta$ , 但具有从  $0$  到  $2\pi$  不同的方位角,即这一分布的波矢位于一个锥体。这种锥体波矢可由轴棱锥合成。在子午面内则表现为两束平行光,它们与  $z$  轴具有相同的倾角  $\theta$ , 这两束平行光的交叠区域即为贝塞耳光。

利用几何光学设计软件对轴棱锥产生贝塞耳光进行光线追迹模拟。本文采用序列模式对轴棱锥建模,轴棱锥的锥面采用标准表面面型,入瞳半径  $a=15$  mm,曲率半径取  $-0.05$  mm,轴棱锥厚度取  $2$  mm,玻璃材料选用 BK7(折射率  $n=1.516$ ),二次曲率常数公式为

$$K = -\left(\frac{1}{\tan^2 \gamma} + 1\right), \quad (3)$$

式中轴棱锥的底角  $\gamma=5^\circ$ ,代入(3)式得二次曲率常数  $K=-131.646$ 。利用光学设计软件进行光线追迹,结果如图 1 所示。

图 1 描述的是平行光垂直入射轴棱锥后,出射

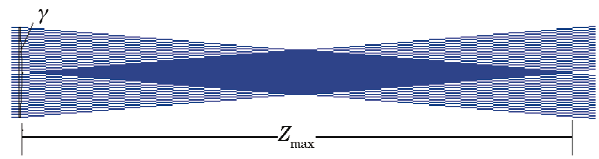


图 1 轴棱锥产生贝塞耳光的几何光线追迹图

Fig. 1 Geometrical ray-tracing of Bessel beam generated by an axicon

光在子午面上表现为两束平行光干涉叠加,交叠部分的深颜色菱形区域即为无衍射贝塞耳光区域。根据简单的几何关系可知最大无衍射距离

$$Z_{\max} = \frac{a}{(n-1) \cdot \gamma}, \quad (4)$$

将上述参数代入(4)式得  $Z_{\max}=333.12$  mm,而光学设计软件模拟的结果为  $Z_{\max}=336$  mm。

在无衍射光的最大准直距离内插入一个聚焦透镜,将在其后一段距离内出现空心光,并且随着插入透镜位置的不同,将出现不同类型的空心光。当满足  $f < z_0 < Z_{\max}$  时,无衍射光聚焦后会形成局域空心光束<sup>[9]</sup>。其中,  $z_0$  为轴棱锥顶点到聚焦透镜的距离,  $f$  为聚焦透镜的焦距。用光学设计软件进行光线追迹可得结果如图 2 所示。

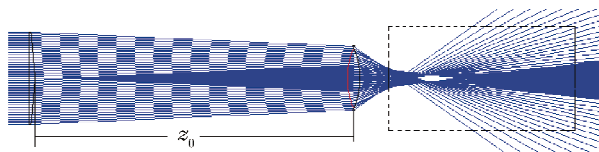


图 2 轴棱锥透镜系统产生局域空心光束的几何光线追迹

Fig. 2 Geometrical ray-tracing of bottle beam generated by an axicon-lens system

由图 2 可见,贝塞耳光经透镜聚焦后形成中间光强为零的局域空心光束,模拟时由于光线太密导致图 2 中局域空心光束结束处的光线连成一片。对图 2 虚框部分进行放大,如图 3 所示。

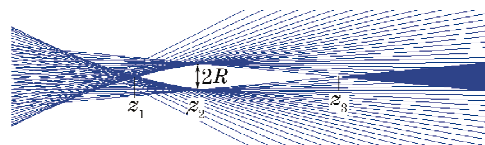


图 3 对图 2 中的虚框部分的放大

Fig. 3 Amplification of the dotted line frame in Fig. 2

由图 3 可以看到,当贝塞耳光经透镜聚焦后,在  $z_1$  处开始形成局域空心光束,此时局域空心光束的径向暗域半径  $R$  最小,在聚焦透镜的焦平面  $z_2$  处,局域空心光束的径向暗域半径  $R$  达到最大,在  $z_3$  处局域空心光束的径向暗域半径  $R$  又达到最小,此后贝塞耳光重建。

局域空心光束的尺寸包括轴上暗域长度(bottle length) $L$ 和径向暗域半径(bottle radius) $R$ 。根据简单的几何关系可以得到

$$R = f(n-1)\gamma, \tag{5}$$

$$L = z_3 - z_1 = \frac{Z_{\max}}{(z_0/f^2 - 1/f)(Z_{\max}/f^2 + 1/f - z_0/f^2)}, \tag{6}$$

从(5)式,(6)式可以看出,当其他条件不变时,径向暗域半径 $R$ 与轴上暗域长度 $L$ 将随着聚焦透镜焦距 $f$ 的变化而变化。当聚焦透镜的焦距 $f$ 变大时,局域空心光束径向暗域半径 $R$ 与轴上暗域长度 $L$ 也将随着增大。

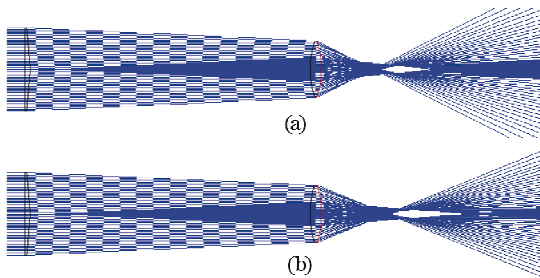


图 4 不同聚焦透镜焦距  $f$  的轴棱锥透镜系统产生局域空心光束的几何光线追迹图

Fig. 4 Geometrical ray-tracing of bottle beams generated by an axicon-lens system with different focal length

利用光线追迹法,图 4 给出不同透镜焦距  $f$  产生的局域空心光束[图 4(b)透镜焦距  $f$  大于图 4(a)]。可以发现,随着聚焦透镜焦距  $f$  的增大,相应的局域空心光束尺寸也随着增大。这与曾夏辉等<sup>[11]</sup>利用干涉理论对轴棱锥透镜系统产生局域空心光束进行分析的结果相吻合。但是利用几何光线追迹法进行描述,可以更加形象地体现出局域空心光束的演变过程以及局域空心光束尺寸受聚焦透镜焦距  $f$  的影响。由于通过改变聚焦透镜焦距  $f$  大小可以改变局域空心光束的尺寸,因此可以容易地选择不同尺寸的局域空心光束对不同微粒进行囚禁。

### 3 实验研究

图 5 为产生局域空心光束实验装置,将波长为 632.8 nm 的 He-Ne 激光高斯型光束(如图 6)经透镜系统扩束准直后,再经一光阑半径为  $a$  的限孔光阑后垂直入射到轴棱锥,在最大准直距离内插入一个聚焦透镜,并使轴棱锥顶点到聚焦透镜的距离  $z_0$  满足  $f < z_0 < Z_{\max}$ ,则当贝塞耳光经透镜会聚后在  $z_1$  处开始形成局域空心光束,并且局域空心光束的径向暗域半径  $R$  将随着光束沿  $z$  轴的传播而不断增

大,在聚焦透镜  $f_3$  的焦平面  $z_2$  处达到最大,随着光束的继续传播,径向暗域半径  $R$  又逐渐变小,直至  $z_3$  处局域空心光束结束,此后又开始重建贝塞耳光。通过旋转屏接收成像,再利用体视显微镜(可连续放大,最大放大倍数 50 倍)和 CCD 照相机(可连续放大 5 倍,分辨率 2560 pixels×1920 pixels)组成的系统对局域空心光束及无衍射光再现的形成过程进行拍摄,结果如图 7 所示。

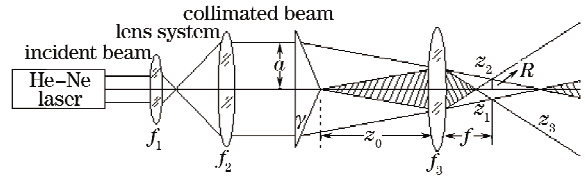


图 5 产生局域空心光束的实验装置图

Fig. 5 Experimental setup for the generation of bottle beam

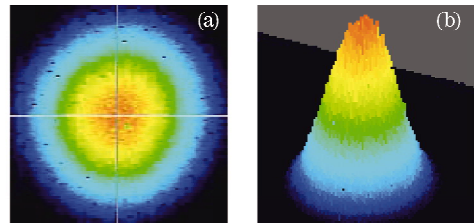


图 6 He-Ne 激光光束的光强分布。(a)二维光强分布; (b)三维光强分布

Fig. 6 Intensity distribution of the He-Ne Laser beam. (a) 2-D intensity distribution; (b) 3-D intensity distribution

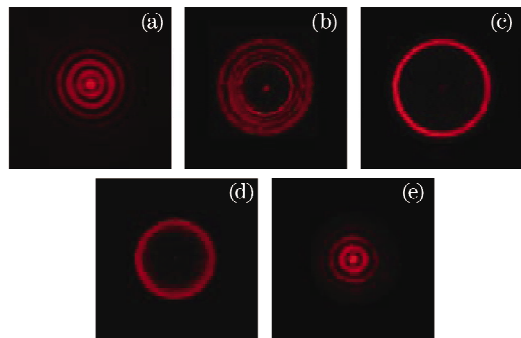


图 7 不同位置的局域空心光束的光强分布图

Fig. 7 Intensity distribution of bottle beam in different propagation position

实验中选取的参数为: $f=100$  mm, $a=3.5$  mm, $z_0=560$  mm,轴棱锥的底角  $\gamma=0.45^\circ$ ,折射率  $n=1.516$ ,图 7 分别是在  $z=46$  mm,92 mm,100 mm,104 mm,415 mm 处的横截面上拍摄的光强分布照片,由照片可以看出,在光轴上随着  $z$  的增大,首先形成了近似贝塞耳光[如图 7(a)];接着出现有着强度为零的暗中空区域[如图 7(b)],到达焦平面处暗域半径

最大且外围亮环的宽度最小,亮度也最大[如图 7(c)];此后随着  $z$  的逐渐增大,暗域半径和亮环的亮度又逐渐变小[如图 7(d)];随着光的传播,暗域消失且出现了类似无衍射光束的重建现象[如图 7(e)],从而构成了完整的局域空心光束。

由(5)式可知,改变聚焦透镜的焦距  $f$ ,所得到的局域空心光束的径向暗域半径  $R$  的大小也将随之改变。实验采用最小刻度为  $20\ \mu\text{m}$  的测微尺对拍摄到的光斑进行测量,测量结果及理论计算如表 1 所示。

表 1 不同透镜焦距的  $R$  值

Table 1 Values  $R$  with different focal length

$f/\text{mm}$	$R(\text{theory})/\mu\text{m}$	$R(\text{experiment})/\mu\text{m}$
50	203	201
70	284	295
100	405	420

从实验数据分析可以看出,局域空心光束的径向暗域半径  $R$  的大小几乎与聚焦透镜的焦距  $f$  成正比增大,实验数据因光路误差和测量误差与理论稍有不同,但是在误差范围内实验结果与理论是相符的。实验中还可以观察到局域空心光束的纵向长度随着聚焦透镜的焦距增大明显增大,这与利用几何光线追迹法分析的结果是吻合的。因此只改变聚焦透镜的焦距  $f$  得到暗域大小不同的局域空心光束,这在微粒操控方面是很有利的<sup>[12]</sup>。

## 4 结 论

从几何光学角度解释了轴棱锥透镜系统产生局域空心光束的特性。通过几何光线追迹模拟可以清楚地看到局域空心光束的形成过程,从几何光线追迹图可以清楚地看到在子午面上,从轴棱锥出射后的两束平行光经聚焦透镜聚焦后分别会聚于焦平面的两点,当满足  $f < z_0 < Z_{\text{max}}$  条件时,则形成封闭的局域空心光束,且局域空心光束的尺寸随着聚焦透镜焦距  $f$  的增大而增大。同时实验上利用无衍射光经透镜后产生局域空心光束,实验结果与理论分

析相吻合,使得对局域空心光束的形成过程及其特性有一个更直观的认识。

## 参 考 文 献

- 1 J. Arlt, M. J. Padgett. Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity: the optical bottle beam [J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(4): 191~193
- 2 S. Chavez-Cerda, E. Tepichin, M. A. Meneses-Nava *et al.*. Experimental observation of interfering Bessel beams[J]. *Opt. Express*, 1998, **3**(13): 524~529
- 3 B. P. S. Ahluwalia, W. C. Cheong, X. -C. Yuan *et al.*. Design and fabrication of a double-axicon for generation of tailorably self-imaged three-dimensional intensity voids[J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(7): 987~989
- 4 M. de Angelis, L. Cacciapuoti, G. Pierattini *et al.*. Axially symmetric hollow beams using refractive conical lenses[J]. *Opt. & Laser. Eng.*, 2003, **39**: 283~291
- 5 Wu Fengtie, Chen Yinbin, Guo Dongdong. Nanosecond pulsed Bessel-Gauss beam generated directly from a Nd:YAG axicon-based resonator[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(22): 4943~4947
- 6 Wu Fengtie, Jiang Xinguang. Experiments and theory of facular lattice generated by diffractive axicon[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(12): 2250~2254  
吴逢铁,江新光. 衍射轴棱锥产生光学点阵的理论和实验[J]. *光学学报*, 2008, **28**(12): 2250~2254
- 7 O. Brzobohaty, T. Cizmar, P. Zemanek. High quality quasi-Bessel beam generated by round-tip axicon[J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(17): 12688~12700
- 8 Wu Fengtie, Jiang Xinguang, Liu Bin *et al.*. Single bottle beam generated by a gradient-axicon[J]. *Acta Physica. Sinica*, 2009, **58**(4): 2410~2414  
吴逢铁,江新光,刘彬等. 梯度轴棱锥产生单个 Bottle beam [J]. *物理学报*, 2009, **48**(4): 2410~2414
- 9 Ming-Dar Wei, Wen-Long Shiao, Yi-Tse Lin. Adjustable generation of bottle beam and hollow beams using an axicon[J]. *Opt. Commun.*, 2005, **248**(1-3): 7~14
- 10 Lü Baida, Huang Wenlong, Zhang Bin *et al.*. Focusing properties of Bessel beam [J]. *Opt. Commun.*, 1996, **131**(4-6): 223~228
- 11 Zeng Xiahui, Wu Fengtie, Liu Lan. The description of bottle beam on the interferential theory[J]. *Acta Physica. Sinica*, 2007, **56**(2): 195~201  
曾夏辉,吴逢铁,刘岚. 干涉理论对 bottle beam 的描述[J]. *物理学报*, 2007, **56**(2): 792~797
- 12 Liu Bin, Wu Fengtie, Liu Lan. Influence of focal length of lens on sizes of bottle beam [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(3): 406~409  
刘彬,吴逢铁,刘岚. 透镜焦距对局域空心光束尺寸的影响 [J]. *中国激光*, 2008, **35**(3): 406~409