

文章编号: 0258-7025(2009)11-2902-06

# 涡旋光束单缝衍射的理论和实验研究

王 涛 蒲继雄

(华侨大学电子科学与技术系, 福建 泉州 362021)

**摘要** 根据菲涅耳衍射积分,研究了拉盖尔-高斯光束经过单缝衍射后的光强分布。研究表明,拉盖尔-高斯光束经过单缝后衍射条纹会发生断层和弯曲,弯曲的方向和程度跟拓扑电荷数紧密相关。实验结果也证实了这一现象。还研究了拉盖尔-高斯光束经过单缝后的螺旋谱。研究表明,单缝的存在会使螺旋谱展宽,展宽程度受到拓扑电荷数、光斑大小以及单缝缝宽的影响。

**关键词** 物理光学; 拉盖尔-高斯光束; 单缝衍射; 光强分布; 螺旋谱

**中图分类号** O436. 1 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/CJL20093611.2902

## Theoretical and Experimental Study on Vortex Beam Transmitted Through a Single-Slit

Wang Tao Pu Jixiong

(Department of Electronic Science and Technology, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China)

**Abstract** Based on the Fresnel diffraction integral, the intensity distribution of Laguerre-Gaussian beam transmitted through a single-slit has been investigated. It is found that the diffraction fringes of vortex beams will dislocation and shift in the diffraction field, and the direction and the amplitude of the shifts is closely related with the topological charge. These results have been demonstrated experimentally in this paper. In addition, the spiral spectral of vortex beams transmitted through the single-slit has also been discussed. It is shown that the spiral spectrum will be broadened due to the limit of the single-slit, and the broadening depends on the topological charge, the beam size, and the width of the single-slit.

**Key words** physical optics; Laguerre-Gaussian beam; single-slit diffraction; intensity distribution; spiral spectrum

### 1 引 言

涡旋光束因其在信息编码和自由空间光通信中的重要应用而受到广泛的关注<sup>[1~7]</sup>。与传统的基于光束偏振态的编码方式不同,涡旋光束采用轨道角动量作为信息,使得传输的信息容量得到了极大的提高<sup>[8]</sup>。研究表明,采用轨道角动量编码还能提高信息传输的保密性<sup>[9]</sup>。此外,由于涡旋光束带有轨道角动量,因此在量子信息处理<sup>[8,10,11]</sup>,粒子囚禁和操纵<sup>[3,9]</sup>等领域也有广泛的应用。

拉盖尔-高斯光束是涡旋光束的典型代表,带有

由  $\exp(il\varphi)$  描述的螺线型相位分布,能使每个光子带上  $l\varphi$  的轨道角动量<sup>[2]</sup>。其中  $l$  为拓扑电荷数,决定绕涡旋点一周的相位变化。在采用轨道角动量作为信息传输的过程中,拓扑电荷数的检测是一个重要的环节。目前常用的检测方法主要有道威棱镜<sup>[8]</sup>、双缝干涉<sup>[12]</sup>等。

作为光学最基本的现象之一,光束的单缝衍射也一直是人们感兴趣的课题。然而,到目前为止,还没有关于涡旋光束单缝衍射的报道。本文根据菲涅耳衍射积分,讨论了拉盖尔-高斯光束的单缝衍射特

收稿日期: 2008-10-12; 收到修改稿日期: 2008-11-30

基金项目: 福建省科技计划重点项目(2007H0027)和福建省自然科学基金(A0810012)资助课题。

作者简介: 王 涛(1984-),男,硕士研究生,主要从事大气光学与奇点光学等方面的研究。

导师简介: 蒲继雄(1962-),男,教授,博士,主要从事光束传输与非线性光学等方面的研究。

E-mail: jixiong@hqu.edu.cn(通信联系人)

性,考虑了拓扑电荷数、光斑大小、缝宽和衍射屏的位置对衍射图样的影响。此外,还分析了光束经过单缝后的螺旋谱。

## 2 实验装置与理论分析

假设光源为拉盖尔-高斯光束,光源平面的场可

以表示为<sup>[13]</sup>

$$E(r', \varphi') = E_0 (r'/\sigma)^{|l|} \exp(-r'^2/\sigma^2) \times \exp(il\varphi'), \quad (1)$$

其中  $E_0$  为常数,  $\sigma$  为光斑大小,  $r', \varphi'$  分别表示光源平面的位置矢量的模和方位角。将(1)式写成直角坐标形式为

$$E(x', y') = E_0 (\sqrt{x'^2 + y'^2}/\sigma)^{|l|} \exp[-(x'^2 + y'^2)/\sigma^2] \exp[i\text{arg}(x' + iy')], \quad (2)$$

式中  $x', y'$  为光源平面的坐标。

根据菲涅耳衍射积分,光束经过单缝后在衍射场中的场可以表示为

$$E(r, \varphi, z) = \left(-\frac{i}{\lambda z}\right) \exp(ikz) \iint E(r', \varphi') \exp\left\{\frac{ik}{2z}[r'^2 + r^2 - 2r'r\cos(\varphi - \varphi')]\right\} r' dr' d\varphi', \quad (3)$$

式中  $r, \varphi$  分别表示衍射平面的位置矢量的模和方位角,  $k$  为波数,  $z$  为衍射距离。

为了考虑单缝衍射的方便,将(3)式写成直角坐标的形式

$$E(x, y, z) = \left(-\frac{i}{\lambda z}\right) \exp(ikz) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-a/2}^{a/2} E(x', y') \exp\left\{\frac{ik}{2z}[(x-x')^2 + (y-y')^2]\right\} dx' dy', \quad (4)$$

式中  $x, y$  为衍射平面的坐标,  $a$  为单缝缝宽。从而可以得到衍射平面的光强和相位分布为

$$I(x, y, z) = E(x, y, z)E(x, y, z)^*, \quad (5)$$

$$\varphi(x, y, z) = \text{Arg}[E(x, y, z)]. \quad (6)$$

涡旋光束的单缝衍射装置如图 1 所示,激光束照射在全息片上产生涡旋光束,然后将涡旋光束通过单缝衍射后,在单缝后观察光强分布。

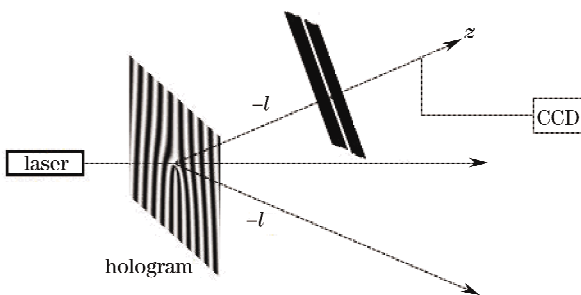


图 1 实验装置图

Fig. 1 Schematic of experimental setup

## 3 涡旋光束经单缝衍射后的光强分布

图 2 所示为光束经过单缝衍射后的光强分布。计算参数为:  $\sigma = 1 \text{ mm}$ ,  $a = 1 \text{ mm}$ ,  $z = 0.5 \text{ m}$ , 图 2 (a)~(c) 分别给出  $l = -1, l = 0, l = 1$  时的衍射图样。从图中可以看出,对于高斯光束而言 ( $l = 0$ ),衍射条纹在与狭缝平行的方向 ( $y$  方向) 是直的。然

而,拉盖尔-高斯光束 ( $l \neq 0$ ) 经过单缝衍射后,衍射图样在  $y$  方向中心出现暗斑,同时在暗斑的上部和下部衍射图样出现弯曲。而且,中心零级衍射条纹弯曲的程度和方向与拓扑电荷数的大小和方向密切相关。图 2(d)~(f) 给出了  $l = -1, l = 0, l = 1$  的涡旋光束的衍射图样的实验结果。实验所得与理论计算基本符合。这是因为对于非涡旋光束而言 ( $l = 0$ ),观察屏上的相位差在与狭缝平行的方向是恒定的,因而衍射条纹的明暗度在与狭缝平行的方向是确定的;然而,对于涡旋光束而言,在狭缝上,光场的相位是变化的,因此在衍射屏上,即使是与狭缝平行的方向,相位也是变化的,这就导致在与狭缝平行的方向,条纹并不确定,而是发生弯曲。

图 3 研究了单缝缝宽对拉盖尔-高斯光束衍射图样的影响。计算参数为:  $\sigma = 2 \text{ mm}$ ,  $l = 1$ ,  $z = 0.5 \text{ m}$ 。图 3 (a)~(c) 分别给出了  $a = 0.2 \text{ mm}$ ,  $a = 0.4 \text{ mm}$ ,  $a = 0.6 \text{ mm}$  时的衍射图样。从图中可以看出,随着单缝缝宽的增大,条纹的弯曲度也更加明显。这是因为对于光斑大小一定的涡旋光束而言,单缝缝宽越小,通过单缝的相位变化信息就越少,而涡旋光束的相位变化正是衍射条纹发生弯曲的原因。因此,如果狭缝太小,相位变化对衍射条纹的影响就反映不出来,而只会出现中心暗斑,如图 3 (a) 所示。

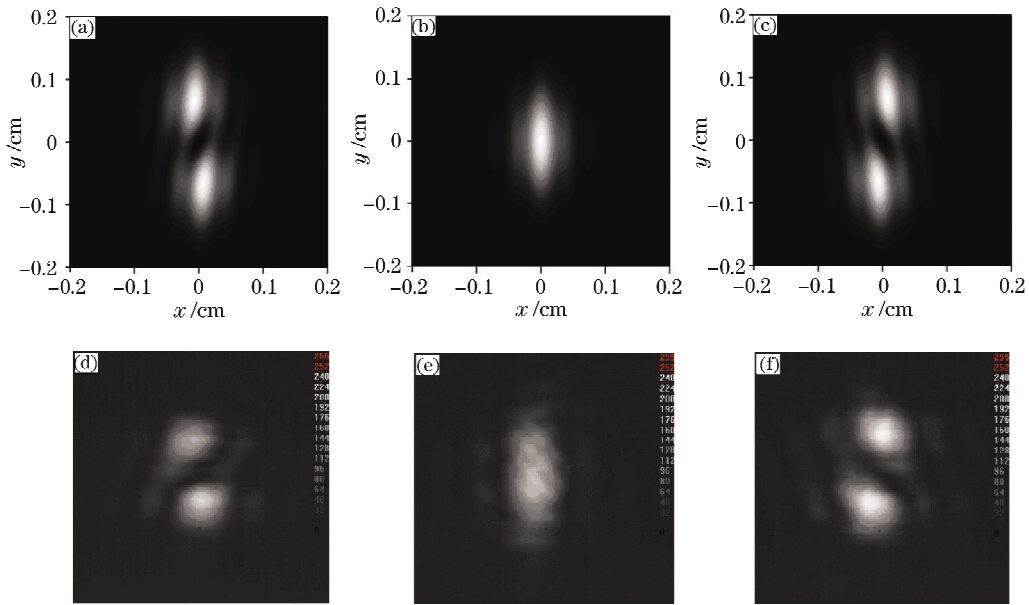


图 2 涡旋光束经过单缝后的衍射图样。(a)~(c) 是理论结果,(d)~(f)是实验现象。计算参数为:  
 $\sigma=1\text{ mm}, a=1\text{ mm}, z=0.5\text{ m}$ 。(a), (d)  $l=-1$ ; (b), (e)  $l=0$ ; (c), (f)  $l=1$

Fig. 2 Diffraction patterns of vortex beam transmitted through a single-slit. (a)~(c) is the numerical results, and (d)~(f) is the experimental results. The parameters for calculations are chosen as  $\sigma = 1\text{ mm}, a = 1\text{ mm}, z = 0.5\text{ m}$ . (a), (d)  $l = -1$ ; (b), (e)  $l = 0$ ; (c), (f)  $l = 1$

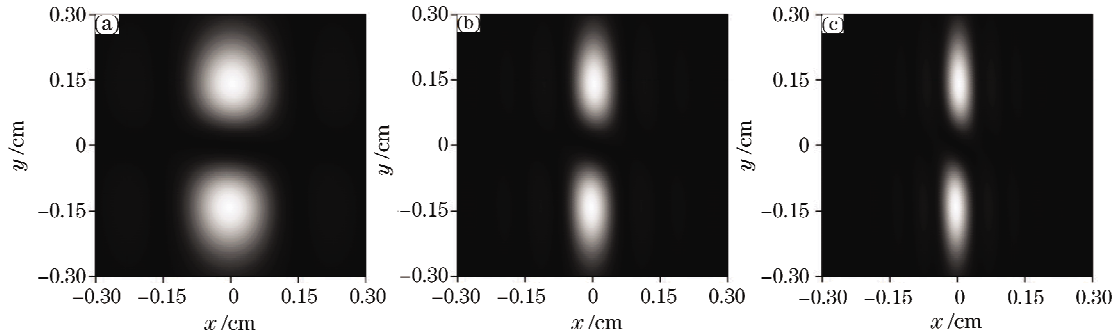


图 3 不同单缝缝宽时的衍射图样。计算参数为: $\sigma=2\text{ mm}, l=1, z=0.5\text{ m}$ 。(a)  $a=0.2\text{ mm}$ ; (b)  $a=0.4\text{ mm}$ ; (c)  $a=0.6\text{ mm}$

Fig. 3 Diffraction patterns with different width of the slit. The parameters for calculation has been chosen as  $\sigma = 2\text{ mm}, l = 1, z = 0.5\text{ m}$ . (a)  $a = 0.2\text{ mm}$ ; (b)  $a = 0.4\text{ mm}$ ; (c)  $a = 0.6\text{ mm}$

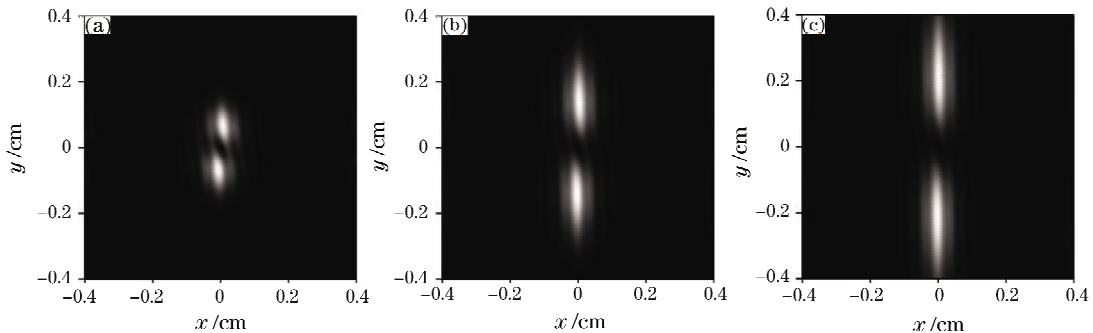


图 4 不同光斑半径时的衍射图样。计算参数为: $a=1\text{ mm}, l=1, z=0.5\text{ m}$ 。(a)  $\sigma=1\text{ mm}$ ; (b)  $\sigma=2\text{ mm}$ ; (c)  $\sigma=3\text{ mm}$

Fig. 4 Diffraction patterns with different beam width. The parameters for calculation has been chosen as  $a = 1\text{ mm}, l = 1, z = 0.5\text{ m}$ . (a)  $\sigma = 1\text{ mm}$ ; (b)  $\sigma = 2\text{ mm}$ ; (c)  $\sigma = 3\text{ mm}$

图 4 给出了在给定单缝缝宽的情况下,光斑大小对衍射条纹的影响。计算参数为: $a=1\text{ mm}$ ,  $l=1$ ,  $z=0.5\text{ m}$ 。图 4(a)~(c)分别给出了光斑大小  $\sigma=1\text{ mm}$ ,  $\sigma=2\text{ mm}$ ,  $\sigma=3\text{ mm}$  时的单缝衍射图样。从图中可以看出,对于特定的单缝而言,光斑大小对衍射图样也有明显的影响,光斑越大,在  $y$  方向的条纹越长,但是条纹的弯曲程度变小。

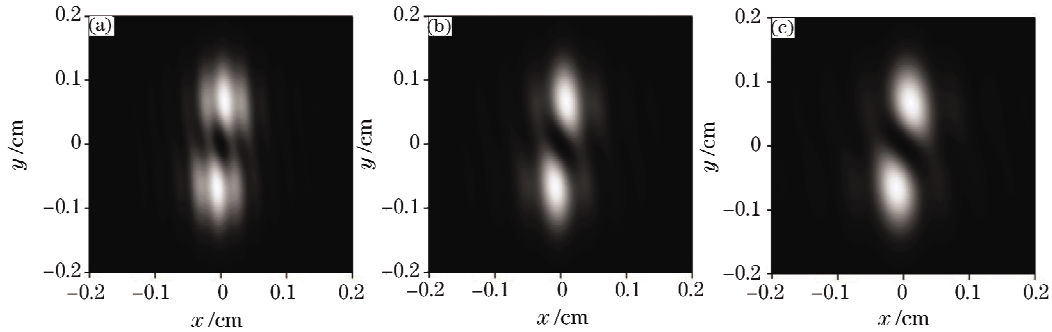


图 5 不同衍射距离时的衍射图样。计算参数为: $\sigma=1\text{ mm}$ ,  $a=1\text{ mm}$ ,  $l=1$ 。(a)  $z=0.4\text{ m}$ ; (b)  $z=0.6\text{ m}$ ; (c)  $z=0.8\text{ m}$   
Fig. 5 5 Diffraction patterns at different diffraction distance. The parameters for calculation has been chosen as  $\sigma=1\text{ mm}$ ,  $a=1\text{ mm}$ ,  $l=1$ . (a)  $z=0.4\text{ m}$ ; (b)  $z=0.6\text{ m}$ ; (c)  $z=0.8\text{ m}$

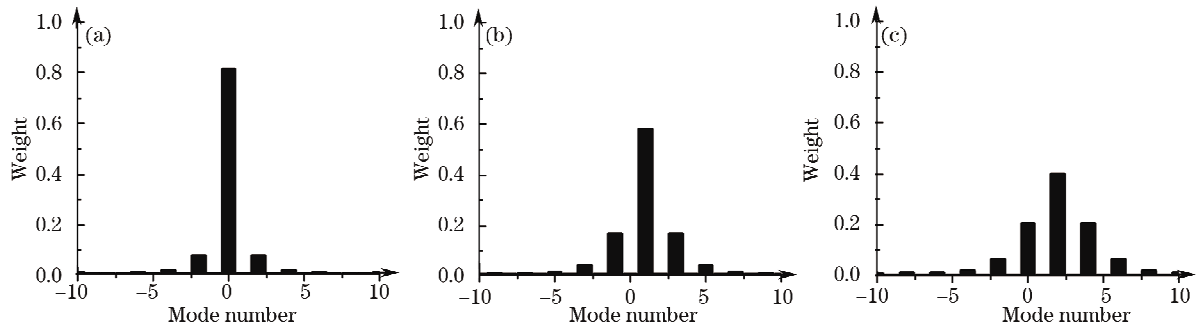


图 6 不同拓扑电荷数的光束通过单缝后的螺旋谱。计算参数为: $\sigma=1\text{ mm}$ ,  $a=1\text{ mm}$ 。(a)  $l=0$ ; (b)  $l=1$ ; (c)  $l=2$   
Fig. 6 Spiral spectrum of vortex beams transmitted through the single-slit with different topological charge. The parameters for calculation are chosen as  $\sigma=1\text{ mm}$ ,  $a=1\text{ mm}$ . (a)  $l=0$ ; (b)  $l=1$ ; (c)  $l=2$

#### 4 涡旋光束经单缝后的螺旋谱

相干光束的轨道角动量谱用螺旋谐波展开的方式可以表示为

$$u(\rho, \theta, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(\rho, z) \exp(in\theta), \quad (7)$$

$$\text{其中 } a_n(\rho, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} u(\rho, \theta, z) \exp(-in\theta) d\theta. \quad (8)$$

光束所带的总功率可以表示为

$$C = \sum_n C_n, \quad (9)$$

$$\text{其中 } C_n = \int_0^{\infty} |a_n(\rho, z)|^2 \rho d\rho. \quad (10)$$

这样,每个螺旋谐波的权重可以表示为

图 5 给出了在不同衍射距离时的衍射图样,计算参数为: $\sigma=1\text{ mm}$ ,  $a=1\text{ mm}$ ,  $l=1$ 。图 5(a)~(c)给出了观察距离分别为  $z=0.4\text{ m}$ ,  $z=0.6\text{ m}$ ,  $z=0.8\text{ m}$  时的衍射图样。从图 5 可以看出,随着传输距离的增大,衍射现象越明显,条纹的弯曲现象也越明显。

$$P_n = \frac{C_n}{C}. \quad (11)$$

根据(11)式,可以得到拉盖尔-高斯光束经过单缝后的螺旋谱,图 6 给出了不同拓扑电荷数情况下的螺旋谱。计算参数为: $\sigma=1\text{ mm}$ ,  $a=1\text{ mm}$ 。图 6(a)~(c)分别给出  $l=0$ ,  $l=1$ ,  $l=2$  时的螺旋谱。从图中可以看出,光束经过单缝后,光束的螺旋谱被展宽,除零级谱外,会出现其他的谐波分量。这是因为线动量和位置之间互成 Fourier 变换,根据文献[14], Yao 等认为角动量和角位置之间也互成 Fourier 变换。当光束受限时,光束将叠加上一个与光阑相关的因子,也称为调制因子。如果这个调制因子与方位角有关,那么光束的轨道角动量谱将会

被展宽。

图 7 所示为光斑大小对光束经过单缝后的螺旋谱的影响,计算参数为: $a=1\text{ mm}$ , $l=1$ 。图 7 (a)~(c) 分别给出了  $\sigma=1\text{ mm}$ , $\sigma=2\text{ mm}$ , $\sigma=3\text{ mm}$  时光束的螺旋谱,从图中可以得到,对于特定的单缝而言,光斑越大,螺旋谱的展宽现象越明显。

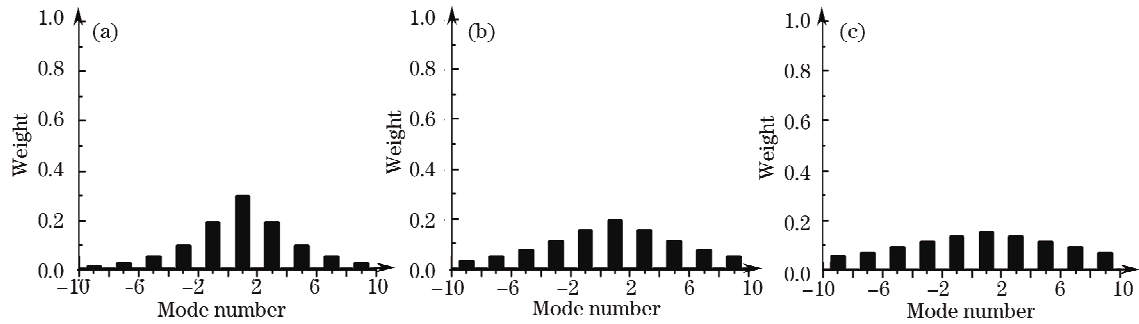


图 7 光斑大小对光束通过单缝后的螺旋谱的影响。计算参数为:

$a=1\text{ mm}$ , $l=1$ 。(a)  $\sigma=1\text{ mm}$ ; (b)  $\sigma=2\text{ mm}$ ; (c)  $\sigma=3\text{ mm}$

Fig. 7 Spiral spectrum of vortex beams with differentiated beam width transmitted through the single-slit.

The parameters for calculation are chosen as  $a=1\text{ mm}$ , $l=1$ 。(a)  $\sigma=1\text{ mm}$ ; (b)  $\sigma=2\text{ mm}$ ; (c)  $\sigma=3\text{ mm}$

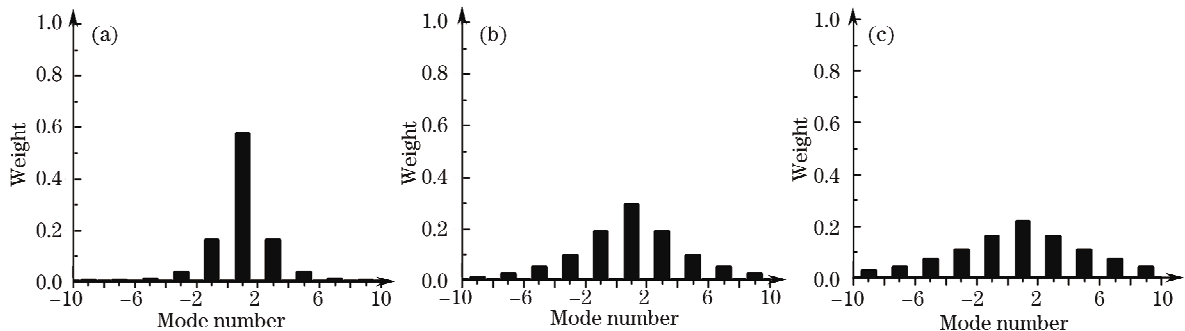


图 8 单缝缝宽对光束通过单缝后的螺旋谱的影响。计算参数为:

$\sigma=2\text{ mm}$ , $l=1$ 。(a)  $a=0.6\text{ mm}$ ; (b)  $a=0.4\text{ mm}$ ; (c)  $a=0.2\text{ mm}$

Fig. 8 Spiral spectrum of vortex beams transmitted through the single-slit of different width.

The parameters for calculation are chosen as  $\sigma=2\text{ mm}$ , $l=1$ 。(a)  $a=0.6\text{ mm}$ ; (b)  $a=0.4\text{ mm}$ ; (c)  $a=0.2\text{ mm}$

## 5 结 论

研究了涡旋光束的单缝衍射现象。讨论了光束所带拓扑电荷数、光斑大小和单缝缝宽对衍射屏上光强分布的影响。研究表明,涡旋光束经过单缝衍射后,衍射条纹会发生弯曲,弯曲的方向和程度受到光束所带拓扑电荷数的影响。研究了涡旋光束经过单缝后的螺旋谱。研究表明,光束经过单缝后,螺旋谱中会出现很多谐波分量,谐波分量的大小受到单缝缝宽、光斑大小以及光束所带拓扑电荷数的影响。

## 参 考 文 献

- 1 L. V. Basistiy, M. S. Soskin, M. V. Vasnetsov. Optical wavefront dislocations and their properties[J]. *Opt. Commun.*, 1995, **119**(5-6): 604~612
- 2 L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw *et al.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **45** (11): 8185~8189
- 3 H. He, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg, *et al.* Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(5): 826~829
- 4 Q. Xie, D. Zhao. Optical vortices generated by multi-level achromatic spiral phase plates for broadband beams [J]. *Opt. Commun.*, 2008, **281**(1): 7~11
- 5 L. Rao, J. Pu. Spatial correlation properties of focused partially coherent vortex beams [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, **24**(8): 2242~2247
- 6 Z. Zhang, J. Pu, X. Wang. Tight focusing of radially and azimuthally polarized vortex beams through a uniaxial birefringent

- crystal [J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(12): 1963~1967
- 7 Lu Xuanhui, Huang Huiqin, Zhao Chengliang *et al.*. Optical vortex beams and optical vortices [J]. *Lasers & Optoelectronics Progress*, 2008, **45**(1): 50~56  
陆璇辉, 黄慧琴, 赵承良 等. 涡旋光束和光学涡旋 [J]. *激光与光电子学进展*, 2008, **45**(1): 50~56
- 8 J. Leach, M. J. Padgett, S. M. Barnett *et al.*. Measuring the orbital angular momentum of a single photon [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88**(25): 257901
- 9 G. Gibson, J. Courtial, M. J. Padgett *et al.*. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum[J]. *Opt. Express*, 2004, **12**(22): 5448~5456
- 10 Molina-Terriza Gabriel, J. P. Torres, L. Torner. Management of the angular momentum of light; Preparation of photons in multidimensional vector states of angular momentum [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88**(1): 013601
- 11 A. Vaziri, G. Weihs, A. Zeilinger. Experimental two-photon, three-dimensional entanglement for quantum communication [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **89**(24): 240401
- 12 H. I. Sztul, R. R. Allano. Double-slit interference with Laguerre-Gaussian beams [J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(7): 999~1001
- 13 W. Zhang, M. G. Kuzyk. Effect of a thin optical Kerr medium on a Laguerre-Gaussian beam [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2006, **89**(10): 101103
- 14 E. Yao, S. Franke-Arnol, J. Courtial *et al.*. Fourier relationship between angular position and optical orbital angular momentum [J]. *Opt. Express*, 2006, **14**(20): 9071~9076