

文章编号: 0258-7025(2009)10-2740-05

# 佛克脱线型激光等离子体光学深度的理论分析

张庆国 贺 健

(河南科技大学理学院, 河南 洛阳 471003)

**摘要** 利用得到的精确佛克脱线型的表达式, 给出了计算佛克脱线型激光等离子体的光学深度的方法。以镁原子激光等离子体为例, 计算了其光学深度的大小, 基于此光学深度的值, 计算了镁原子等离子体逃逸几率, 所得结果与实验结果一致。指出了在不同线型下利用光学深度计算激光等离子体逃逸因子的方法。

**关键词** 逃逸因子; 佛克脱线型; 激光等离子体; 光学深度; 逃逸几率

**中图分类号** O53 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL20093610.2740

## Theoretical Analysis of the Optical Depth of Laser Produced Plasma for the Voigt Profile

Zhang Qingguo He Jian

(School of Science, Henan University of Science and Technology, Luoyang, Henan 471003, China)

**Abstract** Using the accurate expression of the Voigt profile we obtained, a method for the calculation of the optical depth of laser produced plasma is given out. Taking the magnesium laser produced plasma as an example, the optical depth, and the escape probability of magnesium laser produced plasma based on the optical depth are calculated, and the calculation results are in agreed with the experimental results. Finally, we point out a method to calculate the resonance escape factor of laser produced plasma using the optical depth.

**Key words** escape factor; Voigt profile; laser produced plasma; optical depth; escape probability

### 1 引 言

近年来激光等离子体和原子吸收光谱在理论和应用方面得到国内外学者的广泛关注, 而光学深度在这两个领域中是一个非常重要的物理量, 很多有关物理量的计算都要基于光学深度的大小<sup>[1~5]</sup>。在激光等离子体中, 光学深度反映了一个发射源发出的光子没有被捕获而传播的路程。在光学深度的计算中, 要用到激光等离子体的光谱线型, 不同的光谱线型会导致不同的光学深度。然而, 激光等离子体线型的展宽因素很多, 常见的有自然展宽、多普勒展宽、碰撞展宽、斯塔克展宽等。在各种展宽机制下, 对其光学深度、逃逸因子的计算和应用得到国内外学者的关注, 已有较多的相关报道<sup>[6~8]</sup>。本文考虑自然展宽、多普勒展宽和碰撞展宽, 对佛克脱展宽线

型下的激光等离子体的光学深度进行研究。

多普勒展宽对应高斯线型, 而碰撞展宽和自然展宽对应洛伦兹线型。由于高斯线型和洛伦兹线型具有一个精确的表达式, 所以以前几乎所有的对于光学深度的计算均是基于高斯线型或洛伦兹线型的<sup>[9]</sup>。但是对于激光等离子体, 由于热运动, 辐射线型为高斯线型, 而测量仪器导致的谱线增宽为洛伦兹线型, 所以最接近实际的线型是佛克脱线型-高斯线型和洛伦兹线型的卷积。由于佛克脱线型本身是以一个积分形式提出的, 未找到一个精确的表达式, 所以对于佛克脱线型的光学深度的讨论很少。有的对于佛克脱线型的光学深度的近似讨论, 不仅要采用近似表达式, 而且还具有苛刻的使用条件, 所以没有得到人们的普遍接受<sup>[10]</sup>。我们利用傅里叶变换

收稿日期: 2008-10-14; 收到修改稿日期: 2009-01-14

基金项目: 河南省教育厅自然科学研究计划(2008B140005)资助项目。

作者简介: 张庆国(1959—), 男, 教授, 主要从事物理学教学和原子测量的理论分析等方面的工作。

E-mail: zqg5988@163.com

的方法,计算得到了一个精确对称的佛克脱线型的表达式<sup>[11]</sup>。此结果为计算佛克脱光谱线型等离子体的光学深度提供了理论基础。

## 2 光学深度计算的理论方法

佛克脱线型的一般定义为

$$P(v - v_0) = \frac{f' y}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-t^2)}{y^2 + (x-t)^2} dt, \quad (1)$$

其中  $y = \frac{\Delta v_L}{\Delta v_D} (\ln 2)^{1/2}$ ,  $x = \frac{v - v_0}{\Delta v_D} (\ln 2)^{1/2}$ ,  $f' = \frac{1}{\Delta v_D} (\ln 2)^{1/2}$ 。  $\Delta v_L$  和  $\Delta v_D$  分别为洛伦兹光谱线型和高斯光谱线型的半峰全宽。

利用傅里叶变换及傅里叶逆变换的方法,得到了一个精确对称的、非积分形式的佛克脱光谱线型的表达式<sup>[11]</sup>

$$P(v - v_0) = \sqrt{\pi} f' [\exp(4\pi y^2 - z^2) \cos 4\pi yz + \exp(4\pi y^2 - x^2) \cos 4\pi yx], \quad (2)$$

其中  $z = \frac{v + v_0}{\Delta v_D} (\ln 2)^{1/2}$ , 其他参数的意义和(1)式相同。

在激光等离子体中,对于一个宽度为  $L$  的吸收体,谱线中心的光学深度  $\tau_0$  为<sup>[12]</sup>

$$\tau_0 = \sigma N L P(0), \quad (3)$$

其中,  $P(0)$  为当  $v = v_0$  时的由(2)式计算的归一化佛克脱光谱线型函数值,  $\sigma$  为散射截面,一般为<sup>[13]</sup>

$$\sigma = (\pi e^2 / mc) \cdot f_{ij}, \quad (4)$$

其中  $e$  为电子电荷,  $m$  为电子质量,  $c$  为真空中光速,  $f_{ij}$  为共振线上下能级的碰撞强度,与上下能级的统

计权重  $g$ , 激发态寿命  $\tau_{21}$  和共振线的中心波长  $\lambda_0$  有关,其值可从原子辐射特性数据库中查到。(3) 式中  $N$  为吸收原子在基态的数密度,  $N$  和佛克脱光谱线型的最大吸收系数  $K_m$  之间的关系为<sup>[14]</sup>

$$N = K_m \frac{(\Delta v_N + \Delta v_L) \Delta v_D}{4 f_{ij}} \sqrt{\frac{\pi}{\ln 2}} \frac{mc}{e^2}, \quad (5)$$

其中  $\Delta v_N$  为自然半峰全宽。对于  $\Delta v_N$ ,  $\Delta v_L$  和  $\Delta v_D$ , 单位均为  $\text{cm}^{-1}$ , 并可以计算为<sup>[15]</sup>

自然半峰全宽

$$\Delta v_N = \frac{10^{-2}}{2\pi\tau_{21}c}, \quad (6)$$

洛伦兹半峰全宽

$$\Delta v_L = 2r_{\text{air}} (296/T)^n P, \quad (7)$$

其中  $n$  为温度系数,对于一般气体  $n = 0.75$ , 而  $r_{\text{air}} = 3.30 \times 10^{-7} \text{cm}^{-1}/\text{Pa}$  为大气展宽系数。

高斯半峰全宽

$$\Delta v_D = \frac{7.1623 \times 10^{-7}}{\lambda_0} (T/M)^{1/2}, \quad (8)$$

其中  $\lambda_0$  为谱线中心波长,单位为  $\text{cm}$ ,  $T$  为绝对温度,  $M$  为摩尔质量。

## 3 Mg II 280 nm 共振线的特性和谱线中心光学深度的计算

镁原子或离子在天文物理学中具有非常重要的意义, Mg II 280 nm 线是一个紫外区域的重要谱线,由 279.5528 nm 和 280.2704 nm 两条非常接近的谱线组成,这两条谱线产生于  $3^2s-3^2p$  之间的跃迁,它们的辐射特性如表 1 所示,跃迁示意图如图 1 所示<sup>[16]</sup>。

表 1 Mg II 280 nm 共振线的辐射特性

Table 1 Emission characteristic of Mg II 280 nm resonance lines

Wavelength $\lambda / \text{nm}$	Statistical weight $g_i$	Statistical weight $g_j$	Lifetime of excited state $\tau_{21} / \text{s}$	Oscillator strength $f_{ij} / \text{cm}^2$
279.5528	2	4	0.0138	0.4
280.2704	2	2	0.0139	0.4

在计算中,  $\epsilon_0$ ,  $e$ ,  $m$  均取公认值。对于一般的激光等离子体原子吸收光谱仪(例如 Perkin-Elmer 2380),根据参考文献[8],假定火苗温度为 2400 K, 等离子体压强为 13.17 Pa。在(5)式中,峰值吸收系数一般由实验给出,根据文献[17],对 Mg II 280 nm 共振线的峰值吸收系数取 0.08。通过计算,得到的散射截面和原子基态数密度如表 2 所示。

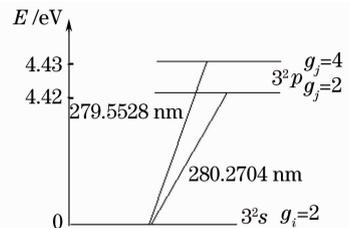


图 1 Mg II 280 nm 低能级跃迁图

Fig. 1 Lower levels of Mg II 280 nm line

表 2 Mg II 280 nm 的散射截面和原子基态数密度

Table 2 Cross-section and number density of the absorbing atoms in the ground state of Mg II 280 nm

Wavelength $\lambda / \text{nm}$	Cross-section $\sigma / \text{m}^2$	Number density of the atoms in the ground state $N / \text{cm}^{-3}$
279.5528	$5.0117 \times 10^{-23}$	$9.05 \times 10^{15}$
280.2704	$2.5006 \times 10^{-23}$	$9.05 \times 10^{15}$

当吸收体的宽度  $L$  从 0 到 10 cm 时, 根据(3)式计算得到的谱线中心的光学深度  $\tau_0$  如图 2 所示。从图 2 可以看出, 谱线中心的光学深度  $\tau_0$  的数量级为  $10^{18}$ , 与我们计算的 He I 1083.0 nm 的谱线中心的光学深度  $\tau_0$  具有相同的数量级<sup>[18]</sup>。Mg II 280 nm 线的谱线中心的光学深度  $\tau_0$  比 He I 1083.0 nm 的大些, 原因是根据(1)式到(8)式, 可以得到

$$\tau_0 = \sqrt{\frac{T\pi}{Mln2}} \pi K_m (\Delta v_N + \Delta v_L) LP(0) \frac{7.1623 \times 10^{-7}}{4\lambda_0}, \quad (9)$$

由(9)式发现, 谱线中心的光学深度与碰撞强度无关, 而一般自然展宽和洛伦兹展宽的计算方法相同, 所以谱线中心的光学深度就只与谱线中心波长、最大吸收系数和线型本身有关。Mg II 280 nm 线的波长比 He I 1083.0 nm 的短, 但是具有相同的数量级, 主要差别为不同的最大吸收系数和线型本身, 所以前者的光学深度比后者大些。

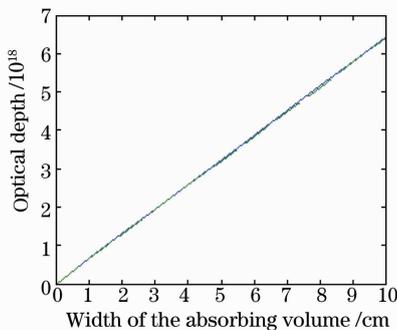


图 2 Mg II 280nm 的光学深度

Fig. 2 Optical depth of Mg II 280 nm lines

在此宽度范围内, Mg II 280 nm 两条线不能区分开, 只显示为 1 条曲线, 而 He I 1083.0 nm 3 条线可以分开。主要原因是 Mg II 280 nm 两条线波长要比 He I 1083.0 nm 3 条线小很多, 而根据(3)式到(8)式, 谱线中心的光学深度是和波长成反比的。要区分 Mg II 280 nm 两条线, 应该在一个更小的吸收体的宽度范围内来观察。

#### 4 Mg II 280 nm 共振线逃逸几率的计算

在等离子体中有 3 种几何体模型, 即球形、平板形和柱形。一般球形几何体不需要深入计算, 因为

立体角积分结果为  $4\pi$ 。因此在计算中, 只考虑平板形和柱形几何体。

由一个对数形式给出的逃逸几率的表达式为<sup>[19]</sup>

$$p_f = \frac{1}{1 + \{b[\lg(\tau_0) - c]\}}, \quad (10)$$

其中对于平板几何体  $b = 2.410527, c = 0.3950445$ ; 对于柱形几何体  $b = 2.3212136, c = 0.22335545$ 。(10)式对于没有自吸收的谱线是严格有效的, 所以在国际上得到了普遍使用。

根据(10)式, 对于组成 Mg II 280 nm 两条线的平板几何体和柱形几何体的逃逸几率如图 3 所示。

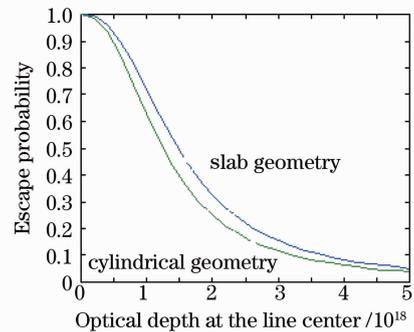


图 3 平板几何体和柱形几何体的逃逸几率

Fig. 3 Escape probabilities for slab and cylindrical geometry

从上面的讨论可以看出, 当吸收体的宽度从 0 到 10 cm 变化时, 谱线中心的光学深度的数量级为  $10^{18}$ 。逃逸几率随着谱线中心光学深度的增大而衰减, 平板几何体的逃逸几率大于柱形几何体。和 P. Matheron 所做实验结果的数量级相一致<sup>[20]</sup>。

#### 5 光学深度对计算逃逸因子的作用

在激光等离子体的理论分析中, 引入逃逸因子来描述光学跃迁中辐射的自吸收。逃逸因子在等离子体的研究中作为一个重要的参数, 近年来关于逃逸因子的计算得到了很大发展<sup>[21, 22]</sup>。光学深度已经成为计算逃逸因子的一个基本参数, 具体如下<sup>[12]</sup>:

对于高斯线型

$$G(\tau_0) = \frac{1 + \tau_0 / (2 + \tau_0)^2}{1 + \tau_0 \sqrt{\pi \ln(1 + \tau_0)}}, \quad (11)$$

对于洛仑兹线型

$$L(\tau_0) = \frac{1 + (1 + \tau_0)/(2 + \tau_0)}{1 + \sqrt{\pi\tau_0}}, \quad (12)$$

对于佛克脱线型, 可以表示为高斯线型和洛仑兹线型逃逸因子的组合

$$V(\tau_0) = G(\tau_0) + F(\alpha, \tau_0)L(\tau_0), \quad (13)$$

其中

$$F(\alpha, \tau_0) = \sqrt{\pi Z} \frac{\alpha\tau_0}{1 + (\tau_0\sqrt{\alpha} + \alpha\sqrt{\tau_0})}, \quad (14)$$

Z 为一个表达式

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\pi(1 + \pi\alpha^2)}} \left[ 1 - \frac{\alpha}{\sqrt{\pi(1 + \pi\alpha^2)}} \right], \quad (15)$$

$\alpha$  为洛仑兹线型和高斯线型半峰全宽之比。 $F(\alpha, \tau_0)$  必须满足以下极限情况

- 1) 若  $\alpha \rightarrow 0: F(\alpha, \tau_0) \rightarrow 0, V(\tau_0) \rightarrow G(\tau_0)$
- 2) 若  $0 < \alpha < 3: F(\alpha, \tau_0)L(\tau_0) \rightarrow G(\tau_0)$
- 3) 若  $\alpha > 3: V(\tau_0) \rightarrow L(\tau_0)$

式(11)到(15)为国内外学者计算逃逸因子的基本公式<sup>[12]</sup>。

## 6 结 论

利用我们得到的精确佛克脱线型表达式, 给出了计算佛克脱线型激光等离子体的光学深度的理论和方法。并且以镁原子激光等离子体为例, 计算了其光学深度的大小, Mg II 280 nm 谱线中心的光学深度的数量级为  $10^{18}$ , 与我们计算的 He I 1083 nm 谱线中心的光学深度具有相同的数量级。前者的光学深度比后者大些, 主要为不同的最大吸收系数和线型本身所致。然后对平板几何体和柱形几何体, 计算了镁原子等离子体的逃逸几率, 结果表明, Mg II 280 nm 谱线逃逸几率随着谱线中心光学深度的增大而衰减, 平板几何体的逃逸几率大于柱形几何体。所得结果与实验结果一致。

## 参 考 文 献

- 1 Wen Shenglin, Su Jingqin, Yang Chunlin *et al.*. Long-focal-depth lens for laser plasma diagnostic system[J]. *Chinese. J. Lasers*, 2007, **34**(9): 1260~1262  
温圣林, 粟敬钦, 杨春林等. 用于激光等离子体诊断系统的长焦深透镜[J]. *中国激光*, 2007, **34**(9): 1260~1262
- 2 Lü Qiang, Huang Dexiu, Yuan Xiuhua *et al.*. Sensitivity of surface plasmon resonance sensor for different wavelengths[J]. *Chinese. J. Lasers*, 2007, **34**(7): 972~976  
吕强, 黄德修, 元秀华等. 不同波长下表面等离子体共振传感器的灵敏度[J]. *中国激光*, 2007, **34**(7): 972~976
- 3 Zhang Lei, Lin Guoping, Cai Zhiping *et al.*. Structural resonances in absorption spectrum of quartz microsphere[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(1): 94~97

- 张磊, 林国平, 蔡志平等. 石英玻璃微球吸收光谱上的结构共振[J]. *光学学报*, 2007, **27**(1): 94~97
- 4 Chen Jiuying, Liu Jianguo, Zhang Yujun *et al.*. Autobalanced detection based on tunable diode laser absorption spectroscopy [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(2): 350~353  
陈玖英, 刘建国, 张玉钧等. 调谐半导体激光吸收光谱自平衡检测方法研究[J]. *光学学报*, 2007, **27**(2): 350~353
- 5 S. J. Pestehe, G. J. Tallents. Escape factors for laser-plasmas [J]. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 2002, **72**(6): 853~878
- 6 R. C. Mancini, R. F. Joyce, C. F. Hooper. Escape factors for Stark-broadened line profiles[J]. *J. Phys. B: At. Mol. Phys.*, 1987, **20**: 2975~2987
- 7 Z. El-Gohary, A. A. M. Habib. The influence of the background interference on the escape of photons in atomic absorption measurements [J]. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 2003, **78**(2): 211~216
- 8 Zhang Qingguo, He Jian. Numerical simulation for the detection of He density in thermosphere by resonant lidar [J]. *Laser Technology*, 2008, **32**(2): 171~173  
张庆国, 贺健. 用共振激光雷达探测热层氦浓度的数值模拟[J]. *激光技术*, 2008, **32**(2): 171~173
- 9 F. F. Irons. The escape factor in plasma spectroscopy-III. Two case studies [J]. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 1979, **22**(1): 37~44
- 10 Jian He, Chunmin Zhang. The accurate calculation of the Fourier transform of the Voigt profile [J]. *J. Opt. A: Pure and Appl. Opt.*, 2005, **7**: 613~616
- 11 Jian He, Qingguo Zhang. An exact calculation of the Voigt spectral line profile in spectroscopy [J]. *J. Opt. A: Pure and Appl. Opt.*, 2007, **9**: 565~568
- 12 A. A. M. Habib, Z. El-Gohary. The resonance escape factor for Voigt and Lorentz line profiles in atomic absorption measurements [J]. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 2002, **72**(4): 341~347
- 13 A. J. Gerrand, T. J. Kane, D. D. Meisel *et al.*. Investigation of a resonance lidar for measurement of thermospheric metastable helium [J]. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys*, 1997, **59**: 2023~2035
- 14 A. A. M. Habib. Equivalent width of copper and potassium resonance lines at 3247.54, 7665Å for Voigt profile by atomic absorption measurements [J]. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 2004, **84**(3): 261~269
- 15 He Jian, Zhang Qingguo, Yan Shuqing. Theoretical research on the effective backscattering cross-section of Voigt profile He I 10830Å [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2007, **27**(8): 1607~1610  
贺健, 张庆国, 闫淑卿. 佛克脱线型 He I 10830Å 的有效后向散射截面的理论研究 [J]. *光谱学与光谱分析*, 2007, **27**(8): 1607~1610
- 16 D. A. Verner, E. M. Verner, G. J. Ferland. Atomic data for permitted resonance lines of atoms and ions from H to Si, and S, Ar, Ca and Fe [J]. *Arxiv: atom-ph*. 9604003
- 17 Zhang Guiqin, Sun Jianzhi, Ma Peihua *et al.*. Determination of Li<sup>+</sup>, Na<sup>+</sup>, Ca<sup>2+</sup>, Mg<sup>2+</sup> content of salt lake brine by flame atomic absorption and flame emission spectrum method [J]. *Journal of Salt and Chemical Industry*, 2007, **36**(1): 10~11  
张桂芹, 孙建之, 马培华等. 火焰原子吸收和发射光谱法测定盐湖卤水的锂钠钙镁离子 [J]. *盐业与化工*, 2007, **36**(1): 10~11
- 18 Jian He, Qingguo Zhang. The calculation of the resonance escape factor of helium for Lorentzian and Voigt profiles [J]. *Phys. Lett. A*, 2006, **359**(4): 256~260
- 19 H. R. Griem, *Spectral Line Broadening by Plasmas* [M]. New York: Academic Press, 1974
- 20 P. Matheron, A. Escarguel, R. Redon *et al.*. Si II transition probabilities measurements in a laser induced plasma [J]. *J.*

*Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 2001, **69**: 535~541

21 F. E. Irons. The escape factor in plasma spectroscopy-I. The escape factor defined and evaluated[J]. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 1979, **22**: 1~20

22 F. E. Irons. The escape factor in plasma spectroscopy-II. The case of radiative decay [J]. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 1979, **22**: 21~36

## 超宽带光学取样示波器的实验样机报道

超宽带全光取样示波器在超高速光通信技术和超短光脉冲测量领域有着非常重要的应用和广泛的需求。我们采用了一种自主研发的重复频率可调、高稳定性的被动锁模光纤激光器,分别在高度非线性的色散位移光纤和光子晶体光纤中成功地实现了对脉宽为 1.5 ps,重复频率为 10 GHz 的光脉冲信号的全光取样和精确波形再现。通过计算机图形拟合和数据处理,获得再现后的光脉冲宽度值为 2.24 ps。研究表明该超宽带光学取样示波器的实际带宽已达到 400 GHz。同时,我们也研制出了全光取样示波器的实验样机。

本光学示波器样机的取样源采用了一种改进的“ $\sigma$ ”型腔被动锁模飞秒光纤激光器,它具有时间抖动低和工作稳定性高的优点。同时,使用新设计方案还能确保在被动锁模状态下,根据实际需要,从 49.65 MHz 到 50.47 MHz 的范围内可以连续调节激光器输出脉冲的重复频率直至所需要的数值。从而保证了全光取样示波器的测试精度。

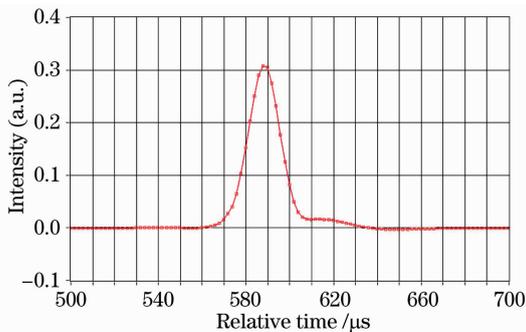


图 1 计算机拟合后再现的光脉冲信号波形

Fig.1 Computer fitting waveform of the optical pulse

在实验中,待检测的光脉冲信号具有 1.5 ps 的脉宽和 10 GHz 的重复频率。它和光学取样源输出的飞秒脉冲序列经过一个  $2 \times 1$  光合路器耦合后进入到一根高度非线性光纤。通过利用光纤中的四波混频效应,实现对超短光脉冲信号波形的取样。使用一个合适的光学滤波器即可滤出所需边频信号,经过光电转换后,获得相应的电信号,再送入数据采集卡中进行 A/D 转换。利用计算机软件对所采集到的数据进行分析处理,并在显示器上准确再现被测光脉冲的波形。图 1 是对脉宽为 1.5 ps 光脉

冲信号的波形再现,经计算后得到所显示的脉宽为 2.24 ps。图 2 是对重复频率为 10 GHz,脉宽为 1.5 ps 的光脉冲序列的波形再现。另外,还使用光子晶体光纤取代高度非线性光纤进行全光波形取样实验,也得到了非常相似的结果。图 3 为全光取样示波器的实验样机。目前,我们正在进行计算机软件优化设计,以使显示图形的横纵坐标轴的刻度易于直接使用和波形参数的测量快捷方便等。

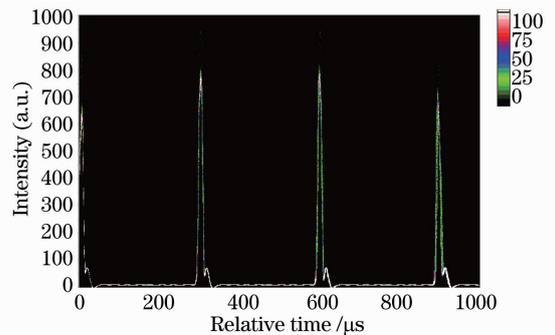


图 2 重复频率为 10 GHz,脉宽为 1.5 ps 的光脉冲序列的波形再现

Fig.2 The display of 10 GHz, 1.5 ps optical pulse train

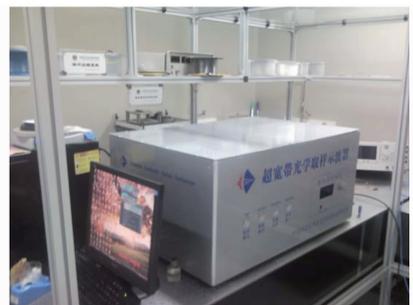


图 3 全光取样示波器的实验样机

Fig.3 Experimental prototype of optical sampling oscilloscope

刘元山<sup>1</sup> 张建国<sup>1,2</sup> 唐定康<sup>1</sup> 赵卫<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 中国科学院西安光学精密机械研究所瞬态光学与光子技术国家重点实验室,陕西 西安 710119

<sup>2</sup> 英国伦敦南岸大学电气、计算机与通信工程系,英国 伦敦 SE1 0AA

收稿日期:2009-08-14;收到修改稿日期:2009-08-29

基金项目:中国科学院重大科研设备研制项目(YZ200759)资助课题。