

文章编号: 0258-7025(2009)10-2517-07

一种基于共轭梯度最优化技术的三维时域 扩散光学层析方法

杨 芳 阮平巧 高 峰 赵会娟

(天津大学精密仪器与光电子工程学院, 天津 300072)

摘要 扩散光学层析(DOT)中的图像重建是一个面向大参数集的非线性最优化问题,其标准求解方法为牛顿类迭代法,需要对整个 Jacobian 矩阵进行构建、求逆和存贮,这对大规模的三维问题是不可行的,为此常采用基于逐行线性逆策略的非创伤性填充(ART)技术,图像质量受到严重制约。采用共轭梯度算法,直接求解非线性目标函数梯度,可避免对 Jacobian 矩阵的操作,为有效降低步长因子求解引起的附加计算量,采用一维不精确搜索算法。通过对双非均匀目标体的平板模型进行模拟成像,与代数重建算法结果进行比较,表明共轭梯度法的质量、收敛速度和收敛性都优于 ART 算法。

关键词 图像处理;时域扩散光学层析;逆问题;共轭梯度算法;不精确线性搜索

中图分类号 Q63 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/CJL20093610.2517

Conjugate-Gradient-Based Optimization for Three-Dimensional Time-Domain Diffuse Optical Tomography

Yang Fang Ruan Pingqiao Gao Feng Zhao Huijuan

(College of Precision Instrument and Opto-Electronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract The image reconstruction in diffuse optical tomography (DOT) is regarded as a large-scale nonlinear optimization problem, whose solution strategy is usually based on a Newton-like iteration algorithm involving the construction and inversion of the Jacobian matrix. It becomes intractable, when the scale of the inverse problem is large. To overcome this problem, algebraic reconstruction techniques (ART), an iterative solving method based on row action, is proposed to reduce the computational effort, but which will result in poor image quality. In this paper, conjugate gradient (CG) method is employed here, which requires only the computation of the objective function gradient to avoid calculating and storing the whole Jacobian matrix. Step length is determined by inexact line search method. The proposed methodology is validated by reconstructing the image of the slab phantom containing two deeply-located absorption and scattering contrasting cubes. Compared with ART, we find that the CG method performs better than ART at the image quality, convergence and the speed of it.

Key words image processing; time-domain diffuse optical tomography; inverse problem; conjugate gradient method; inexact line search

1 引 言

扩散光学层析(DOT)是一种新兴的医学无创检测技术,在新生儿或早产儿脑血氧检测、脑功能成像和早期乳腺肿瘤的光学无创检测等诸多领域有着

广阔的应用前景^[1~7]。

由于组织体在近红外光(650~1000 nm)呈现高散射和低吸收的特性,因此近红外光在组织体内传播以散射为主,由此导致 DOT 图像重建成为一

收稿日期:2009-04-21;收到修改稿日期:2009-07-30

基金项目:国家自然科学基金(30870657,30678049)、国家 973 计划(2006CB705700)、国家 863 计划(2009AA02Z413)、天津市自然科学基金(07JCYBJC06600)和高等学校创新引智计划(B07014)资助项目。

作者简介:杨 芳(1982—),女,博士研究生,主要从事乳腺光学层析成像等方面的研究。

E-mail: yang_cuckoo@hootmail.com

导师简介:高 峰(1963—),男,教授,主要从事组织光学成像等方面的研究。E-mail: gaofeng@tju.edu.cn

个具有高度不确定性的非线性逆问题^[8]。该问题可表示为一个非线性最小二乘问题的求解,其标准实现时将非线性问题线性化近似后求解线性最小二乘问题,如高斯-牛顿(Gauss-Newton)类的Levenberg-Marquardt算法,此种方法在小残余量的情况下,有很好的收敛性。DOT的反演算法在对背景有初步正确估计的情况下可以看成是一个小残余量的问题,所以最优化模型中可以忽略高阶项,但是Jacobian矩阵往往都是缺秩的,要解决这种问题需要一定的正则化方法,而正则化因子一般都不是很容易确定的。另一个困难是,Jacobian矩阵的存储与求逆对大尺寸的三维模型而言是一个严重困难;作为折中实现方案,通常采用Newton-Raphson方法将非线性问题线性化后,对关于光学参数的微扰线性方程采用代数重建技术(ART)进行求解,这是一种逐行迭代的方式,不需要对整个Jacobian矩阵进行存储和计算,它不仅可适于任何问题规模,还大大节省了运算时间^[9]。但是,也正是因为逐行迭代的方式,使求解过程忽略了方程行与行之间的联系,造成迭代收敛速度非常慢,图像重建质量较低^[10]。

为了避免以上算法出现的问题,非线性共轭梯度算法是一个很好的选择。共轭梯度法是介于最速下降法和牛顿法之间的一种方法,它仅需利用一阶导数信息,但克服了最速下降法收敛慢的缺点,又避免了存贮和计算牛顿法所需要的二阶信息。但是对于非二次型的函数,精确线性搜索步长非常耗时,对于尺寸过大的模型是不适合的。Arridge等^[8]提出了一种不用直接计算Jacobian矩阵而直接求解目标函数梯度的基于共轭梯度最优化方法,本文借鉴其思想,将此算法应用到三维平板模型,并采用较精确的Armijo-Goldstein准则和Wolfe-Powell准则,进行一维不精确线性搜索步长,保证了共轭梯度法的效率。数值模拟研究表明,所提出的共轭梯度法在图像重建质量和收敛性方面均优于传统的ART法。

2 正向问题的定义

通过对光在组织体内辐射传输方程的一阶球谐近似,得到时域扩散方程。由于时域扩散方程中时间维的引入,使得计算机存储和计算时间消耗很大,全时间分辨方法在对于三维模型变得不可行^[11]。本文结合Robin边界条件,采用广义脉冲谱技术(GPST),时域扩散方程的Laplace变换形式为^[11]

$$\begin{cases} \left[\nabla \cdot \boldsymbol{\kappa}(\mathbf{r}) \nabla - \mu_a(\mathbf{r})c - p \right] \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s, p) = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) \\ c \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s, p) + 2\boldsymbol{\kappa}(\mathbf{r}) \frac{1 + R_f}{1 - R_f} \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s, p) = 0 \\ \forall \mathbf{r} \in \partial\Omega \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s, p) = \int_0^{+\infty} \exp(-pt) \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s, t) dt$,为短脉冲激光 $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s, t)$ 在光源位置 \mathbf{r}_s 处激发得到位于位置 \mathbf{r} 的时间相关光流密度的Laplace变换; $\partial\Omega$ 为组织体 Ω 的边界, μ_a 和 μ'_s 分别代表组织体的吸收系数和约化散射系数; c 为光在组织体内的传播速度, $k = c/3\mu'_s$ 为扩散系数, $\hat{\mathbf{n}}$ 为边界 $\partial\Omega$ 的外法向向量, R_f 为边界内反射系数。边界测量量为位于 $\xi_d (d = 1, 2, \dots, D)$ 探测器阵列检测到的由位于 $\zeta_s (s = 1, 2, \dots, S)$ 的光源阵列激发得到的光子量,根据Fick定理并结合Robin边界条件

$$\Gamma(\xi_d, \zeta_s, p) = \frac{c}{2} \frac{1 - R_f}{1 + R_f} \Phi(\xi_d, \zeta_s, p). \quad (2)$$

3 基于共轭梯度的DOT图像重建算法

3.1 逆向问题的定义

本文发展了基于扩散方程逆模型。研究面向乳房平板压缩扫描检测模式,这是光学乳腺层析中两种重要检测模式之一,其主要优势是可以有效减小光在传输中的衰减和保证规则的几何边界,从而可以简化数学模型,同时该模式还有利于采用有限检测通道实现高分辨率的空间采样。

设 \mathbf{F} 为基于扩散方程有限差分模型的正向算子,为简化问题,DOT通常只涉及吸收系数 $\boldsymbol{\mu}_a = [\mu_{a1} \ \mu_{a2} \ \dots \ \mu_{aN}]$ 和约化散射系数 $\boldsymbol{\mu}'_s = [\mu'_{s1} \ \mu'_{s2} \ \dots \ \mu'_{sN}]$ (N 为空间离散像元数)的重建,于是,组织体内部的光学参数分布可统一表示为 $\mathbf{p} = [\boldsymbol{\mu}_a, \boldsymbol{\mu}'_s]^T$ 。时域DOT逆问题的数学表述为

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}(\mathbf{p}), \quad (3)$$

所以DOT逆问题可以看成是解如下形式的非线性最小二乘问题

$$\Psi = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^S \sum_{d=1}^D [\chi(\xi_d, \zeta_s) - F_{d,s}(p)]^2, \quad (4)$$

$\chi(\xi_d, \zeta_s)$ 指在第 s 个光源激励下,第 d 个探测器接收到的光子流量。本文采用GPST技术,测量数据的类型是边界测量点得到的时间扩展曲线在某频率对 (q_1, q_2) 下时间分辨测量曲线的Laplace变换值之比^[12],即 $\chi(\xi_d, \zeta_s) = \Gamma(\xi_d, \zeta_s, p_2) / \Gamma(\xi_d, \zeta_s, p_1)$ 。采用这种数据类型不仅省去了绝对测量系统校正问题的麻烦,还可以降低例如光源、背景噪声等对测量的

影响,提高系统的噪声稳健性(robustness)。

3.2 非线性共轭梯度法

3.2.1 梯度的计算

为了求解(4)式的最优化问题,设 x 为向量 \mathbf{p} 中第 k 个元素,则目标函数 Ψ 的梯度可以表示为

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x_k} = \sum_{s=1}^S \sum_{d=1}^D [\chi(\xi_d, \zeta_s) - F_{d,s}(\mathbf{p})] \left[-\frac{\partial F_{d,s}(\mathbf{p})}{\partial x_k} \right], \quad (5)$$

写成矩阵形式就是

$$\mathbf{z} = -\mathbf{J}^T \mathbf{b} = \sum_{s=1}^S \sum_{d=1}^D \boldsymbol{\rho}_{d,s}^T \mathbf{b}_{d,s}, \quad (6)$$

式中 $\mathbf{b} = \boldsymbol{\chi}_{d,s} - \mathbf{y}_{d,s}$, \mathbf{J} 为 Jacobian 矩阵, $\boldsymbol{\rho}$ 是它的一行,如果采用微扰法直接计算 Jacobian 矩阵 \mathbf{J} , 耗时巨大,所以本文采用伴随源的方法计算 Jacobian 矩阵。得到

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{J}_a(\xi_d, \zeta_s, \mathbf{p}) = \begin{bmatrix} -\int_{\Omega} \Gamma(\xi_d, \mathbf{r}, \mathbf{p}) \Phi(\mathbf{r}, \zeta_s, \mathbf{p}) cu_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ -\int_{\Omega} \Gamma(\xi_d, \mathbf{r}, \mathbf{p}) \Phi(\mathbf{r}, \zeta_s, \mathbf{p}) cu_2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ \vdots \\ -\int_{\Omega} \Gamma(\xi_d, \mathbf{r}, \mathbf{p}) \Phi(\mathbf{r}, \zeta_s, \mathbf{p}) cu_N(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{J}_k(\xi_d, \zeta_s, \mathbf{p}) = \begin{bmatrix} -\int_{\Omega} \nabla_r \Gamma(\xi_d, \mathbf{r}, \mathbf{p}) \cdot \nabla_r \Phi(\mathbf{r}, \zeta_s, \mathbf{p}) cu_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ -\int_{\Omega} \nabla_r \Gamma(\xi_d, \mathbf{r}, \mathbf{p}) \cdot \nabla_r \Phi(\mathbf{r}, \zeta_s, \mathbf{p}) cu_2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ \vdots \\ -\int_{\Omega} \nabla_r \Gamma(\xi_d, \mathbf{r}, \mathbf{p}) \cdot \nabla_r \Phi(\mathbf{r}, \zeta_s, \mathbf{p}) cu_N(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \end{bmatrix}^T \end{array} \right., \quad (7)$$

但是对于规模较大的模型,对 Jacobian 全矩阵的存储将会耗费大量的计算机内存。在这里采用伴随源^[11]的方式直接计算 $\mathbf{J}^T \mathbf{b}$ 的结果。定义伴随问题为

$$\mathbf{K} \boldsymbol{\Phi}_d^+ = \mathbf{Q}_d^+, \quad (8)$$

\mathbf{K} 为有限差分计算得到维数为 $N \times N$ 的刚度矩阵, \mathbf{Q}_d^+ 为伴随源,在这里采用理论上位于探测器位置的光源作为伴随源, $\boldsymbol{\Phi}_d^+$ 为在 \mathbf{Q}_d^+ 激励下离散结点的光流密度向量。则梯度 \mathbf{z} 的形式可以写成

$$\mathbf{z}(\mu_a) = -\sum_{s=1}^S \boldsymbol{\Phi}_s \sum_{d=1}^D \mathbf{b}_{d,s} \mathbf{r}_d^+, \quad (9)$$

$$\mathbf{z}(\kappa) = -\sum_{s=1}^S \nabla \boldsymbol{\Phi}_s \sum_{d=1}^D \mathbf{b}_{d,s} \nabla \mathbf{r}_d^+, \quad (10)$$

由此,可以在不计算出 Jacobian 矩阵的基础上,直接求解梯度。

3.2.2 非线性共轭梯度算法

共轭梯度法是最著名的共轭方向法,它首先由 Hestenes 等^[14]于 1950 年提出作为解大规模线性方程组的方法。Fletcher 等^[15]于 1960 年提出了非线性共轭梯度法求解非线性问题。随后这种算法被

广泛地应用到很多领域。它主要的特点就是无需对整个矩阵进行存储和操作,同时收敛速度也比较快。

由共轭方向法的基本定理可知^[16,17],共轭性和精确线性搜索产生二次终止性。共轭梯度法就是使最速下降方向具有共轭性,从而提高算法的有效性和可靠性。非线性共轭梯度法求解 DOT 图像重建算法为

Set search direction $\mathbf{d}^{(0)} = -\mathbf{z}(\mathbf{p}^{(0)})$

Set residual $\mathbf{r}_{es}^{(0)} = \mathbf{d}^{(0)}$

Define termination criterion ϵ

Set iteration counter $n=0$

While ($\|\mathbf{z}(\mathbf{p}^{(n)})\|_2 \geq \epsilon$)

Find $\alpha^{(n)}$ that minimises $\Psi(\mathbf{p}^{(n)} + \alpha^{(n)} \mathbf{d}^{(n)})$

$\mathbf{p}^{(n+1)} = \mathbf{p}^{(n)} + \alpha^{(n)} \mathbf{d}^{(n)}$

$\mathbf{r}_{es}^{(n+1)} = -\mathbf{z}(\mathbf{p}^{(n+1)})$

$\beta^{(n+1)} = \max \left\{ \frac{\mathbf{r}_{es}^{(n+1)T} [\mathbf{r}_{es}^{(n+1)} - \mathbf{r}_{es}^{(n)}]}{\mathbf{r}_{es}^{(n)T} \mathbf{r}_{es}^{(n)}}, 0 \right\}$

$\mathbf{d}^{(n+1)} = \mathbf{r}_{es}^{(n+1)} + \beta^{(n+1)} \mathbf{d}^{(n)}$

$n = n + 1$

End.

对于 β 的选择有不同方式, 本文采用 Polak-Ribiere-Polyak 公式计算 β 。并采用“自动重启”(Restarting)功能, 当 β 小于 0 时, 重新采用负梯度方向以保证迭代的收敛性。对于非二次型的目标函数, 步长 α 采用较精确的 Armijo-Goldstein 准则和 Wolfe-Powell 准则导出。一维搜索过程是最优化方法的基本组成部分, 精确一维搜索方法往往需要花费很大的工作量。特别是当迭代点远离问题的解时, 精确地求解一个一维子问题通常不是十分有效。另外, 在实际上, 很多最优化算法, 例如牛顿法和拟牛顿法, 其收敛速度并不依赖于精确一维搜索过程。因此, 只要保证目标函数 $\Psi(\mathbf{p})$ 在每一步都有满意的下降, 这样就可以大大节省工作量。Armijo 和 Goldstein 分别于 1960 年和 1965 年提出了不精确一维搜索过程。设 $\varphi(\alpha) = \Psi(\mathbf{p}^{(n)} + \alpha \mathbf{d}^{(n)})$, 则 Armijo-Goldstein 准则可以写成为

$$\varphi(\alpha^{(n)}) \leq \varphi(0) + \rho \alpha^{(n)} \varphi'(0), \quad (11)$$

$$\varphi(\alpha^{(n)}) \geq \varphi(0) + (1 - \rho) \alpha^{(n)} \varphi'(0), \quad (12)$$

此处 $0 \leq \rho \leq 1/2$ 。因为 Armijo-Goldstein 准则有可能把步长因子 α 的极小值排除在可接受区间外面。因此, Wolfe-Powell 准则给出了一个更简单的条件代替不等式(12)

$$\mathbf{z}(\mathbf{p}^{(n+1)})^T \mathbf{d}^{(n)} \geq \sigma \mathbf{z}(\mathbf{p}^{(n)})^T \mathbf{d}^{(n)}, \quad \sigma \in (\rho, 1), \quad (13)$$

(11)和(13)式称为 Wolfe-Powell 不精确线性搜索准则。为了防止 α 太小和循环出现, 常常增加一些保险措施, 如给出一个最小步长(minstep), 如果准则不满足, 但 $\|\alpha^{(n)} \mathbf{d}^{(n)}\|$ 小于最小步长, 则停止线性搜索。另外, 需要说明的是在搜索过程中当计算新的步长 α 时, 本文采用二次两点插值方法。算法程序为

Set $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = \infty, \alpha = 1$

Calculate $f_1 = \Psi(\mathbf{p}^{(n)})$ and $f'_1 = \mathbf{z}^T(\mathbf{p}^{(n)}) \mathbf{d}^{(n)}$

* Calculate $f = \Psi(\mathbf{p}^{(n)} + \alpha \mathbf{d}^{(n)})$

If $\varphi(\alpha^{(n)}) \leq \varphi(0) + \rho \alpha^{(n)} \varphi'(0)$

Calculate $\mathbf{z}(\mathbf{p}^{(n)} + \alpha \mathbf{d}^{(n)})$ and $f' = \mathbf{z}(\mathbf{p}^{(n)} + \alpha \mathbf{d}^{(n)})^T \mathbf{d}^{(n)}$

If $\mathbf{z}(\mathbf{p}^{(n+1)})^T \mathbf{d}^{(n)} \geq \sigma \mathbf{z}(\mathbf{p}^{(n)})^T \mathbf{d}^{(n)}, \sigma \in (\rho, 1)$

Terminate with $\alpha^{(n)} = \alpha$

Else

$$\hat{\alpha} = \alpha + \frac{(\alpha - \alpha_1) f'}{(f'_1 - f')}$$

Let $\alpha_1 = \alpha, f_1 = f, f'_1 = f', \alpha = \hat{\alpha}$

Repeat from the line with ‘*’,

End

Else

$$\hat{\alpha} = \alpha_1 + \frac{1}{2} \frac{\alpha - \alpha_1}{1 + \frac{f_1 - f}{(\alpha - \alpha_1) f'_1}}$$

Let $\alpha_2 = \alpha, \alpha = \hat{\alpha}$

Repeat from the line with ‘*’,

End.

4 数值模拟结果

原始目标如图 1 所示, 采用体积为 $V = L \times W \times H = 52 \text{ mm} \times 32 \text{ mm} \times 52 \text{ mm}$ 的立方体模型, 同时在内部放置两个体积为 $V = L \times W \times H = 8 \text{ mm} \times 8 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$ 的小立方体作为重建目标体。目标模型的光学参数如表 1 所示, 折射率为 1.4。光源和探测器的分布如图 1 所示, 光源 4×4 均匀分布在 $z = 0$ 的 $x-y$ 平面上, 探测器 4×4 均匀分布在 $z = 32 \text{ mm}$ 的 $x-y$ 平面上。S = 16 个光源分别作用, 每个光源作用的时候, D = 16 个探测点同时接收对应位置的透射光流。考虑到成像分辨率和计算时间, 将模型剖分成 $N = N_x \times N_y \times N_z = 27 \times 27 \times 17$ 个网格, 网格为 $h_x = h_y = h_z = 2 \text{ mm}$ 的小立方体。根据 GPST 原理, 本文采用 $q = \pm 0.1 \mu_{\alpha\text{-back}} c$ 的复频率对。

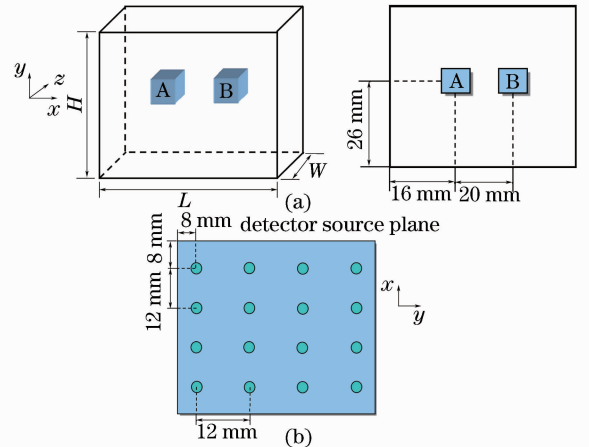


图 1 (a) 两个重建目标的平板立体模型及光源和探测器的分布; (b) 光源和探测器分布示意图

Fig. 1 (a) Three-dimensional representation of the modeled medium; (b) arrangement of sources and detectors

表 1 平板模型光学参数

Table 1 Optical parameters of slab test object

| | | μ_a / mm^{-1} | μ'_s / mm^{-1} |
|------------|---|--------------------------|---------------------------|
| Background | | 0.01 | 1 |
| Objects | A | 0.03 | 3 |
| | B | 0.03 | 3 |

图 2(a) 所示为原始目标分别在 $z = 6 \text{ mm}$ (Layer 1), 12 mm (Layer 2), 18 mm (Layer 3) 和 24 mm (Layer 4) 处的 x - y 平面图像。本文分别采用 ART 算法和 CG 算法对图像进行重建, 图 2(b) 是采用 ART 算法, 松弛因子为 0.1, 经过 65 次迭代得到的重建图像在 Layer1~4 的切面图, 图 2(c) 采用 CG 算法同样迭代 65 次得到的图像。从图中可以看到, 由于探测器仅仅布置在 x - y 平面, 造成旁轴信息不够充分, 所以, 重建目标体的图像在 z 方向都

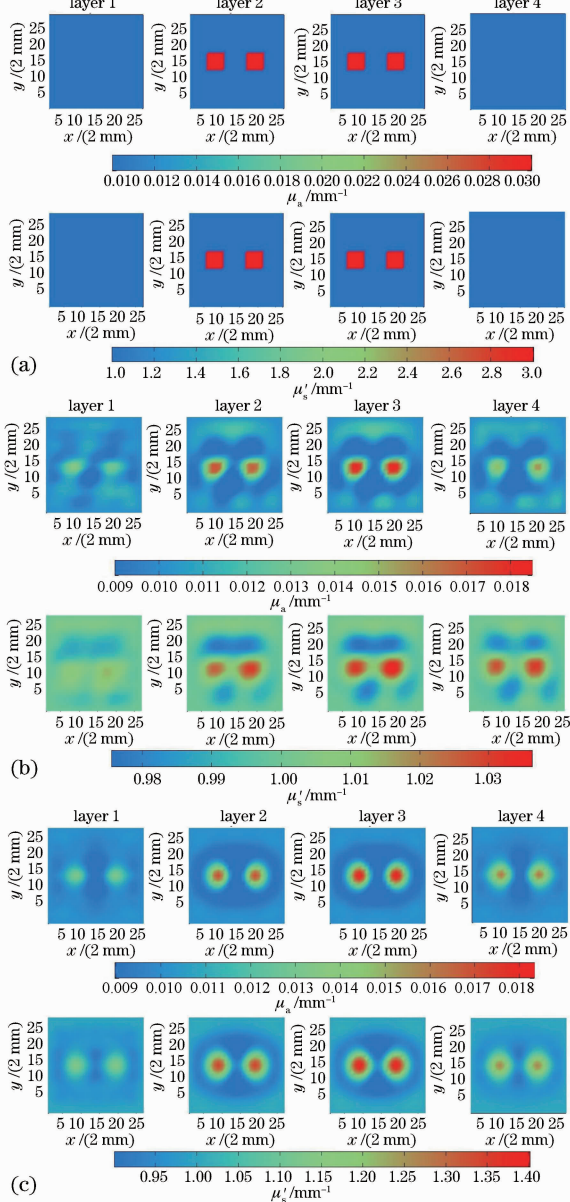


图 2 (a) 原始目标图; (b) 采用 ART 算法迭代 65 次得到的重建图像; (c) 采用共轭梯度法迭代 65 次得到的重建图像

Fig.2 Target image (a), reconstruction after 65 iterations with ART method (b) and with conjugate gradient method (c)

有一定的拉伸; 另外, 通过 ART 算法得到的约化散射系数图像的量化度很低, 但是 CG 算法却克服了这个问题; 同时, CG 算法重建得到的图像背景更为“干净”, 目标边缘更为清晰。为了更好地对比两种算法, 图 3 展示了重建图像吸收系数与约化散射系数在中心位置 ($y = 26 \text{ mm}$, $z = 16 \text{ mm}$) x 方向上的形貌曲线。我们发现两种重建方法的吸收系数形貌曲线有较好的吻合, 约化散射系数采用 CG 算法比 ART 算法在量化度和分辨率上都有很大的提高。

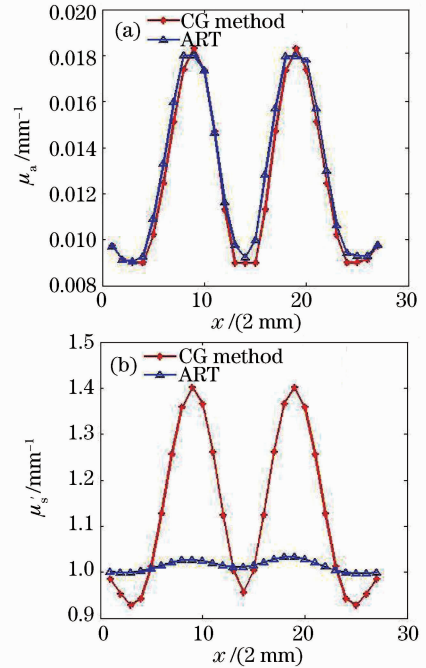


图 3 重建吸收系数(a)与约化散射系数(b)的图像切片形貌曲线图

Fig.3 Reconstructed absorption coefficient image (a) and reconstructed scattering coefficient image (b)

关于收敛性, 理论研究证明当采用精确线性搜索的共轭梯度法至多迭代 N 步可求得二次凸函数的极小点, 也就是共轭梯度法具有二次终止性。当 Jacobian 矩阵的奇异值比较集中时, 迭代次数也会明显下降。当然在实际重建过程中, 我们肯定不会真正迭代 N 次才停止的, 通常都是设定一个可以接受的误差, 当到达此设定误差的时候即停止。图 4 给出了残余量 b 的 L^2 范数对应于迭代次数变化的曲线图, 在同样的迭代次数下, 可以看到 CG 算法在前几次迭代就表现出很好的收敛性, 但是迭代二十几次后, 收敛速度明显下降, 整个误差曲线呈现出一种阶梯状下降趋势。有一些学者认为, 当 Polak-Ribiere-Polyak 的 CG 算法经过一定迭代后, 会逐渐失去共轭性, 最后变成最速下降方式, 收敛速度变

慢。ART 算法在松弛因子取为 0.1 的时候,呈现出一种缓慢的下降方式,但是下降速度在前面的几十次迭代基本上保持均匀,虽然其在 57 次左右时误差曲线显示 ART 算法已经收敛,但是很明显它应该是收敛到了一个局部最小点,而不能收敛到全局最小点,这也是 ART 的一个很大的弊端。

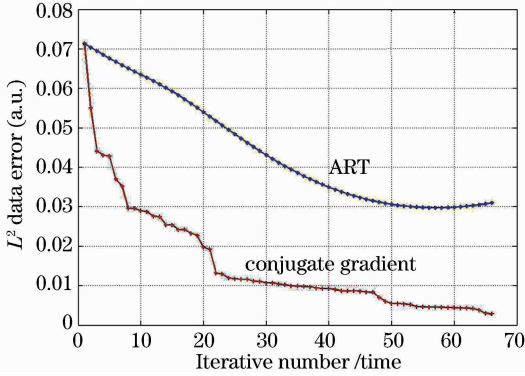


图 4 采用不同算法的残余量 L^2 范数对应迭代次数曲线图

Fig. 4 L^2 data norms as a function of iterative number for different algorithms

考虑到实际应用中适用光电倍增管等探测器会引起以散粒噪声和热噪声为主的噪声信号,为了测试 CG 算法对系统噪声的稳健性,下面将利用正向模型计算得到数据加上噪声数据后作为模拟测量信号进行图像重建

$$\Gamma(\xi_d, \zeta_s) = \bar{\Gamma}(\xi_d, \zeta_s)(1 + 10^{-R_{SN}/20} R_{noise}), \quad (14)$$

$\bar{\Gamma}$ 表示由正向模型计算得到的结果, R_{noise} 为一个高斯分布的随机噪声信号, R_{SN} 表示信噪比,其单位为 dB,本文分别测试了 $R_{SN} = 40, 35, 30$ 和 20 dB 四种情况。图 5 说明了分别采用 CG 算法和 ART 算法,重建目标图像在不同噪声水平下的重建结果。图中结果表明,在受到噪声影响下,CG 算法所重建出来的图像质量要好于 ART 算法,但是两者对于信噪比小于 30 dB 的噪声都不能够正确地重建出原始图像的形貌。总的来说,CG 算法还是具有良好的抗噪声能力的。

5 结 论

通常认为采用迭代方式的最优化算法重建图像所存在的最严重问题是规模庞大而带来的计算负担,甚至有些很好的算法不能应用到大规模问题或真正的三维问题。利用 CG 算法一个非常好的优点就是避免对整个 Jacobian 矩阵进行操作和存储,直

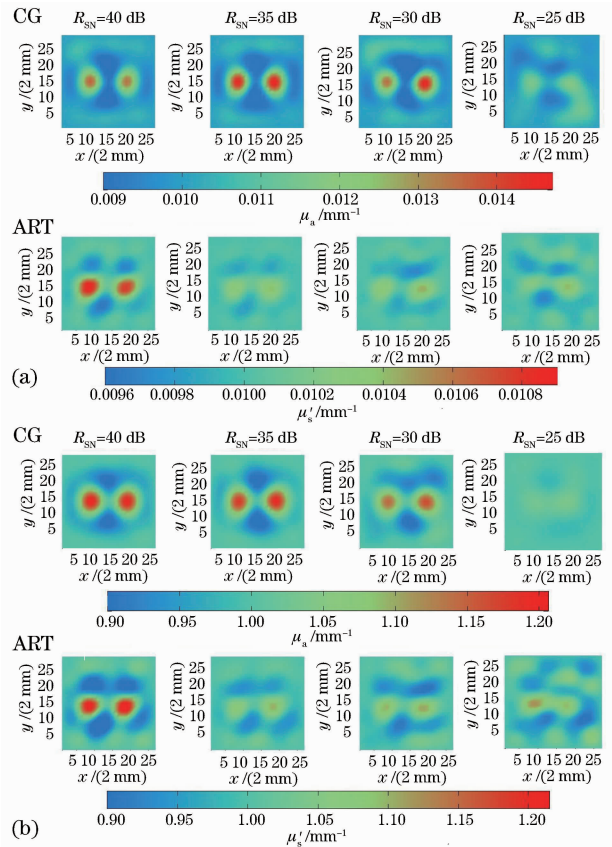


图 5 分别在 40, 35, 30 和 25 dB 噪声下采用 CG 算法和 ART 算法得到重建模型吸收系数(a)和约化散射系数(b)图像

Fig. 5 Reconstructed μ_a images (a) and μ'_s images (b) of the slab test object using CG algorithm and ART algorithm with a varying SNR of 40, 35, 30, and 25 dB

接计算一阶导数信息,这样大大节省了存储空间,在真正意义上使得解决大规模问题变得可行。同时,如果忽略线性搜索步长的时间,一次 CG 算法的迭代时间为 0.001449 s,而 ART 平均每次迭代时间为 5.396868 s (程序均运行在 Intel PentiumD 2.80 GHz, 1 GB DDR667 RAM 个人计算机上)。

详细介绍了 CG 算法应用于 DOT 重建图像的方法。并充分说明了如何利用一维不精确线性搜索算法计算迭代步长因子,这也是 CG 算法非常重要的环节,同样也是最耗时的。在已经发展的平板光扩散乳腺检测模型的基础上,应用非线性共轭梯度算法,成像质量、收敛性和噪声稳健性等方面对 CG 算法和 ART 算法进行了比较。结果显示,采用 CG 算法克服了 ART 算法失去矩阵行间信息的缺点,提高了算法的有效性和重建图像质量。

参 考 文 献

- 1 Feng Gao, Yuan Xue, Huijuan Zhao. Two-dimensional optical tomography of hemodynamic changes in a preterm infant brain [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(8):472~474
- 2 G. Strangman, D. A. Boas, J. P. Sutton. Non-invasive neuroimaging using near-infrared light [J]. *Biol. Psychiatry*, 2002, **52**(7):679~693
- 3 A. Villringer, B. Chance. Non-invasive optical spectroscopy and imaging of human brain function [J]. *Trends Neurosci.*, 1997, **20**(10):435~442
- 4 D. Grosenick, T. Moesta, H. Wabnitz. Time-domain optical mammography: initial clinical results on detection and characterization of breast tumors [J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(16):3170~3186
- 5 X. Intes, J. Ripoll, Y. Chen *et al.*. In vivo continuous-wave optical breast imaging enhanced with indocyanine green [J]. *Med. Phys.*, 2003, **30**(6):1039~1047
- 6 Zhang Limin, He Huiyuan, Gao Feng *et al.*. Image reconstruction in fluorescence molecular tomography based on full time-resolved scheme [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7):1262~1268
张丽敏, 和慧园, 高峰等. 荧光分子层析中的全时间分辨图像重建法[J]. *光学学报*, 2008, **28**(7):1262~1268
- 7 Yang Fang, Ma Yiwen, Gao Feng *et al.*. Multi-level wavelet domain decomposition based time-domain diffuse optical tomography [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(8):1571~1578
杨 芳, 马艺闻, 高峰等. 一种基于多级小波域分解的时域扩散光学层析成像方法的研究[J]. *光学学报*, 2008, **28**(8):1571~1578
- 8 S. R. Arridge, M. Schweiger. A gradient-based optimisation scheme for optical tomography [J]. *Opt. Express*, 1998, **2**(6):213~226
- 9 M. Schweiger, S. R. Arridge, I. Nissila. Gauss-Newton method for image reconstruction in diffuse optical tomography [J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2005, **50**(10):2365~2386
- 10 B. Brendel, R. Ziegler, T. Nielsen. Algebraic reconstruction techniques for spectral reconstruction in diffuse optical tomography [J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(34):6392~6403
- 11 F. Gao, P. Poulet, Y. Yamada. Simultaneous mapping of absorption and scattering coefficients from a three-dimensional model of time-resolved optical tomography [J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(31):5898~5910
- 12 F. Gao, H. Zhao, Y. Tanikawa. Time-resolved diffuse optical tomography using a modified generalized spectrum technique [J]. *IEICE Trans. Inf. Syst.*, 2002, **E85-D**(1):133~142
- 13 S. R. Arridge, M. Schweiger. Photon measurement density functions. Part 2: Finite element calculations [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(34):8026~8037
- 14 M. R. Hestenes, E. Stiefel. Methods of conjugate gradients for solving linear systems [J]. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 1952, **49**(6):409~436
- 15 R. Fletcher, C. M. Reeves. Function minimization by conjugate gradients [J]. *Computer Journal*, 1964, **7**(2):149~154
- 16 Yuan Yaxiang, Sun Wenyu. Theory of Optimization [M]. Beijing: Science Press, 2005. 183~199
袁亚湘, 孙文瑜. 最优化理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2005. 183~199
- 17 J. Nocedal, S. J. Wright. Numerical Optimization [M]. Springer, 1999. 100~132