

文章编号: 0258-7025(2009)01-0193-05

# 左手材料平板波导的传输特性

蒋美萍 陈宪锋 倪重文

(江苏工业学院信息科学系, 江苏 常州 213164)

**摘要** 研究了无色散左手材料(LHM)作为芯层的对称三层平板波导中 TE 波的传输特性。研究表明,导波和表面波都可以在这种波导中传播。导波不存在  $TE_0$  模式,只有  $TE_0, TE_1$  模式才会出现表面波。此外还发现在特定结构参数的波导中,可以存在同一阶模式的双传播模。详细分析了结构参数对这些特性的影响。

**关键词** 光波导;左手材料;导波和表面波;色散关系

**中图分类号** TN252 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL20093601.0193

## Propagation Properties of a Left-Handed Material Slab Waveguide

Jiang Meiping Chen Xianfeng Ni Chongwen

(Department of Information Science, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou, Jiangsu 213164, China)

**Abstract** Propagation properties of the TE mode for three slabs waveguide with left-handed materials (LHM) as core layer were studied. The results indicate that guided and surface waves can both propagate in the waveguide system. There is no  $TE_0$  mode for guided waves. There are  $TE_0$  or  $TE_1$  mode for surface waves only. It is found that two guided wave modes with the same mode number can coexist in the waveguide with special structure parameters. The influence of structure parameter on the properties is analyzed.

**Key words** optical waveguide; left-handed materials; guided waves and surface waves; dispersion relation

### 1 引 言

左手材料(亦称负折射率材料,LHM)指介电常数  $\epsilon$  和磁导率  $\mu$  同时为负值,折射率  $n$  亦取负值的介质。电磁波在其中传播时,电场强度  $E$ ,磁场强度  $H$  与波矢量  $k$  构成左手关系。左手材料具有一些奇异的电磁特性<sup>[1]</sup>,如负 Snell 定律、逆 Doppler 效应、逆 Cerenkov 效应、倏逝波放大及隧穿效应等,甚至还可以用来制作完美透镜<sup>[2]</sup>。

左手材料首先由前苏联物理学家 V. G. Veselago<sup>[1]</sup>在 1968 年提出,在自然界中并不存在。30 年后由 D. R. Smith 等<sup>[3,4]</sup>在实验上证实,利用开口谐振环和细金属条的周期排列,可以在微波波段实现等效的负介电常数和负磁导率,并进一步观察到了负折射现象。这一发现激起了众多学者的极大兴趣,出现了对左手材料研究的全面复苏<sup>[5,6]</sup>。对左手材料构成的平板波导的研究也已展开,这种波

导具有众多与传统介质波导相异的特性,如基模消失、支持表面波传播,甚至存在涡旋能流现象等<sup>[7-9]</sup>。

本文以无色散(即  $\epsilon, \mu$  与频率无关)左手材料作芯层的对称三层平板波导为研究对象,系统地研究了其传输特性,给出了较为详尽的描述。

### 2 色散方程

三层对称平板波导的覆盖层、衬底为同种介质材料,相对介电常数为  $\epsilon_1$ ,相对磁导率为  $\mu_1$ ;波导芯层为无色散左手材料,其厚度为  $2d$ ,相对介电常数为  $\epsilon_2$ ,相对磁导率为  $\mu_2$  均为负值。

利用经典的麦克斯韦方程,结合边界连续性条件,易得 TE 模的色散方程为

$$pd = \frac{\mu_1}{\mu_2} kd \tan\left(kd - \frac{m\pi}{2}\right), \quad (1)$$

收稿日期:2007-11-28;收到修改稿日期:2008-04-30

基金项目:江苏工业学院自然科学基金资助项目。

作者简介:蒋美萍(1960—),女,教授,博士,主要从事光学材料和半导体材料方面的研究。

E-mail:infor@jpu.edu.cn

式中衬底的横向衰减系数  $p = \sqrt{\beta^2 - \omega^2 \epsilon_1 \mu_1 / c^2}$ , 芯层的横向传播常数  $k = \sqrt{\omega^2 \epsilon_2 \mu_2 / c^2 - \beta^2}$ ,  $\beta$  为波导的传播常数。

实际上(1)式对于传统的介质平板波导亦成立。在本文研究中由于  $\mu_1 / \mu_2 < 0$ , (1)式将给出与传统波导相异的特性。利用  $p, k$  的定义式, 可得

$$(pd)^2 + (kd)^2 = \omega^2 d^2 (\epsilon_2 \mu_2 - \epsilon_1 \mu_1) / c^2 \equiv u^2, \tag{2}$$

其中  $u$  定义为归一化频率。根据(1), (2)式可求得波导的导模。

对于传统波导, 要求  $\epsilon_2 \mu_2 > \epsilon_1 \mu_1$ , 即折射率  $n_2 > n_1$ , 相速度为  $v_p = \omega / \beta > c / \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$ 。(1)式中的整数  $m$  取值是  $0, 1, 2, \dots$ , 对应于不同阶导波  $TE_0, TE_1, TE_2, \dots$ 。但是对于左手材料平板波导, 即使  $\epsilon_2 \mu_2 > \epsilon_1 \mu_1$ , 也会出现  $k$  取虚数的可能, 即芯层中的电磁波不是振荡波而是横向衰减波, 这实际上是在界面处传播的表面波<sup>[10]</sup>, 此时相速度  $v_p < c / \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$ 。传统介质波导不传播表面波。

对于 TM 模, 利用电磁对偶关系易得色散方程  $pd = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} kd \tan(kd - \frac{m\pi}{2})$ , 与(1)式相似。本文将重点研究 TE 模, 对其的研究方法同样适用于 TM 模。

### 3 模式特征

首先利用图解法来讨论波导的导模。由于导模满足(1), (2)式, 由此可以以  $pd, kd$  为直角系轴参量, 画出(1), (2)式的两条曲线, 它们的交点即为波导的导模。

#### 3.1 导波模式

导波模式是横向传播常数  $k$  取实数的情形, 此时必有  $\epsilon_2 \mu_2 > \epsilon_1 \mu_1$ , 归一化频率  $u > 0$ 。图解曲线如图 1 所示, 实线、虚线分别是(1), (2)式的曲线, 图 1 (a), (b)分别为传统介质波导和左手介质波导的图解曲线。由于归一化频率  $u$  是虚线圆的半径, 由图 1(a)可见传统介质波导的导模频率可取 0 到  $\infty$ , 即对称平板波导没有截止频率, 同一阶模式 ( $m$  一定) 导模只有一个值。由图 1(b)可见, 对左手材料平板波导,  $TE_0$  模缺失,  $TE_1$  模的导模存在一个频率区间, 且同一阶模式可能同时存在两种传导模(即出现两个交点, 如图 1(b)中的 A, B 两点)。双模共存是左手材料波导的独特性质之一。

利用图解法得到的左手介质平板波导的色散曲

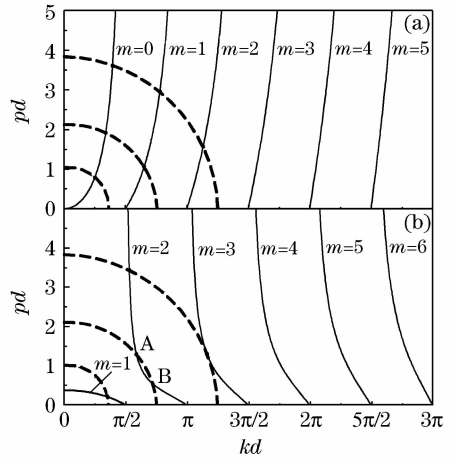


图 1 图解法确定波导导模。(a) 传统介质波导; (b) 左手介质波导

Fig. 1 Waveguide mode. (a) mode in traditional medium; (b) mode in the LHM

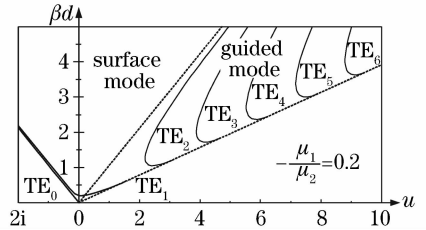


图 2 左手介质波导的色散曲线

Fig. 2 Dispersion curves of LHM waveguide

线如图 2 所示。数值模拟中取  $\epsilon_1 = 2, \mu_1 = 1, \epsilon_2 = -3, \mu_2 = -5$ 。图 2 中有两条直线(以点线表示), 它们是不同的类型模式的分界线。导波模式存在于两直线之间的导模区域, 导模区域下侧是波导的辐射模区, 左侧是波导的表面模区。从图 2 可以看出, 左手介质波导的色散曲线与传统介质波导有着明显的不同, 如  $TE_0$  导模缺失,  $TE_1$  导模通带,  $TE_2, TE_3, TE_4, \dots$  导模是“(”型曲线。

#### 3.2 表面波模式

表面波模式是横向传播常数  $k$  取虚数的情形。结合前面分析可知  $TE_2, TE_3, TE_4, \dots$  模式不支持表面波传播, 只有  $TE_0, TE_1$  模式才有可能出现表面波模式。令  $k = i\kappa$ , 改写(1)和(2)式得

$$pd = -\frac{\mu_1}{\mu_2} \kappa d \tanh(\kappa d) \quad (m = 0)$$

或

$$pd = -\frac{\mu_1}{\mu_2} \kappa d \coth(\kappa d) \quad (m = 1), \tag{3}$$

$$(pd)^2 - (\kappa d)^2 = u^2. \tag{4}$$

以  $y = pd, x = \kappa d$  为变量的图解曲线如图 3 所示。图 3 中两实线分别表示(3)式的两条曲线, 而虚

线则为(4)式中  $u = 1$  (曲线 a) 及  $u = i$  (曲线 b) (意义见随后的第二种情况讨论) 的两条曲线, 图中还有两条直线 (以点线表示), 它们分别是(3), (4)式的渐近线。图 3 中实线与虚线的交点即为该种情况下波导的表面模。现分两种情况讨论。

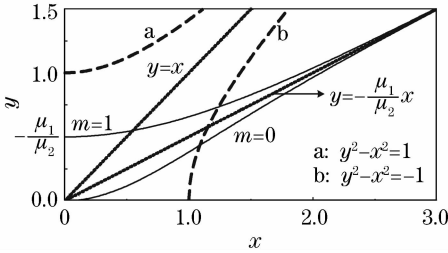


图 3 表面波模的图解示意图

Fig. 3 Sketch map of the surface modes

1) 若  $\epsilon_2 \mu_2 > \epsilon_1 \mu_1$ , 即归一化频率  $u > 0$ , 对应于图 3 中实线 ( $m = 0, 1$ ) 和曲线 a。当  $-\frac{\mu_1}{\mu_2} < 1$  时,  $m = 0$  实线与曲线 a 无交点, 故不存在  $TE_0$  模式的表面波; 且归一化频率  $u > -\frac{\mu_1}{\mu_2}$  时也不存在  $TE_1$  模式的表面波, 即  $TE_1$  模式的表面波存在条件是  $0 < u < -\frac{\mu_1}{\mu_2}$ 。这时的色散曲线亦在图 2 实空间的表面模区, 如图 2 所示。

当  $-\frac{\mu_1}{\mu_2} > 1$  时, (3) 式表示的实线将转到图 3 中渐近线  $y = x$  的上侧空间, 它将与(4)式的曲线 a 出现相交 (在此没有画出)。分析表明, 对于任意的归一化频率  $u$ , 此时都会出现  $TE_0$  模式的表面波; 而当  $u > -\frac{\mu_1}{\mu_2}$  时才存在  $TE_1$  模式的表面波。为此画出了另一种结构参数时的色散曲线如图 4 所示。图 4 中数值模拟计算时取  $\epsilon_1 = 1, \mu_1 = 1, \epsilon_2 = -6, \mu_2 = -0.5$ 。比较图 2 和图 4 易发现,  $\mu_1/\mu_2$  取值的不同, 影响着  $TE_0, TE_1$  模式表面波的产生。

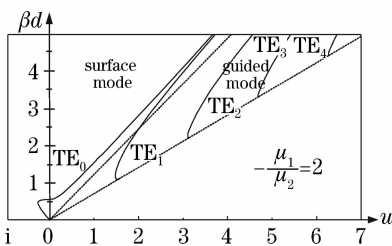


图 4 不同结构参数左手介质波导的色散曲线

Fig. 4 Dispersion curves of LHM waveguide with different structure parameters

面波的传播。对于这种情况, 借用(2)式, 规定归一化频率  $u$  取纯虚数, 即  $u = i\alpha d \sqrt{\epsilon_1 \mu_1 - \epsilon_2 \mu_2} / c$ , 在这种情况下是不可能产生导波模式的导模的。

由图 3 中实线 ( $m = 0, 1$ ) 与曲线 b 的交点情况易知, 当  $-\frac{\mu_1}{\mu_2} < 1$  时, 总是存在着  $TE_0, TE_1$  模式的表面波, 且是单值模; 而当  $-\frac{\mu_1}{\mu_2} > 1$  时,  $TE_1$  模式的表面波不存在, 而  $TE_0$  模式的表面波存在着一个频率区间, 且将出现双模特性。为了画出其色散曲线, 采用一个虚空间来辅佐作图, 即在横轴 (频率轴)  $u$  的反方向定义为虚变量,  $\frac{\mu_1}{\mu_2}$  取不同值时的色散曲线亦在图 2, 图 4 中示意出来。只不过虚空间的结构参量有所变化以满足  $\epsilon_2 \mu_2 < \epsilon_1 \mu_1$ , 取  $\epsilon_2 = -0.1$  (图 2), 或  $\epsilon_2 = -1$  (图 4), 其余的结构参量均不变。

结合图 2, 图 4 可以发现, 无论  $\epsilon_2 \mu_2$  与  $\epsilon_1 \mu_1$  的关系如何, 只要波导芯层足够厚, 相当于归一化频率  $|u| \rightarrow \infty$ ,  $TE_0, TE_1$  模式的表面模将趋于重合, 在图 2 或图 4 中趋于一条过原点的直线。经过计算,  $TE_0, TE_1$  模式的表面波传播常数将趋于一个定值  $\beta_\infty = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\mu_1 \mu_2 (\mu_1 \epsilon_2 - \mu_2 \epsilon_1)}{\mu_1^2 - \mu_2^2}}$ ,  $\beta_\infty$  值即为芯层与衬底 (或覆盖层) 单一界面上传输的表面波的传播常数。

### 3.3 双模特性

从图 2, 图 4 的色散曲线可知, 左手介质波导具有与传统介质波导最明显的差异是存在双模特性, 即色散曲线具有“(”型特征。这表明在结构参数特定的波导中, 同一频率的电磁波, 可以在波导中以不同传播常数、但具有相同模式类型的两种波传播。对于  $TE_2, TE_3, TE_4, \dots$  模式, 双模都是导模; 在  $\epsilon_2 \mu_2 < \epsilon_1 \mu_1$  且  $-\frac{\mu_1}{\mu_2} > 1$  条件下出现的  $TE_0$  模式的双模则都是表面模; 但对于  $TE_1$  模式情况较为复杂。

为说明方便, 在“(”型特征色散曲线上找出三个特征位置, 导模的极值点 A, 导模区与表面模区的临界点 B, 与辐射模区的临界点 C (可参阅图 5 中曲线 e), 设它们的归一化频率依次为  $u_m, u_0$  和  $u_c$ 。研究表明, 对于  $TE_m (m = 2, 3, 4, \dots)$  模式, B 点不存在,  $u_c = \frac{m\pi}{2}$ 。对于  $TE_1$  模式,  $u_0 = -\frac{\mu_1}{\mu_2}, u_c = \frac{\pi}{2}, u_m$  随  $\mu_1/\mu_2$  的取值不同出现不同的变化规律, 如图 6 所示。图 6 绘出了  $\mu_1/\mu_2$  不同取值时导模区中  $TE_m (m = 1, 2, 3)$  模式色散曲线的极小归一化频率  $u_m$  的变

2) 若  $\epsilon_2 \mu_2 < \epsilon_1 \mu_1$ , 左手介质平板波导亦支持表

化曲线。可以看出,随着 $-\frac{\mu_1}{\mu_2}$ 取值的增大 $u_m \rightarrow u_c$ ,色散曲线上的极值点 A 不断地向临界点 C 靠拢,导致所有导模的双模存在区域越来越窄,如图 2 和图 4 所示。

对于 TE<sub>1</sub> 模式,  $u_m$  的变化比较特殊,在 $-\frac{\mu_1}{\mu_2}$ 较小时 $u_m = -\frac{\mu_1}{\mu_2}$ ,这说明极值点 A 就是导模区与表面模区的临界点 B。计算表明 $-\frac{\mu_1}{\mu_2}$ 有一临界状态 $-\frac{\mu_1}{\mu_2} = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1.225$ ,当 $-\frac{\mu_1}{\mu_2} > 1.225$ 时极值点 A 将与 B 分离,即 $u_m < u_0$ 。

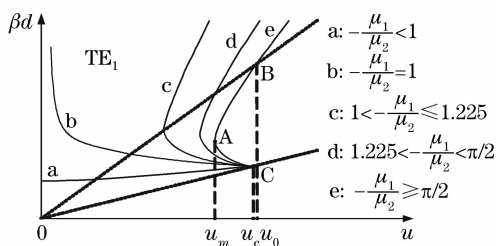


图 5 TE<sub>1</sub> 模的色散曲线示意图  
Fig. 5 Dispersion curves of TE<sub>1</sub>

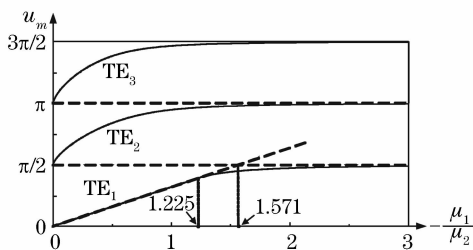


图 6 导模的极值点归一化频率  
Fig. 6 Normalized of frequency of the extremum points of the guided modes

图 5 示意了 $-\frac{\mu_1}{\mu_2}$ 不同取值时 TE<sub>1</sub> 模式的色散曲线。由图 5 可知,色散曲线在 $-\frac{\mu_1}{\mu_2} = 1$ 时将趋近于纵轴;在 $-\frac{\mu_1}{\mu_2} < 1$ 时与纵轴相交,不会出现双模特性;只有当 $-\frac{\mu_1}{\mu_2} > 1$ 时才会出现双模特性。进一步研究 TE<sub>1</sub> 模式的双模特性,发现当 $-\frac{\mu_1}{\mu_2} \geq \frac{\pi}{2}$ 时双模都是导模;当 $1 < -\frac{\mu_1}{\mu_2} < 1.225$ 时双模中一个是导模,另一个却是表面模;当 $1.225 < -\frac{\mu_1}{\mu_2} < \frac{\pi}{2}$ 时,归一

化频率位于 $(u_m, u_0)$ 之间的双模都是导模,否则必有一个是表面模。

## 4 结 论

系统研究了无色散左手材料作为芯层的对称三层平板波导中 TE 波的传输特性,结果表明,导波和表面波都可以在这种波导中传播。导波的 TE<sub>0</sub> 导模缺失,TE<sub>1</sub> 导模通带,TE<sub>2</sub>, TE<sub>3</sub>, TE<sub>4</sub>, ... 导模是“(”型曲线。只有 TE<sub>0</sub>, TE<sub>1</sub> 模式才有可能出现表面波,若 $\epsilon_2 \mu_2 > \epsilon_1 \mu_1$ ,则 $-\frac{\mu_1}{\mu_2} < 1$ 时不存在 TE<sub>0</sub> 模式的表面波, $-\frac{\mu_1}{\mu_2} < 1$ 且 $0 < u < -\frac{\mu_1}{\mu_2}$ 时存在 TE<sub>1</sub> 模式的表面波, $-\frac{\mu_1}{\mu_2} > 1$ 时总存在 TE<sub>0</sub> 模式的表面波; $-\frac{\mu_1}{\mu_2} > 1$ 且 $u > -\frac{\mu_1}{\mu_2}$ 时存在 TE<sub>1</sub> 模式的表面波;若 $\epsilon_2 \mu_2 < \epsilon_1 \mu_1$ ,则 $-\frac{\mu_1}{\mu_2} < 1$ 时总存在 TE<sub>0</sub>, TE<sub>1</sub> 模式的表面波且是单值模; $-\frac{\mu_1}{\mu_2} > 1$ 时不存在 TE<sub>1</sub> 模式的表面波,TE<sub>0</sub> 模式的表面波存在着一个频率区间,且将出现双模特性。无论 $\epsilon_2 \mu_2$ 与 $\epsilon_1 \mu_1$ 的关系如何,只要波导芯层足够厚,TE<sub>0</sub>, TE<sub>1</sub> 模式的表面波传播常数将趋于定值。在特定结构参数的波导中存在同一阶模式的双模传播特性。

## 参 考 文 献

- 1 V. G. Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$  [J]. *Sov. Phys. Uspe.*, 1968, **10**(4):509~514
- 2 J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **85**(18):3966~3969
- 3 D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier *et al.*. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**(18):4184~4188
- 4 R. A. Shelby, D. R. Smith, S. Schultz. Experimental verification of a negative index of refraction [J]. *Science*, 2001, **292**:77~99
- 5 Jiang Meiping, Chen Guang, Chen Xianfeng *et al.*. Defect mode of Bragg microcavity containing negative refractive index materials [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(8):1056~1061
- 6 蒋美萍,陈光,陈宪锋等. 含负折射率介质布拉格微腔的缺陷模[J]. *中国激光*, 2006, **33**(8):1056~1061
- 7 Cao Jingxiao, Hu Wei, Luo Hailu. Refraction in hyperbolic uniaxial left-handed material [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(11):1749~1754
- 8 曹京晓,胡巍,罗海陆. 双曲色散型单轴左手介质中的折射[J]. *光学学报*, 2006, **26**(11):1749~1754
- 9 I. V. Shadrivov, A. A. Sukhorukov, Y. S. Kivshar. Guided modes in negative-refractive-index waveguides [J]. *Phys. Rev. E*, 2003, **67**(5):057602
- 10 Wang Xinglin, Wang Qi, Shi Jielong *et al.*. Guided modes in a

- thin dielectric film symmetrically bounded by left-hand media [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2006, **23**(5): 719~724
- 王兴林, 王 奇, 施解龙 等. 左手系平板结构中的波导模[J]. 量子电子学报, 2006, **23**(5): 719~724
- 9 Shen Lufa, Wang Zihua. Propagation properties of asymmetric metamaterial slab waveguides [J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 2006, **17**(6): 688~692
- 沈陆发, 王子华. 非对称含左手材料平面波导的传输特性[J]. 光电子·激光, 2006, **17**(6): 688~692
- 10 Di Yuemiao, Wang Xiaoping, Xiao Binggang. Characteristic analysis of surface wave sensor based on negative refractive index material [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(2): 328~331
- 邸岳淼, 王晓萍, 肖丙刚. 负折射率材料用于表面波传感的特性分析[J]. 光子学报, 2007, **36**(2): 328~331