文章编号: 0258-7025(2008)Supplement2-0215-05

台阶法标定干涉仪频率响应函数

武旭华¹ 陈 磊² 常建华¹ (¹南京信息工程大学电信学院,江苏南京 210044 (²南京理工大学电光学院,江苏南京 210094

摘要 大口径移相干涉仪在检测空间频率为毫米甚至亚毫米量级的相位误差时,存在部分空间频率的相位误差失 真效应。因此,必须对大口径移相干涉仪的频率响应函数进行标定,以保证检测数据的真实性。引用评价参数-功 率谱密度,重点研究了干涉仪频率响应函数的实验标定。在理论上建立标定干涉仪频率响应函数的数学模型,讨 论了两种标定方法一正弦相位光栅法和台阶法,分析其各自的优缺点,综合比较后确定台阶法作为实验方案。深 入研究台阶样品可以作为标定用标准台阶的条件,即台阶阶跃的陡峭程度与台阶信噪比的选择,探讨了台阶法标 定干涉仪频率响应函数的可行性;设计、制作了高精度的台阶相位板,结合实验对干涉仪的频率响应函数进行标定 测量,给出有关曲线;最后分析了几种误差源对干涉仪频率响应函数标定结果的影响及其消除方法。

关键词 仪器;测量与计量;光学测试;频率响应函数;台阶相位比较法;干涉仪

doi: 10.3788/CJL200835s2.0215 中图分类号 TH744.3 文献标识码 A

Calibration of the Frequency-response Function for Interferometer **Based on Step-Phase Comparing Method**

Wu Xuhua¹ Chen Lei² Chang Jianhua¹

¹ College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210044, China ² College of Electronic Engineering and Optoelectric Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China

Abstract When the phase wavefront is measured by a large aperture interferometer, there are anamorphic effects on the wavefront power spectral density (PSD) with high spatial frequency. So it's necessary to calibrate the frequency-response function of the large aperture interferometer to guarantee the precision of the testing process. In this paper, the calibration principle of the frequency-response function is mainly discussed by adopting the wavefront PSD through the theoretical and experimental methods. After the calculation model of the frequency-response function is setup, the calibration methods such as sinusoidal phase grating method and step-phase comparing method are pointed out respectively. Depending on comparison between the advantages and disadvantages of these two methods, reasonable experiment method with a step is confirmed, which feasibility to calibrate an interferometer is also discussed thoroughly, and two necessary conditions for a step sample used to do calibration are given. Based on the principle of phase comparing, a standard phase object that contained a step phase is designed and fabricated. The frequency-response function is obtained by comparing the theoretical values and the measured value of the PSD. The experiment results and curves are also given in this paper. At last, the main error sources appeared in the testing process and their influences are systemically analyzed.

Key words instrumentation; measurement and metrology; optical measurement; frequency-response function; step-phase comparing method; interferometer

基金项目:教育部科技发展中心博士点基金(20070288010)和南京信息工程大学校科研基金(S8108076001)资助课题。 作者简介:武旭华(1977-),女,讲师,博士,主要从事光学设计和光学计量测试方面的研究。E-mail: wuxh1978@yahoo.com.cn **导师简介:** 陈 磊(1964-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事光学计量测试与光电智能化仪器方面的研究。

35 卷

1 引 言

在光学成像系统中,频率响应函数是一个非常 重要的量,它决定了整个系统的成像质量。在干涉 检测过程中,干涉仪也相当于一个成像系统。普通 商用的小口径干涉仪只关心低频的面形误差,常用 泽尼克系数(Zernike)、波面误差峰谷值、波前斜率 等参数来表征面形质量;而大口径移相干涉仪在检 测空间频率为毫米甚至亚毫米量级的相位误差时, 存在部分空间频率的相位误差失真效应。因此,必 须对大口径移相干涉仪的频率响应函数进行标定, 以保证检测数据的真实性。

2 测试原理

2.1 测试方案

移相干涉仪可视为低通的线性系统,其频率响 应函数^[1]是指干涉仪对被测波面中所包含的不同空 间频率的分辨能力,可定义为

$$F_{\rm (f)} = \sqrt{\frac{D_{\rm psm}}{D_{\rm psr}}},\tag{1}$$

式中 $F_{(f)}$ 为频率响应函数; D_{psm} 为功率谱密度的测量结果; D_{psr} 是功率谱密度的真实值。根据干涉仪频率响应函数的定义式(1),如果设法找到一种波面,其 $D_{psr}(f)$ 值容易算出,再将之放在要标定的干涉仪中测量,得到 $D_{psm}(f)$ 值,即可得到干涉仪频率响应函数 F(f)。

单一周期的正弦相位光栅波面[2]为一种有效的 校准样品,其 $D_{psr}(f)$ 值容易算出,可以给出特定 频率的响应函数,但标定某个带宽的响应函数需要 一系列的光栅样品,加工件数较多,成本高[3];而 且系列光栅样品在制造上常含有振幅或周期误差, 存在频率点离散,不容易做到定量分析,同时还将 整个测量区域的误差都引入了测量结果,误差影响 大。所以应找一种包含较宽频率范围、容易求出 $D_{\text{psr}}(f)$ 值的实际波面,高度已知的台阶^[4]表面满 足这样的要求,它的波前包含了丰富的频率成分, 可以很好的覆盖整个被测线性系统的频谱范围,经 一次测量就能检测干涉仪在很宽频率范围内的频率 响应函数,且高质量的台阶样品相对来说容易制 作。对于台阶件,两个台阶面都有很高地加工精 度,对功率谱密度计算有直接影响的台阶跳变处区 域很窄,引入的误差相对较小。

综合考虑,选用台阶法来标定干涉仪的频率响 应函数。

2.2 计算模型

光

从数学意义上看,理想的台阶相当于阶跃函数,其功率谱密度具有相对简单的形式,跟空间频率的平方 f² 成反比。标定干涉仪的频率响应函数时,设L为采样长度,采样点数为 M,采样间隔为 S,因此,高度为 H 的理想台阶功率谱密度^[5]为

$$D_{\rm ps}(f_m) = \frac{2S}{M} \cdot \frac{W}{\sin^2(\pi D f_m)} \cdot H^2, \qquad (2)$$

其中 $f_m = (m/MS)$, f_m 为m 次谐波的空间频率。为 了淡化采样长度的影响,将每个采样点进行归一 化,则功率谱密度与采样长度 L 无关,仅取决于台 阶高度的平方,与空间频率成平方反比规律变化。

若函数 w(x) 表示光波波前一维方向某一条采 样线上的相位畸变值,在有限长度 L 内其傅里叶变 换可写为

$$W(k) = \int_{0}^{L} w(x) \exp(-ikx) dx, \qquad (3)$$

其中 k 为波数($k = 2\pi f$, f 为空间频率)。

根据功率谱密度^[6,7]的定义,功率谱密度的表达式可以写为

$$P = \frac{|W(k)|^2}{L},\tag{4}$$

经推导可以得出实测台阶功率谱密度的具体计算公 式^[8]

$$P(m) = \frac{\Delta x}{M} \Big| \sum_{n=0}^{M-1} w(n) \exp(-i2\pi f_m n \Delta x) \Big|^2.$$
(5)

将(5)式与计算功率谱密度理论值的(2)式相比 较,即可得到干涉仪的频率响应函数。

2.3 标准台阶参数要求

台阶波面为干涉仪提供一种阶跃信号,影响这 种阶跃信号质量的因素主要有两个:台阶陡峭程度 和台阶边缘波面的均方误差。如果台阶不够陡峭或 台阶边缘波面均方误差较大,则实际台阶波面的功 率谱密度值跟理论值相差较大,由于这一差距不是 干涉仪频率响应函数造成的,如仍用这样的台阶进 行标定,会引入较大的误差,因此必须考虑两个参 数的容差。

 1) 台阶陡峭程度。用台阶与基平面的夹角来 表示台阶陡峭程度,则夹角为 90°时台阶最陡峭。
然而用于标定激光平面干涉仪的台阶样品,高度一般不超过 λ/4(如 λ = 632.8 nm,量级约小于 158 nm),口径在毫米量级,当台阶不够陡峭时,用角 度表示很不方便。因此实际测量中,用在同一采样 长度和采样密度情况下台阶阶跃处的被采样点数来 表示台阶的陡峭程度。如被采样点愈多,则台阶陡 峭度愈差。选择用于标定干涉仪频率响应函数的标准台阶样品时,可以通过检查台阶阶跃处的采样点数是否超过3^[9],来确定台阶样品跟理想台阶的接近程度。

2) 台阶边缘均方误差。一般样品的台阶阶跃两 边不可能完全平整光滑,可能存在曲面面形或均方 误差。存在曲面面形主要影响功率谱密度的低频分 量,可以通过平面拟合消除;存在均方误差时对功率 谱密度的影响范围集中在中频,对标定台阶必须加 以控制。本文采用台阶的信噪比,来控制标定用台 阶边缘的均方误差。设台阶高度为 H,其阶跃边缘 的均方误差为 R_{MS},则信噪比 S/N 定义为

$$S/N = H/R_{\rm MS}.$$
 (6)

文献[9]曾给出,制作台阶样品时应控制台阶的信 噪比不要小于 200 或 300。

3 实验及结果

根据检测的信噪比要求和干涉仪检测的极限相 位深度,设计制作了台阶高度为 120 nm, 口径为 29.8 mm 的台阶相位物体。

利用实验室 ZYGO-GPI-XP 数字波面干涉仪对 此台阶样品进行测量(检测波长为 632.8 nm, CCD 像素矩阵: 320×240),所得的条纹图如图 1 所示。 去除 Piston 和 Tilt 两项后,得到波前误差的高度 数据。台阶相位板三维波前检测结果如图 2 所示, 其台阶高度为 0.19λ。其中沿 x 方向的一根采样线 上的台阶数据校倾斜后的一维图如图 4 所示,由该 图看出,在台阶阶跃的左边缘,其 P-V 值约为 $1/50\lambda$, R_{MS} 值约为 $1/200\lambda$;在台阶阶跃的右边缘, 其 P-V 值约为 $1/25\lambda$, R_{MS} 值约为 $1/100\lambda$; 主要为低 频成分,台阶位置比较陡峭,采样点数为 3。

在具体计算中,为了避免由于不同算法带来的



图 1 台阶条纹图 Fig. 1 Interference pattern of the step phase plate

计算误差,构造了标准相位板的数学模型(图 3),可用阶跃函数

$$w(x) = \begin{cases} 60 \text{ nm} & 0 \leq x < 59 \\ -60 \text{ nm} & 60 \leq x \leq 118 \end{cases}$$

来表示,其中 x 为样品的长度坐标。



图 2 台阶相位板波面结果





图 3 模拟台阶一维轮廓曲线

Fig. 3 Profile of the simulant step phase





Fig. 4 Profile of the step phase plate

在计算时应注意使模拟台阶的跳变位置与实测 台阶的跳变位置保持一致。根据理想台阶相位值计 算得到沿 *x* 向的一维功率谱密度的理论对数值如图 5 所示,而通过干涉仪测得的数据计算得到沿 *x* 向











图 6 实测台阶功率谱密度曲线





图 7 干涉仪频率响应函数曲线 Fig. 7 Frequency-response function of the interferometer

由图可见 Zygo 干涉仪的频率响应特性,由于 干涉仪的低通滤波性能,在较高频段时其干涉情况 下的传递函数值仅分别为 0.80 左右,出现了 20% 的失真效应。同时,因为所使用的离散傅里叶变换 在频率为零时没有确定值的存在,所以在接近零频 时的值是不准确的,存在较大误差。 影响干涉仪频率响应函数标定结果的误差源主 要为:

1)台阶样品与理想样品的接近程度。台阶的 功率谱密度理论值应该真实反映台阶样品的频谱密 度,由于还没有高一级的标准来传递台阶样品的功 率谱密度理论值,因此控制这一误差源的方法,只 能是控制台阶的阶跃陡峭程度和阶跃边缘的均方误 差,使之接近于理想台阶。本台阶的阶跃陡峭程度 和阶跃边缘的均方误差两个参数以及对台阶功率谱 密度的影响已阐明,由于加工水平所限,台阶跳变 处不可能是一个理想的突变,但离散采样使采集到 的台阶跳变更陡峭。如果台阶样品跟理想台阶相差 很大,可以修正理论台阶模型,即对(1)式的分母 用符号台阶样品实际情况的理论功率谱密度代替, 减小干涉仪频率响应函数的标定误差。

2)台阶阶跃边缘的采样密度。对台阶样品而 言,实际上只有台阶阶跃边缘的一小段范围对台阶 功率谱密度贡献最大,因此应当确保台阶阶跃边缘 的采样密度及采样长度。如果采样密度有限,会使 原本很好的台阶的抽样台阶阶跃倾斜,还会引起抽 样台阶功率谱密度低于样本台阶功率谱密度及高频 成分的丢失。当采样长度增加时,台阶功率谱密度 在低频处很快下降接近于零,台阶功率谱密度理论 值也是如此,因此求频率响应函数时,出现小数比 小数的情况,误差很大。台阶功率谱密度不能定义 在零频,在测试过程中应尽量避免。

3) 台阶放置引入的低频误差。检测时台阶相 位板与干涉仪标准板之间的相对位置很难保证完全 平行,这样使得所得到的相位图形并非一个水平的 台阶,可以通过最小二乘拟合等方法将其矫正,如 图 8 和图 9 所示,由于坐标单位之间的量级差别使 得图中倾斜显示被放大。为讨论该误差对功率谱密



图 8 倾斜状况下的台阶相位图形 Fig. 8 Phase data of the deflective step





Fig. 9 The phase data of the parallel step 度以及频率响应函数计算的影响,分别对校偏前后 的相位分布进行功率谱密度计算,功率谱密度计算 结果如图 10 和图 11 所示。



图 10 倾斜状况下的功率谱密度曲线





图 11 校偏后的功率谱密度曲线

Fig. 11 Power spectral density curve of the parallel step

比较两个结果,可见倾斜状况下的功率谱密度 曲线在较低频时有比较大的跳跃;校偏后所得的 功率谱密度曲线在低频部分的跳跃相对较小。由于不 可避免的放置倾斜带来的低频误差会给功率谱密度 分析带来一定的影响,在求频率响应函数或做其他 分析时应先将该低频误差消除。

5 结 论

重点研究了干涉仪频率响应函数的实验标定, 在理论上建立标定干涉仪频率响应函数的数学模型,确立台阶法作为标定干涉仪频率响应函数的实验方案,提出了实际台阶功率谱密度接近理想台阶功率谱密度的两个条件及描述条件的参数;设计、制 作了台阶相位板,采用台阶法对 Zygo 干涉仪的频 率响应函数进行测试,并结合实验分析了各种误差 源对干涉仪频率响应函数标定结果的影响,为以后 进行更大口径干涉仪频率响应函数的测试提供数学 理论基础和技术积累

参考文献

- 许乔,顾元元,柴林.大口径干涉仪系统传递函数校准[J]. 强激光与粒子束,2001,13(3):321~324
 Xu Qiao, Gu Yuanguan, Chai Lin. The calibration of the system transfer function for large interferometer[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2001, 13(3):321~324
- 2 Erik Novak, Chiayu Ai, James C. Wyant. Optical resolutions of phase measurements of laser Fizeau interferometer [J]. SPIE, 1996, 2870: 545~552
- 3 Gao Zhishan, Chen jinbang, He Yong. Interferometric test of power spectral density in spatial mid-frequency band of the wavefront[J]. Chinese J. Laser, 2000, A27(4): 327~331 高志山,陈进榜,何 勇. 波面功率谱密度中频波段的干涉测试 研究[J]. 中国激光, 2000, A27(4): 327~331
- 4 E. Novak, Chiayu Ai. Transfer function characterization of laser Fizeau interferometer for high spatial frequency phase measurements[J]. SPIE, 1997, 3134: 114~121
- 5 Wolfe C R, Downie J D, Lawson J K. Measuring the spatial frequency transfer function of phase-measuring interferometers for laser optics[J]. SPIE, 1996, 2870: 553~557
- 6 J. M. Eison, J. M. Bennett, Calculation of the power spectral density from surface profile data[J]. Appl. Opt., 1995, 34(1): 201~208
- 7 Geng Yan, Chai liqun, Xu Qiao. Measurement of the system transfer function of the interferometer and the analyses of the influence on the measuring[J]. Optical Technique, 2006, 32(5): 741~743

邓 燕,柴立群,许 乔.干涉仪系统传递函数测量及影响因素的分析[J].光学技术,2006,**32**(5):741~743

- 8 Lawson J K, Aikens D M, English R E et al.. Power spectral density specification for high- power laser systems [C]. SPIE, 1996, 2775: 345~356
- 9 Takacs P Z, Li M X, Furenlid Karen *et al.*. A step-height standard for surface profiler calibration [C]. SPIE, 1993, 1995: 235~244