

文章编号: 0258-7025(2008)Supplement2-0115-05

变迹光栅孤子速度与时延特性研究

艾 菲 王葵如 桑新柱 忻向军 余重秀

(北京邮电大学光通信与光波技术教育部重点实验室, 电子工程学院, 北京 100876)

摘要 基于非线性耦合模方程组(NLCME)的解析孤子解, 讨论了均匀布拉格光栅(FBG)中慢光栅孤子(GS)的存在性。利用双曲正切中间变迹光栅中的 NLCME, 引入非相对论-绝热-准量子近似法, 将光栅孤子作为一个低速运动且能量守恒的整体进行分析, 得到了孤子的轨迹方程。对反射孤子、低速孤子和静态孤子三种情况下的速度、位移分别进行数值计算, 分析了变迹光栅孤子的速度可控性。对孤子时延进行的数值仿真表明, 50 m 的变迹光栅中可产生 2000 ns 的时延, 平均速度仅相当于均匀光纤中的 0.1 倍。讨论了光栅参数和脉冲初始参数对速度、位移和时延的影响。研究结果表明: 在变迹光栅中, 选取合适的光栅变迹函数和初始脉冲, 可得到速度在 $0 \sim c/n$ 之间的任意孤子, 产生需要的时延大小, 从而实现孤子光缓存。

关键词 光纤光学; 光栅孤子; 非相对论-绝热-准量子近似; 变迹光栅;

中图分类号 TN25 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL200835s2.0115

Research on Velocity and Delay Characteristics of Solitons in Apodized Fiber Bragg Grating

Ai Fei Wang Kuiru Sang Xinzhu Xin Xiangjun Yu Chongxiu

(Key Laboratory of Optical Communication and Light-wave Technologies of Ministry of Education, School of Electronics Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing, 100876 China)

Abstract Based on analytic soliton solutions of nonlinear coupled-mode equations (NLCME) in a uniform fiber Bragg grating (FBG), the existence of slow grating soliton (GS) is discussed. By introducing non-relativistic, adiabatic and quantum approximation to NLCMEs in the FBG with hyperbolic tangent apodization, and assuming the soliton as a particle with low velocity and invariant energy, the track equation of soliton is obtained. Numerical simulations of velocity and displacement of reflected soliton, slow soliton and standing soliton are carried out to analyze the controllable velocity characteristic of the GS. Results show that time delay of 2000 ns can occur in an apodized FBG with length of 50 meters and corresponding average velocity is $0.1 c/n$. The influences of grating parameters and velocity and displacement of initial input pulse solitons on time delay are further discussed. By choosing proper parameters of the apodized FBG and the initial soliton pulse, GS with any velocity between 0 and c/n can be achieved, which facilitates the compact soliton-based optical Buffer.

Key words fiber optics; grating soliton; non-relativistic, adiabatic and quantum approximation; apodized grating

1 引 言

自 1980 年美国贝尔实验室 Mollenau 等成功观察到光孤子以来, 光孤子理论取得了巨大的进展^[1~6]。目前, 光纤孤子的研究与应用已相对成熟, 而光栅孤子研究还比较少。

光栅孤子的形成原理与光纤孤子一样, 都是群速度色散与非线性效应平衡的结果, 但光栅孤子有

其独自的特性^[4,6,7]。脉冲在布拉格光纤光栅(FBG)中传输经历极强的色散(约为普通光纤的 $10^5 \sim 10^6$ 倍), 需要高非线性才能平衡强色散形成孤子, 因此要求入射脉冲具有非常高的功率; 强色散与高非线性使得形成孤子的 FBG 长度很小, 只需几厘米就可以形成光栅孤子, 在实际应用中可以大大减小器件尺寸, 实现器件微型化; 在 FBG 带隙边缘,

基金项目: 国家自然科学基金(60677003)资助项目。

作者简介: 艾 菲(1985-), 女, 硕士研究生, 主要从事光栅孤子缓存方面的研究。E-mail: aifei02151985@gmail.com

导师简介: 王葵如(1962-), 女, 副教授, 主要从事光纤通信和光电子器件方面的研究。E-mail: krwang@bupt.edu.cn

孤子脉冲群速度低于光纤中的速度。理论上,通过具体参数设置可得到群速度在 $0 \sim c/n$ 之间的孤子脉冲,在传输过程中产生很大的时延,甚至实现孤子捕获。1996 年贝尔实验室的 B. J. Egglaton 等通过实验观察到光栅孤子速度变慢现象^[3]。2003 年,Willian C. K. Mak 等从理论上分析得出,特殊 FBG 中的光栅孤子速度在一定条件下可降为光纤中的 0.2 倍^[8]。作为全光交换网的关键技术,全光缓存器技术正成为当前的研究热点^[9,10]。根据光栅孤子速度与时延特性实现的光孤子缓存器,具有缓存时间可调范围大、结构简单紧凑、可与光纤通信系统无缝连接等优点,在光纤通信和光计算领域具有很大的应用价值。因而,研究光栅孤子的速度与时延特性意义重大。

2 光栅孤子基本理论

2.1 非线性耦合模方程组

在光纤光栅理论研究方面,非线性耦合模理论(NLCME)是迄今为止最精确的分析方法。脉冲在光栅中的传输通常都是通过 NLCME^[9] 进行分析的。

根据耦合模理论,光纤光栅中电场强度可分解为正向和反向传输的两个分量:

$$E(z, t) = [E_+(z, t)\exp(ik_B z) + E_-(z, t)\exp(ik_B z)]\exp(-i\omega_B t) + c. c., \quad (1)$$

式中 E_+ 和 E_- 分别代表正向和反向传输电场分量的包络, $k_B = \pi/\Lambda$ 为布拉格波数, ω_B 为布拉格频率, c. c. 为复数部分。当 E_+ 和 E_- 的变化非常缓慢时,根据耦合模理论可得 NLCME

$$\begin{cases} +i\frac{\partial E_+}{\partial x} + i\frac{n}{c}\frac{\partial E_+}{\partial t} + kE_- + \Gamma(|E_+|^2 + 2|E_-|^2)E_+ = 0 \\ -i\frac{\partial E_-}{\partial x} + i\frac{n}{c}\frac{\partial E_-}{\partial t} + kE_+ + \Gamma(|E_-|^2 + 2|E_+|^2)E_- = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\kappa = \frac{\pi\Delta n\eta}{\lambda_B}, \quad (3)$$

$$\Gamma_S = \Gamma_X = \frac{4\pi n_L}{\lambda Z_0} n_2, \quad (4)$$

式中 κ 为光栅耦合系数, Γ 为非线性系数, λ 为真空中的波长, n_{eff} 为有效折射率, n_2 为非线性系数, Z_0 为真空阻抗。方程(2)中的第四项为非线性自相位调制和交叉相位调制项。

令 $E_+ = \sqrt{\frac{1}{\Gamma}}U$, $E_- = \sqrt{\frac{1}{\Gamma}}V$, $z = x$, $T = \frac{c}{n}t$, 可得均一化 NLCME

$$\begin{cases} +i\frac{\partial U}{\partial z} + i\frac{\partial U}{\partial T} + \kappa V + (|U|^2 + 2|V|^2)U = 0 \\ -i\frac{\partial V}{\partial z} + i\frac{\partial V}{\partial T} + \kappa U + (|V|^2 + 2|U|^2)V = 0 \end{cases} \quad (5)$$

均匀光栅中, Δn 为常数, $\kappa = \text{const}$ 。Christodoulides 等在忽略自相位调制的情况下,将方程(5)简化成完全可积的大型温湿红外线辐射仪模型(MTM),得到解析孤子解。当孤子功率谱位于带隙内,且载波频率接近布拉格频率时,可以不受影响地传输,且传播速度低于均匀介质中的光速。Aceves 等随后又考虑了自相位调制项,对 MTM 进行了扩展,得到双参数孤子解

$$\begin{cases} U = \left[\frac{k(1-c_0)}{3-c_0^2}\right]^{1/2} (1-c_0^2)^{1/4} W(X) \times \\ \quad \exp[i\varphi(X) - iT\cos\theta] \\ V = -\left[\frac{k(1+c_0)}{3-c_0^2}\right]^{1/2} (1-c_0^2)^{1/4} W^*(X) \times \\ \quad \exp[i\varphi(X) - iT\cos\theta] \\ X = k(1-c_0^2)^{-1/2}(z-c_0T), \\ T = k(1-c_0^2)^{-1/2}(T-c_0z), \\ \varphi(X) = \frac{4c_0}{3-c_0^2} \arctan^{-1}\{\tanh[(\sin\theta)X]\tan(\theta/2)\}, \end{cases}$$

$$W(X) = (\sin\theta)\text{sech}[(\sin\theta)X - i(\theta/2)], \quad (6)$$

式中 θ 为孤子质量参数,对应于孤子能量, c_0 为孤子均一化速度,最大值 1 对应光纤中的光速 c/\bar{n} 。

2.2 中间变迹 FBG 产生慢孤子

在 FBG 上引入端部变迹以降低反射谱旁瓣,已经得到广泛研究。采用中间变迹的方法,即通过改变光栅中部的折射率调制幅度来实现孤子速度减慢,其折射率表达式为

$$n = \bar{n} + \Delta n(z)\cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}z\right). \quad (7)$$

相应的归一化 NLCME 为

$$\begin{cases} +i\frac{\partial U}{\partial z} + i\frac{\partial U}{\partial T} + \kappa(z)V + (|U|^2 + 2|V|^2)U = 0 \\ -i\frac{\partial V}{\partial z} + i\frac{\partial V}{\partial T} + \kappa(z)U + (|V|^2 + 2|U|^2)V = 0 \end{cases}, \quad (8)$$

式中 $\kappa(z)$ 不为常数,称为变迹函数

$$\kappa(z) = \frac{\pi\Delta n(z)}{\lambda_B},$$

由于 $\kappa(z)$ 不是常数,MTM 法不再适用,引入非相对论-绝热-准量子近似进行分析。

孤子在传输中保持形状基本不变,因此将其近似为一个运动的整体来考虑,具有动能、动量以及哈

密顿函数等动力学量,称为准量子近似。同时,孤子在传输中保持其幅度基本不变,因此能量是守恒的,称为绝热近似。非相对论近似是假设孤子传输速度远低于真空中的光速,即 $c^2 \ll 1$ 。在变迹光栅中主要研究慢孤子和静态孤子,因此这一近似也成立。基于该近似和 NLCME,可得到孤子能量 E 和动量 P 的表示式

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} (|U|^2 + |V|^2) dz = \frac{4\theta(1-c^2)}{3-c^2}, \quad (9)$$

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\partial U^*}{\partial z} U + \frac{\partial V^*}{\partial z} V \right) dz = 4kc(1-c^2)^{1/2} \times \left[\frac{(7-c^2)}{(3-c^2)^2} (\sin \theta - \theta \cos \theta) + \frac{\theta \cos \theta}{3-c^2} \right], \quad (10)$$

因 $\kappa(z)$ 变化非常缓慢,所以相对孤子的尺寸来说可忽略不计,由(10)式可得

$$\frac{dP}{dT} = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk(z)}{k(z)z} \operatorname{Re}(UV^*) dz = 2 \frac{dk(z)}{k(z)z} \int_{-\infty}^{+\infty} RE(UV^*) dz, \quad (11)$$

根据(8)式,(10)式和(11)式可得

$$\frac{d}{dT} \left\{ k(\xi)c(1-c^2)^{1/2} \left[\frac{(7-c^2)}{(3-c^2)^2} (\sin \theta - \theta \cos \theta) + \frac{\theta \cos \theta}{3-c^2} \right] \right\} = - \frac{dk(\xi)}{d\xi} \frac{(1-c^2)^{3/2}}{3-c^2} \sin \theta, \quad (12)$$

式中 $c(T)$, $\theta(T)$ 分别代表孤子速度和质量参数,且 $d\xi/dT = c(T)$ 。根据(9)式得到孤子质量参数为

$$\theta = \frac{3-c^2}{1-c^2} \frac{E}{8}, \quad (13)$$

由于 $c^2 \ll 1$,因此 $\theta = \text{const}$ 。根据(12)式和(13)式可得孤子速度方程

$$c^2(\xi) = \left(\frac{3 \sin \theta}{7 \sin \theta - 4 \theta \cos \theta} + c_0^2 \right) \frac{k(\xi_0)^2}{k^2(\xi)} - \frac{3 \sin \theta}{7 \sin \theta - 4 \theta \cos \theta}, \quad (14)$$

由(14)式可知,当变迹函数满足

$$\kappa_{\text{halt}}^2 = \kappa(\xi_0)^2 \left[1 + c_0^2 \frac{(7 \sin \theta - 4 \theta \cos \theta)}{3 \sin \theta} \right] \quad (15)$$

时能够达到孤子速度 $c = 0$ 。因此,选取合适的变迹光栅参数(变迹函数)和孤子脉冲初始参数(能量和速度)可以得到慢孤子和静态孤子。

3 变迹光栅孤子速度特性分析

取变迹函数 κ 为双曲正切函数

$$\kappa(z) = \kappa_0 + (1 - \kappa_0) \tanh\left(\frac{z - z_0}{w}\right). \quad (16)$$

孤子初始位移设为 $z_0 = \xi_0 = -18 \text{ cm}$ 。根据(14)式和 $d\xi/dT = c(T)$,可得到孤子速度和位移与时间的关系曲线,如图 1 所示。此时选取 $\kappa_0 = 0.85$, $\theta = 0.5 \pi$,图 1(a),图 1(b)和图 1(c)分别对应 $c_0 = 0.6, 0.6659, 0.7$ 的值。

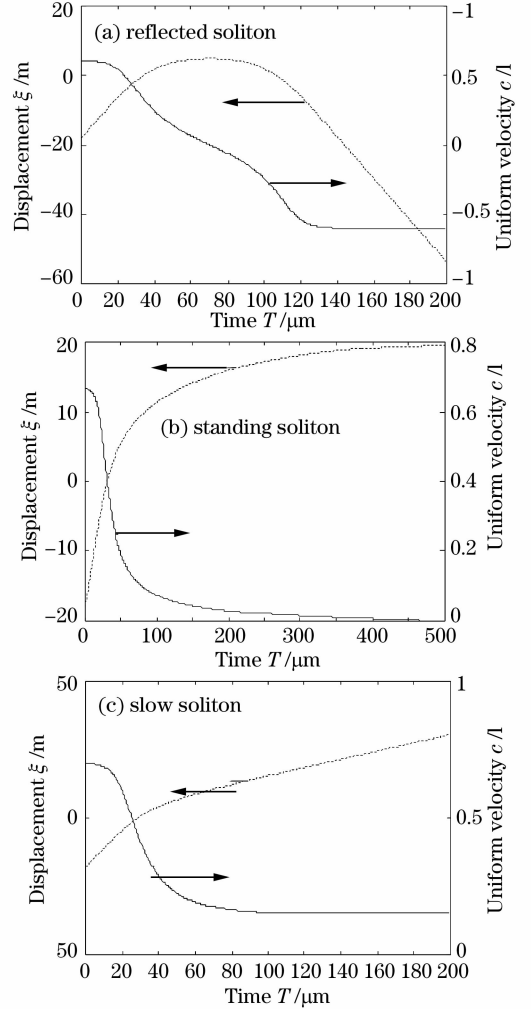


图 1 孤子时间-位移和时间-速度曲线
(a)反射孤子;(b)静态孤子;(c)慢孤子

Fig. 1 Time-Displacement and Time-Velocity Relationship

(a) Reflected; (b) Standing; (c) Slow Soliton

(a) $\kappa_0 = 0.85$, $c_0 = 0.6$, $\theta = 0.5 \pi$;

根据(15)式,

$$\kappa_{\text{halt}}^2 = \kappa(\xi_0)^2 \left[1 + c_0^2 \frac{(7 \sin \theta - 4 \theta \cos \theta)}{3 \sin \theta} \right] = 0.9035$$

$< \kappa^2(+\infty) = 1$,且 $\kappa^2(4.8645) = 0.9035 = \kappa_{\text{halt}}^2$ 。因此,孤子在 $\xi = 4.8645$ 处被反射。

从图 1(a)可以看出,孤子位移先增加后减小;速度由初始速度 0.6 减小为 0(此时孤子位移最大,约为 5),然后继续减小为负值(速度符号变化表示速度方向变化),可见孤子在 $\xi \approx 5$ 被反射,产生反

射孤子,与计算结果相符。

(b) $\kappa_0 = 0.85$, $c_0 = 0.6659$, $\theta = 0.5\pi$;

$$k_{\text{halt}}^2 = k(\xi_0)^2 \left[1 + c_0^2 \frac{(7\sin\theta - 4\theta\cos\theta)}{3\sin\theta} \right] \approx 1 =$$

$\kappa^2(+\infty)$, 因此孤子在 κ 稳定之后即 κ 近似等于 $\kappa(+\infty)$ 时,速度变为 0,并在较长的时间内保持静止状态,实现静态孤子。

从图 1(b)可以看出,孤子位移随时间慢慢增加,在某一点保持恒定;同时速度从初始值 0.6659 慢慢减小到 0,在较长一段时间内保持为 0 不变,这正是静态孤子的特性。

(c) $\kappa_0 = 0.85$, $c_0 = 0.7$, $\theta = 0.5\pi$;

$$k_{\text{halt}}^2 = k(\xi_0)^2 \left[1 + c_0^2 \frac{(7\sin\theta - 4\theta\cos\theta)}{3\sin\theta} \right] =$$

$1.1077 > \kappa^2(+\infty) = 1$, 因此, κ 无法达到 κ_{halt} , 孤子速度不会等于 0。根据(14)式,孤子最终会以速度 $c =$

$$\sqrt{\left(\frac{3\sin\theta}{7\sin\theta - 4\theta\cos\theta} + c_0^2 \right) \frac{k(\xi_0)^2}{k^2(\xi)} - \frac{3\sin\theta}{7\sin\theta - 4\theta\cos\theta}} = 0.1499$$

传输通过光栅,实现慢孤子。

图 1(c)中,孤子位移一直增加,速度从初始值 0.7 慢慢变小,最后在 0.15 附近保持恒定,传输通过光栅,实现慢孤子。

由这 3 种孤子的计算分析可知,变迹光栅中光速减缓的现象是存在的,只要选取合适的参数就能得到需要的慢孤子和静态孤子。

4 变迹光栅孤子时延特性分析

图 2 所示为变迹光栅孤子时延特性图。图 2(a)为孤子初始速度-传输时间图,横坐标代表孤子进入变迹光栅的均一化初始速度 c_0 ,纵坐标为传输时间(单位 ns)。其中实线代表孤子以初始速度 c_0 匀速通过光栅(变迹光栅长度为 $L = 50$ m)的预计时间 T_0 ;虚线代表孤子通过光栅的实际时间 T_c 。由图 2 可知, T_0 与 c_0 成反比;当 c_0 等于某一速度阈值 V_c 时, T_c 发生突变,且为最大值。这表示孤子 $c_0 < V_c$ 时孤子无法传输通过光栅,因此 T_c 不存在; $c_0 \geq V_c$ 时,孤子能传输通过光栅;且 $c_0 = V_c$ 时孤子传输时间最长,约为 2300 ns ($T_0 \approx 300$ ns),平均均一化速度相当于 0.1。图 2(b)为初始速度-孤子时延与出射速度图,横坐标为 c_0 ,纵坐标分别为时延大小和均一化最终速度。虚线代表孤子通过光栅产生的时延 ΔT ,实线代表孤子通过光栅后的出射速度 C_t 。由图 2 可知, $c_0 < V_c$ 时孤子无法传输通过光

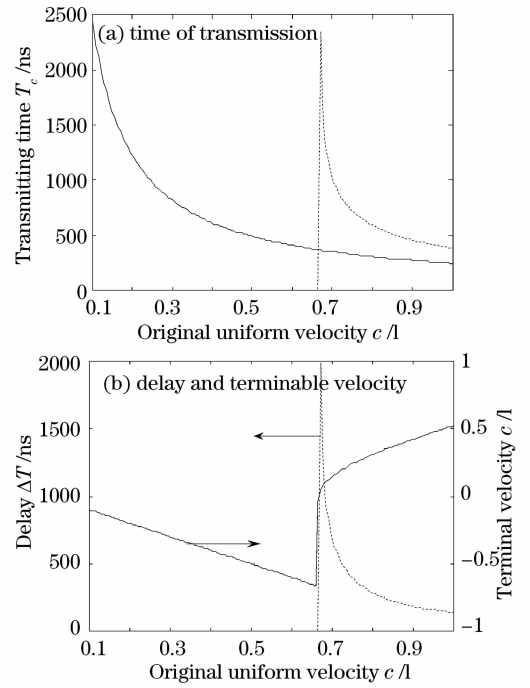


图 2 孤子时延特性

Fig. 2 Delay Characteristics of Solitons

栅,因此 ΔT 不存在, $C_t < 0$ (孤子被反射); $c_0 > V_c$ 时,孤子传输通过光栅, $\Delta T > 0$, $C_t > 0$; $c_0 = V_c$ 时, $\Delta T \approx 2000$ ns 为最大值, $C_t \approx 0$ 。

根据分析结果可知,阈值速度 V_c 为实现光缓存的关键参数, V_c 与变迹函数 κ_0 、质量参数 θ 的关系如图 3 所示。

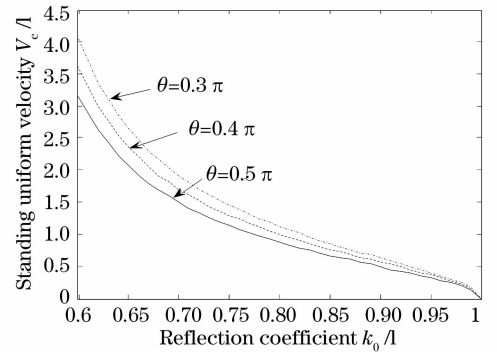


图 3 阈值速度 V_c

Fig. 3 Stand uniform velocity

由图 3 可见, V_c 随着变迹函数参数 κ_0 的增大而减小,随质量参数 θ 的减小而增大。当 $\kappa_0 = 0.85$, $\theta = 0.5\pi$ 时, $V_c \approx 0.65$,与得到的计算结果相符。通过图 3 选取合适的参数,可得到需要的静态孤子,实现光缓存和光捕获。

5 结 论

基于非线性耦合模理论,给出了 FBG 中

NLCME 的解析孤子解;采用非相对论绝热准量子近似法,分析了变迹孤子速度、位移及时延特征,得到了孤子速度方程;通过孤子时间-位移图、时间-速度图、初始速度-时延图分析了光栅参数对孤子速度、位移、时延的影响。

根据非相对论绝热近似,孤子的运动规律总结为:

1) $\kappa_{\text{halt}}^2 < \kappa^2(+\infty)$, 产生反射孤子,且在 $\xi = \xi_{\text{halt}}$ [$\kappa(\xi_{\text{halt}}) = \kappa_{\text{halt}}$] 被反射;

2) $\kappa_{\text{halt}}^2 = \kappa^2(+\infty)$, 产生静态孤子,且在 $\xi = \xi_{\text{halt}}$ 处速度变为 0, 产生高达 2000 ns 的时延;

3) $\kappa_{\text{halt}}^2 > \kappa^2(+\infty)$, $\kappa(\xi_{\text{halt}}) = \kappa_{\text{halt}}$ 不成立,孤子传输通过光栅的过程中速度逐渐减小,最终以正向速度 v 传输通过光栅。

由结果可知,通过选取合适的光栅参数,可以得到任意速度的孤子,从而达到孤子速度减缓的目的。

参 考 文 献

- 1 D. N. Christodoulides, R. I. Joseph. Slow Bragg solitons in nonlinear periodic structures[J]. *Phy. Rev. Lett.*, 1989, **62** (15):1746~1749
- 2 C. M. de Sterke, J. E. Sipe. Gap solitons[J]. *Progress in Optics*, edited by E. Wolf, 1994, XXXIII, 203~260.
- 3 Benjamin J. Eggleton, R. E. Slusher, C. Martijn de Sterke *et al.*. Bragg grating solitons[J]. *Phy. Rev. Lett.*, 1996, **76** (10):1627~1630
- 4 Benjamin J. Eggleton, C. M. de Sterke, R. E. Slusher. Bragg solitons in the nonlinear Schrödinger limit: experiment and theory[J]. *Opt. Soc. Am. B*, 1999, **16**(4):587~599
- 5 C. Martijn de Sterke, Benjamin J. Eggleton. Bragg solitons and the nonlinear Schrödinger equation[J]. *Phy. Rev. E*, 1999, **59**(1):1267~1269
- 6 Wang Chunyu, Yang Xingyu. Formation and interaction of Bragg solitons in uniform fiber Bragg gratings[J]. *Laser and Infrared*, 2005, **9**:693~696
王春雨, 杨性愉. 在均匀光纤光栅中布拉格孤子的形成及相互作用[J]. *激光与红外*, 2005, **9**: 693~696
- 7 Sang Xinzhu. Research on Characteristics and Application of Micro-Structure Optical Device[D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2005. 46~51, 55~57, 60~62
桑新柱. 微结构光器件特性及应用若干问题的研究[D]. 北京: 北京邮电大学, 2005. 46~51, 55~57, 60~62
- 8 Liu Waixi, Gao Ying, Liu Wenxi. Research on a 112 optical buffer based on arrayed 2 waveguide grating and fiber Bragg grating [J]. *Journal of Guangzhou University(Natural Science Edition)*, 2007, **8**(6): 57~60
刘外喜, 高 鹰, 刘文喜. 基于光栅的全光缓存器的研究[J]. *广州大学学报(自然科学版)*, 2007, **8**(6): 57~60
- 9 Mak W. C. K., Malomed B. A., Chu P. L.. Slowdown and splitting of gap solitons in apodized Bragg gratings[J]. *Mod. Opt.*, 2004, **51**(14):2141~2158.
- 10 WU Chongqing. Recent progress of all optical buffer[J]. *Semiconductor optoelectronics*, 2005, **26** (5) : 369 ~ 373
吴重庆. 全光缓存器研究的新进展[J]. *半导体光电*, 2005, **26** (5) : 369~373