

光波导的自成像现象及在相干合成中的可能应用

廖素英 巩马理 张海涛

(清华大学精密仪器与机械学系光子与电子研究中心, 北京 100084)

摘要 研究了波导自成像的特点和它在激光相干合成中的可能应用。基于波导的相位传播常量,应用模式传输分析方法,对波导自成像的形成过程进行分析与模拟,确定了几种正规波导的自成像长度及成立条件,归纳了波导自成像的特点,并应用方形和正三角形波导进行了多路光束的合成模拟。结果表明,利用波导自成像现象进行相干合成,可以提升光束的输出功率,保持高质量光束的传输,是实现高功率激光输出和近衍射极限光束质量的有效途径。

关键词 导波光学; 自成像; 相干合成; 模式传输分析; 自成像长度; 保真度

中图分类号 TN248.1 **文献标识码** A

Self-Imaging of Waveguides and Its Potential Applications in Coherent Combining

Liao Suying Gong Mali Zhang Haitao

(Center for Photonics and Electronics, Department of Precision Instruments and Mechanology,
Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract This paper investigated the self-imaging properties of waveguides and its potential applications in laser power coherent combining. Based on phase propagation constant and mode propagation analysis method, the self-imaging formation process of waveguides was analyzed and simulated. The self-image lengths of several regular waveguides and corresponding requests were confirmed in detail. Its characteristics were also gathered up by the numbers. Two kinds of waveguides of square and equilateral triangle were used to simulate combining for multi-beams. The calculation results show applying self-imaging of waveguides to coherent combining will be propitious to exalt output power and keep high quality beam transmitting. It is a good approach to realize high power and high quality laser radiation.

Key words guided wave optics; self-imaging; coherent combining; mode propagation analysis; self image length; fidelity

1 引言

光波导中的自成像现象也称光波导中的泰伯效应(Talbot effect),指输入波导的光场在沿波导传输方向的周期性位置上再现其单像或多重像的现象,这是多模光波导的一个重要特性。自从 O. Bryngdahl^[1]首次提出平板波导的自成像效应后, R. Ulrich 等^[2]随后进行了大量的分析和研究,自成像的作用和价值便不断被挖掘和丰富起来,其应用的范围已涉及通信、高精度测量、波导分束^[3]、远距离图像传输等方面。2006 年,何兵等^[4,5]采用自成像腔实现了两个大芯径双包层光纤激光器的相干合

成,输出功率达到 60 W,在国内较早将自成像现象应用到了激光功率的相干合成中。最近 L. R. Kristen 等^[6,7]根据波导的自成像理论进行了多束激光的相干合成研究。本文通过对波导自成像过程的分析 and 模拟,确定几种正规波导的自成像形成特点,应用方形和正三角形波导进行了多光束相干合成模拟。

2 形成和特点

如图 1 所示的阶跃波导结构, z 为波导的传播轴向, (x, y) 表示横截面上的坐标变量。波导由芯

作者简介: 廖素英(1972—),女,广西人,博士研究生,主要从事光纤激光技术方面的研究。E-mail: suying-liao@163.com

导师简介: 巩马理(1959—),男,贵州人,教授,博士生导师,主要从事激光技术、光电子信息工程等方面的研究。

E-mail: gongml@mail.tsinghua.edu.cn

和包层组成,折射率分别用 n_1, n_2 表示。设光场从 $z=0$ 处进入波导,在波导中将激励起波导的本征模式,这些本征模式的线性迭加则构成了波导任意横截面上的场分布。按照模式传输分析(MPA)方法,入射场 $\varphi(x, y, 0)$ 可以表示为波导本征模式的线性叠加,即

$$\varphi(x, y, 0) = \sum_m C_m \varphi_m(x, y), \quad (1)$$

式中 $|C_m|^2$ 为第 m 个模式在波导中所占的功率比重,它由本征函数和输入场决定。本征模场 $\varphi_m(x, y)$ 因波导的结构而不同,对于理想光波导,它在波导传输的横截面上的分布始终保持不变。入射场激励的导波模传输到任意位置 z 处,相应横截面上的场分布及场强度分别为

$$\varphi(x, y, z) = \sum_m C_m \varphi_m(x, y) \exp(-i\beta_m z), \quad (2)$$

$$\begin{aligned} |\varphi(x, y, z)|^2 &= \sum_m C_m^2 |\varphi_m(x, y)|^2 + \\ &2 \sum_{m \neq n} C_m C_n |\varphi_m(x, y)| |\varphi_n(x, y)| \times \\ &\cos[(\beta_m - \beta_n)z], \end{aligned} \quad (3)$$

式中 n 为各阶导模的序数, β_m, β_n 为模式的纵向传播常量。(3) 式右边的第二项求和是对模序数不相同的模场的乘积求和,为模式相干叠加的交叉项。当 $(\beta_m - \beta_n)z = 2N\pi$ (N 为任意整数) 时,相位因子 $\exp(-i\beta_m z)$ 为常量,交叉项 $\cos(\beta_m - \beta_n)z = 1$, 则 $|\varphi(x, y, z)|^2 = |\varphi(x, y, 0)|^2$, 在该位置将再现输入场的分布,形成输入场的自身像。这种通过波导模式的相干叠加而成像的过程称为波导的自成像现

象,相应的传播距离称为自成像长度。

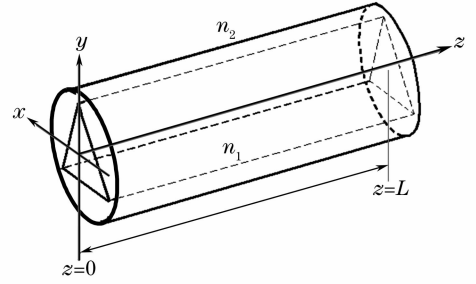


图 1 波导的结构示意图

Fig. 1 Sketch of waveguide structure

很显然,波导自成像的形成与导模的相位传播常量 β_m 密切相关,而相位传播常量是完全取决于波导结构的特征量。因此,分析各波导的自成像形成条件关键是要确定该波导各阶模式的相位传播常量。当输入场在波导中只激励起少数导模时,计算比较简单,此时的自成像距离为使任意两导模之间的干涉交叉项因子 $\cos(\beta_m - \beta_n)z = 1$ 相应的传播距离,由事先求解的相位传播常量可以确切地给出该成像的距离为 $L = 2N\pi/(\beta_m - \beta_n)$ 。而当入射场激励的波导模式数量较多时,情况变得复杂,往往需要根据传播常量的分布特点并进行恰当的近似处理后,才能确定自成像的条件。

2.1 正三角形波导

如图 1 所示结构,设正三角形截面的边长为 a ,真空中的波数和波长分别为 k_0, λ 。求解亥姆霍兹(Helmholtz)方程可得到正三角形波导的传播常量为^[8]

$$\beta_{mm} = \begin{cases} k_0 \sqrt{1 - \frac{4n^2}{3} \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2}, & m = 2n \\ k_0 \sqrt{1 - \frac{4(m^2 + n^2 - mn)}{9} \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2}, & m > 2n \end{cases} \quad (4)$$

当 $4n^2\lambda^2 \ll 3a^2$ 且 $4(m^2 + n^2 - mn)\lambda^2 \ll 9a^2$ 时,对一定范围内的模式,场分布的相位项因子

$$\begin{aligned} \exp(-i\beta_{mm}z) &= \\ \begin{cases} \exp\left[-izk_0 \sqrt{1 - \frac{4n^2}{3} \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2}\right] \approx \exp(-ik_0z) \exp\left(i2\pi z \frac{2n^2\lambda}{3a^2}\right), & m = 2n \\ \exp\left[-izk_0 \sqrt{1 - \frac{4(m^2 + n^2 - mn)}{9} \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2}\right] \approx \exp(-ik_0z) \exp\left[i2\pi z \frac{2(m^2 + n^2 - mn)\lambda}{9a^2}\right], & m > 2n \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

根据(5)式,当 $z = 9Na^2/(2\lambda)$ ($N = 0, 1, 2, \dots$) 时, $\exp(-i\beta_{mm}z) \approx \exp(-ik_0z)$, 各阶模式近似有相同的相位因子,在这些位置的场分布与输入场相同,形成自成像, $L = 9a^2/(2\lambda)$ 则为正三角形波导的自成像周期。

2.2 矩形波导

对于横截面长和宽分别为 $2a, 2b$ 的矩形截面波导,其本征函数为正弦或余弦函数,相位传播常量及相应

的相位项因子^[9] 分别为

$$\beta_{mm} = \sqrt{k_0^2 n_1^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \approx k_0 n_1 - \frac{\pi\lambda}{4n_1} \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 \right], \quad (6)$$

$$\exp(-i\beta_{mm}z) \approx \exp\left\{-i\left[k_0 n_1 - \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)\right]z\right\} \exp\left\{i\pi\left[(m^2 - 1)\frac{L}{L_x} + (n^2 - 1)\frac{L}{L_y}\right]\right\}, \quad (7)$$

式中 $L_x = 4n_1 a^2/\lambda$, $L_y = 4n_1 b^2/\lambda$ 。(7) 式前一项为各模式(基模除外)的公共因子。如果 L 满足

$$L/L_x = k/K_1, \quad L/L_y = l/K_2, \quad (8)$$

式中 k, K_1, l, K_2 均为任意整数,且 $k/K_1, l/K_2$ 不可再约分,则

$$\varphi(x, y, L) = \frac{1}{C_1 C_2} \sum_{q=0}^{K_1-1} \sum_{p=0}^{K_2-1} \left\{ \exp[i(\alpha_q + \gamma_p)] \varphi(x - x_q, y - y_p, 0) \right\}, \quad (9)$$

式中 $|C_1| = \sqrt{K_1}, |C_2| = \sqrt{K_2}, \alpha_q = q(K_1 - q) \frac{k}{K_1} \pi, \gamma_p = p(K_2 - p) \frac{l}{K_2} \pi,$

$$x_q = (2q + 1 - K_1/k) \frac{ka}{2K_1}, \quad y_p = \left(2p + 1 - \frac{K_2}{l}\right) \frac{lb}{2K_2}.$$

在 L 截面上形成 $K_1 \times K_2$ 重输入场的像,成像的位置平移到 (x_q, y_p) ,这时自成像距离 L 由(8)式给出,与孔径 a, b 有关。对方形波导, $L = 4n_1 a^2/\lambda$, 在一个成像周期的 $(k/K_1)L$ ($k = 1, 2, \dots$) 处,会形成 $K_1 \times K_1$ 重像,像的间距 ka/K_1 ,与波导的几何大小成正比。

2.3 光纤波导

典型阶跃光纤波导的色散方程是一个包含第一类贝塞尔函数及变态贝塞尔函数的超越方程,相位传播常量的求解一般很难得到解析的结果,通过数值求解的方法只能确定少数几个模式的自成像长度。当光纤中传导的模式数量较多时,自成像长度很难给出确定的表达式,所以一般在多模光纤中观察不到自成像现象。在特殊情况下,可以近似地给出自成像长度的计算方法,比如,对于 m 阶的所有导模,它们的场分布具有相同的方位角向变化规律

$$\beta_{mm} = \sqrt{k_0^2 - \frac{J_{mm}^2}{a^2}} \approx k_0 \left(1 - \frac{J_{mm}^2}{2k_0^2 a^2}\right) = k_0 - \frac{\pi^2 (4n + 2m - 1)^2}{32k_0 a^2}, \quad (10)$$

$$\exp(-i\beta_{mm}z) \approx \exp\left(-ik_0 z + i \frac{\pi\lambda}{64a^2} z\right) \exp\left\{i \frac{\pi\lambda}{8a^2} \left[2n^2 + 2mm - n + \frac{m(m-1)}{2}\right] z\right\}, \quad (11)$$

其中 J_{mm} 为 m 阶贝塞尔函数的第 n 个零根, a 为纤芯半径。由(11)式可知,在 $z = 16a^2/\lambda$ 处,输入场的分布重现,所以自成像长度为 $L = 16a^2/\lambda$ 。而对不同阶的导模来说,(10)式,(11)式近似关系不成立,自成像长度的计算需根据传导的具体模式,应用干涉交叉项的条件进行计算,此时得到的结果随着入射场激发的模式数量不同而不同。事实上,要使输入场在光纤中仅仅激发同阶的导模不太可能,所以上述计算光纤同阶导模自成像长度的公式并无多大的实际意义。

三种波导的自成像长度计算公式,都是在一定条件下得到的近似结果,当波导中的模式数量越多时(至少几十个模式),公式计算的准确度越高,成像长度表现出与波导孔径大小平方成正比的特点,像与像之间的间隔也随着波导尺寸的增加而增加。但从模式相干叠加看,波导中传播的模式数量不管是多还是少,只要存在两个以上的模式,都会通过波导模式之间的相干叠加在一定位置处形成相应的像,

只是成像位置不是相对固定的,参与叠加的模式不同,成像的距离也不相同,因此不能用一个固定的公式加以描述。

应用有限元传播法(FE-BPM),对波导的自成像过程进行了数值模拟。模拟参量选择如下: $\lambda = 1064 \text{ nm}, n_1 = 1.60, n_2 = 1.45$,波导边宽(或光纤芯径) $a = 100 \mu\text{m}$ 。图2为三种波导的自成像形成过程模拟及在相应横截面上的成像保真度随传播距离的变化情况,其中成像保真度定义为横截面上的场与输入场的重叠积分^[10],即

$$f_0 = \frac{\iint_S |\varphi(x, y, z)|^2 |\varphi(x, y, 0)|^2 dx dy}{\iint_S |\varphi(x, y, 0)|^4 dx dy}, \quad (12)$$

式中 S 为波导横截面。从模拟的结果看,三种波导均形成自成像,其中矩形波导的成像保真度几乎等于1,

接近完美成像, 自成像距离 $L = 15100 \mu\text{m}$, 与公式计算的 $15094 \mu\text{m}$ 几乎一致, 在 $L/2, L/3, L/4$ 处, 还形成了 4 重、9 重、16 重的像; 正三角形波导的自成像距离长度 $L = 43010 \mu\text{m}$, 与公式值 $42453 \mu\text{m}$ 也符合得很好, 成像同样保持了较高的保真度 $f_0 = 0.925$, 在 $L/2$ 处也形成 4 重的成像, 但 6 重、9 重的像失真度明显; 而

光纤波导的成像失真最大 $f_0 = 0.891$, 成像距离 $L = 13386 \mu\text{m}$, 与公式计算值 $37736 \mu\text{m}$ 也相去甚远, 基本没有多重像出现。初步分析表明, 光纤波导的自成像失真度大, 主要是由于传导的模式数量较少, 此时成像距离应按 $\cos[(\beta_m - \beta_n)z] = 1$ 计算。

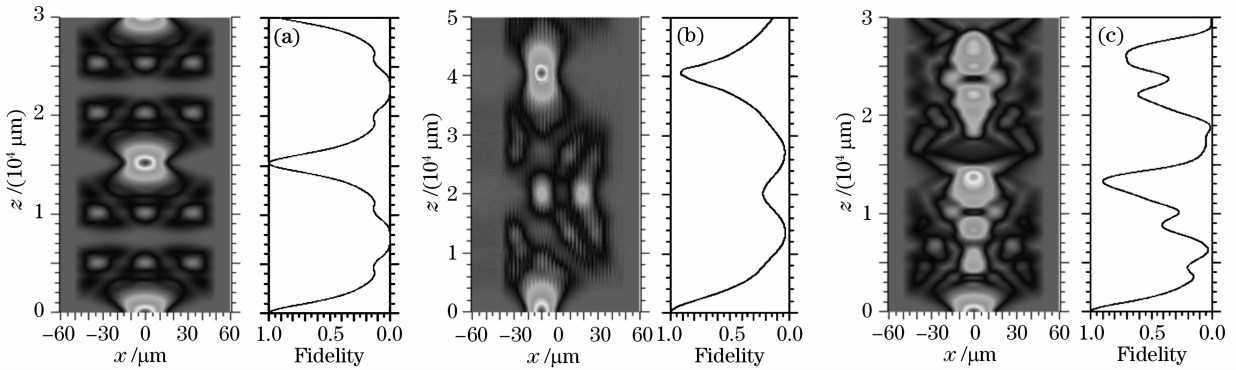


图 2 自成像过程及成像的保真度随传播距离的变化。(a) 矩形波导, (b) 正三角形波导, (c) 光纤波导

Fig. 2 Self-imaging process and imaging fidelity varying with propagation distance. (a) Square waveguide, (b) equilateral triangle waveguide, (c) fiber waveguide

通过分析与模拟可以明确, 波导的自成像具有以下特点: 当波导中的模式数量足够多时, 其自成像长度正比于波导的孔径大小平方与波长的比值, 即 $L \propto a^2/\lambda$, 大尺度的波导更容易满足自成像的条件; 波导自成像的实质是多个导模之间的自组织相干叠加过程; 多重像的各个像呈对称分布, 像的间距随波导尺寸增加而增加, 入射场的强度平均分配给各像, 图 3 给出的是矩形与正三角形波导的 4 重成像分布, 显然多个像呈对称分布, 且各重像的强度分布几乎相同; 波导的对称度影响成像的数目, 对称度越低, 越容易形成高品质的多重像。如对称度为 2 的矩形波导, 在强导或弱导情况下均能形成高保真度的泰伯像, 且成像长度不因折射率差、入射场位置变化而发生明显变化, 而对称度较高的光纤波导却不能形成多重成像。

3 多光束的相干合成模拟

波导的自成像过程可以将波导中传输的场分布周期性地分解为多重光场分布的状态, 然后再合成单重场分布的状态, 这样的过程完全由波导中导模的自组织调整完成, 是一个相干叠加的过程。按照光路可逆, 可以肯定当多路光场从波导多重成像的相应位置注入波导后, 这些输入场分布如果满足一定条件, 它们将在波导的自组织作用下, 相干叠加而形成合成的场分布, 因此利用波导的自成像可以进行多光束的相干合成。为了说明这一点, 本文利用矩形及正三角形波导进行了多光束的相干合成模拟。

为计算简便, 只进行了 4 合 1 的模拟, 波导的参数选择除 $n_1 = 1.80$ 外, 其他参量与前面的相同, 增加导芯的折射率主要是为了增加波导模式的数量, 减少成像的失真度。将 4 路光束从图 3 所示的 4 重像位置输入波导, 并假设每束光的场分布为理想的高斯分布, 初始相位相同, 每束光携带相同的功率 $P/4$ (P 为任意的功率值), 相干合成的模拟过程如图 4(a) 所示, 功率比表示在垂直于传播方向的任一横截面上与单束光输入孔径相同大小的区域内合成光束的功率占总输入功率的比值, 它随着传播距离而呈现周期性变化, 变化的周期等于自成像长度。矩形波导的最大功率比达到 0.9968, 而正三角形波

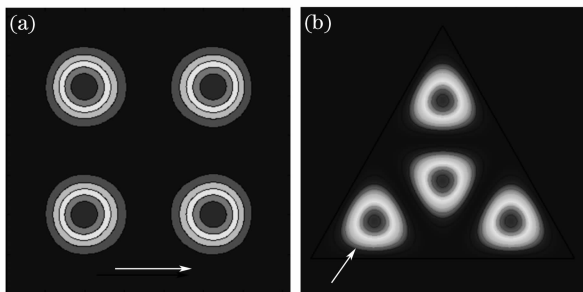


图 3 波导多重成像的场分布。(a) 矩形, (b) 正三角形
Fig. 3 Field distribution of multi-imaging. (a) Square waveguide, (b) equilateral triangle waveguide

导的最大功率比为 0.9732。合成场的强度都接近单路输入光场的 4 倍,而且合成功率被集中在相同面积区域内,所以使功率密度增加大约为单束光的 4 倍。合成光束的场分布如图 4(b)所示,上下图分别为矩形、正三角形波导的合成光场分布。应用光束质量因子 M^2 的二阶矩计算方法,得到矩形、正三角形波导的 M^2 因子分别为 $M_x = 1.021, M_y = 1.012$ 和 $M_x = 1.209, M_y = 1.172$ 。三角形波导的合

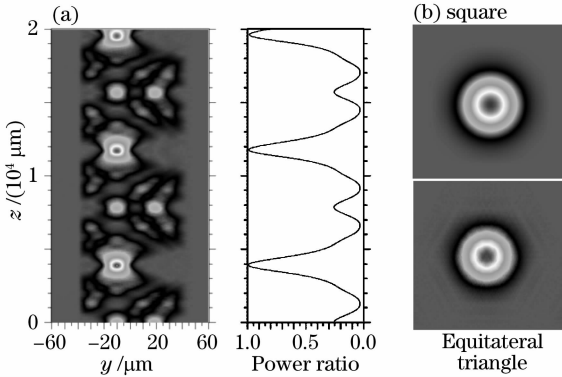


图 4 相干合成的模拟过程(a)及合成场分布(b)

Fig. 4 Simulation for coherent combining formation (a) and intensity distribution of combined field (b)

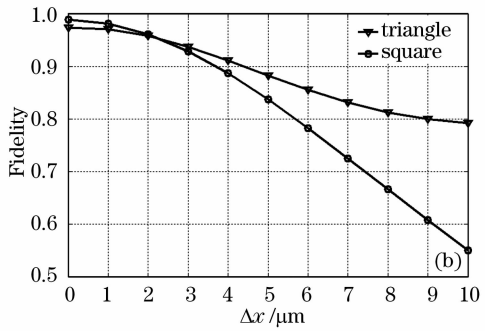
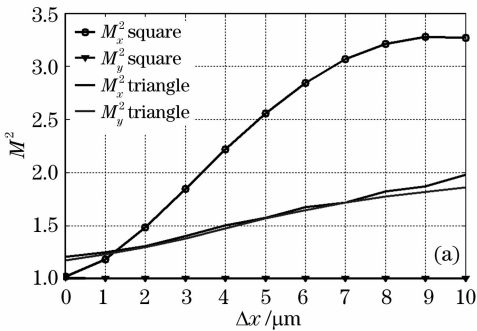


图 5 合成场光束质量因子(a)及成像保真度(b)随输入场位置偏移量的变化曲线

Fig. 5 Beam quality factor (a) and imaging fidelity (b) versus displacement

综合情况考虑,矩形波导的结构简单、易多重成像,且自成像的保真度高,合成场能很好地保持输入场的分布、光束质量,能量损失少,输入场位置允许调节的自由度较大,所以更适合用作多光束的自成像合成。

4 结 论

通过对波导自成像的分析和模拟,表明波导自成像是一个自组织的多重再现过程,成像质量高。利用它实现光束相干合成,可以使合成光强较单路输入显著增加,并能提高功率密度,且各路输入的间距随波导孔径增加而增加,相干组束的可操作空间增大;在采用大尺度、高折射率差波导的情况下,传

成场分布像一个六角形的光斑,周围也有很多弥散分布,所以合成光束质量差一些,而矩形波导的合成场则保持了高斯输入光束的较好光束质量。

当输入场的位置偏离多重像位置时,成像情况发生变化。图 5 给出了两种波导的合成场光束质量因子及成像保真度随输入场位置偏移量的变化曲线,位置偏移量 Δx 表示像的位置向波导中心平移的距离(平移的方向如图 3 中箭头所示)。结果表明,像的位置只要发生偏离,两种波导的成像质量都会下降,矩形波导的合成场 x 方向的光束质量因子从 1.021 上升到 3.267,保真度也从 0.990 下降到 0.551, y 方向位置没有发生偏离,所以 M_y^2 因子基本保持不变。对于正三角形波导,由于设置的位置偏移量使得输入场位置在发生偏离时仍能保持三重对称的状态,所以合成场的光束质量因子及保真度下降均没有矩形波导的严重,但在输入场不满足三重对称的情况下,合成场分布则与单路输入场的分布相差很远,相反,如果方形波导的各路输入沿 y 方向也平移相同的量,光束合成的结果仍能达到较好的输出。

输的损耗能降到极低的程度,成像的长度也早已超出厘米量级,加工与装配均不再是问题。相干合成方法用于多路光纤激光的功率合成,使达到相同激光功率时对单路光纤的功率要求降低,这将是克服当前掺杂光纤面临的非线性效应、光学损伤、热损伤等物理机制限制瓶颈问题的一种有效途径。

参 考 文 献

- 1 O. Bryngdahl. Image formation using self-imaging techniques [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1973, **63**(4): 416~419
- 2 R. Ulrich, T. Kamiya. Resolution of self-images in planar optical waveguides [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1978, **68**(5): 583~592
- 3 Zu Jifeng, Zhou Changhe, Xi Peng *et al.*. Wavelength-division and beam splitting element based on the Talbot effect [J]. *Acta*

- Optica Sinica*, 2003, **23**(4): 431~433
- 祖继锋,周常河,席 鹏 等. 基于塔尔博特效应的分波器和分束器[J]. 光学学报, 2003, **23**(4): 431~433
- 4 He Bing, Lou Qihong, Zhou Jun *et al.*. Coherent output power of 60 W from two large-core double-cladding fiber lasers[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(8): 1279~1280
- 何 兵,楼祺洪,周 军 等. 两根大芯双包层光纤激光器获得 60 W 相干输出[J]. 光学学报, 2006, **26**(8): 1279~1280
- 5 He Bing, Lou Qihong, Zhou Jun *et al.*. Phase-locking and high coherent power output of two fiber lasers[J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(9): 1153~1159
- 何 兵,楼祺洪,周 军 等. 两个光纤激光器的相位锁定及高相干功率输出[J]. 中国激光, 2006, **33**(9): 1153~1159
- 6 L. R. Kristen, Xu Chris. Numerical analysis of light propagation in image fibers or coherent fiber bundles [J]. *Opt. Express*, 2007, **15**(5): 2151~2165
- 7 Scott Christensen, Olivia Koski. 2-dimensional waveguide coherent beam combiner[C]. *Proc. ASSP*, 2007, WC1. pdf
- 8 Liu Zhimin, Zhu Kaicheng, Tan Bin *et al.*. Image transmission through a mental equilateral triangle waveguide[J]. *Chin. J. Quant. Electron.*, 2007, **24**(2): 253~256
- 刘志敏,朱开成,唐 斌 等. 正三角形波导的图像传输特性[J]. 量子电子学报, 2007, **24**(2): 253~256
- 9 Sailing He, Xianyu Ao, Vladimir Romanov. General properties of $N \times M$ self-images in a strongly confined rectangular waveguide [J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(24): 4855~4859
- 10 L. Praxmeyer, K. Wódkiewicz. Talbot effect in cylindrical waveguides[J]. *Opt. Commun.*, 2006, **268**(2): 215~225