

# 基于人工介质的低通空间滤波器

项元江 唐志祥 文双春 戴小玉

(湖南大学计算机与通信学院, 湖南 长沙 410082)

**摘要** 采用传输矩阵法和时域有限差分(FDTD)法,对基于人工介质的低通空间滤波器的传输特性进行了数值模拟和分析,提出了两种具体的设计方案,得到了控制空间滤波器截止波矢的方法。数值计算结果表明,利用不确定介质或低有效折射率光子晶体都可实现高性能的低通空间滤波。两种滤波器都由薄平板构成,所占的空间体积只有几个波长量级,可大大减少传统空间滤波器所占的空间体积。

**关键词** 光学器件;人工介质;空间滤波;不确定介质;光子晶体

**中图分类号** O431.1; O441.6 **文献标识码** A

## Artificial Media Based Low-Pass Spatial Filters

Xiang Yuanjiang Tang Zhixiang Wen Shuangchun Dai Xiaoyu

(School of Computer and Communication, Hunan University, Changsha, Hunan 410082, China)

**Abstract** By using the transfer matrix method and finite difference time domain (FDTD) method, the propagation characteristics of artificial media based low-pass spatial filters were numerically simulated and analyzed. Two schemes were presented, and the method controlling the cutoff wave-vector of the spatial filters was obtained. Numerical calculations show that spatial filtering utilizing the indefinite metamaterial or low effective index photonic crystal processes near filed components and is inherent compact. It consists of multilayer of thin slabs, which are only a few wavelengths thick. The spatial filters based on the artificially media is significant in the high-power laser, which can decrease the spaces occupied by the conventional spatial filters.

**Key words** optical devices; artificial media; spatial filter; indefinite metamaterial; photonic crystal

## 1 引 言

人工介质的出现大大扩展了传统材料的电磁场性质,由于其独特新颖的物理性质和诱人的应用前景而获得了学术界的广泛关注。主要包括负折射材料和光子晶体材料。负折射材料的介电常量和磁导率同时为负值,其折射率将小于零,能够放大倏逝波,从而实现“超透镜效应”,极大地提高了透镜成像的分辨率。电磁波在这种介质中传播时,其波数、电场以及磁场形成了不同于传统介质右手关系的左手关系,因此又把这种介质称为左手物质(LHM)以区别于传统介质的右手物质(RHM)。负折射材料具有一些独特的性质,如逆多普勒效应、逆斯涅耳折射效应、逆光压、负 Cerenkov 辐射<sup>[1]</sup>、负的折射率<sup>[2]</sup>、逆的 Goos-Hanchen 相移<sup>[3]</sup>等,人们对负折射材料

的应用进行了大量的研究<sup>[4~11]</sup>。光子晶体在光学尺度上具有周期性介电常量的人工设计和制造的晶体<sup>[12, 13]</sup>,它的最根本特征是具有光子带隙。应用光子晶体来控制光的传输特性可制成全新的高性能器件,如光子晶体光纤<sup>[14, 15]</sup>,光子晶体波导定向耦合器<sup>[16]</sup>以及光子晶体激光器<sup>[17]</sup>等。人工介质具有丰富的空间色散特性,通过控制人工介质的空间色散,可实现对光束的控制,表现在利用含负折射材料的一维周期性结构光束传输时不寻常的角度依赖性,可以实现对光束的有效调整和重整形<sup>[18]</sup>;利用光子晶体独特的空间色散特性,可以实现对光束的无衍射传输<sup>[19]</sup>、负折射<sup>[20]</sup>和超棱镜现象<sup>[21]</sup>以及自准直效应<sup>[22]</sup>。

人工介质的奇特特性使得它在高功率激光系统

**基金项目:** 国家自然科学基金(10674045)、教育部博士点基金(20040532005)和国家 863 计划(2007AA804003)资助课题。

**作者简介:** 项元江(1978—),男,浙江人,博士研究生,主要从事超常介质的非线性光学方面的研究。

E-mail: xiangyuanjiang@126.com

**导师简介:** 文双春(1966—),男,湖南人,教授,主要从事新型光子材料与器件和强激光技术等方面的研究。

E-mail: sewen@hnu.cn

中有重要的潜力。强激光传输通过介质时所出现的非线性自聚焦对高功率激光系统的安全运行构成严重威胁,并阻碍激光器负载提高的重大问题,因而利用空间滤波器滤除高功率激光传输过程中非线性的高频成分,是高功率激光系统中的关键问题。利用负折射材料和光子晶体的空间色散效应,可以加强和抑制光束的自聚焦,可以实现对低频空间分量的滤波。

本文分析人工介质实现非聚焦型空间滤波器的基本原理,讨论两种方法实现低通滤波功能的基本原理和滤波特性。

## 2 人工介质低通空间滤波器的设计

### 2.1 双层薄膜不确定介质对低通空间滤波器的设计

不确定介质是一种比较特殊的各向异性的负折射材料,它的介电常量和磁导率张量的主轴分量具有不相同的符号,只有部分分量为负值<sup>[23]</sup>。D. Schurig等<sup>[24]</sup>发现利用不确定介质可以实现空间滤波的功能,当电磁波倾斜入射到介质上时,大部分入射能量被反射回来,无法进入介质,但如果再加上补偿层,就可以大大地改善透射率,特别是当两者厚度相同时,就可以达到相位匹配和阻抗匹配。当电磁波入射到该双层系统,入射角大于某个临界角时,就可以实现高传输率的空间滤波功能。但文献<sup>[24]</sup>只讨论了利用各向同性的负折射材料和正折射材料双层介质对来实现低通滤波功能,而实际制造的材料往往具有很强的各向异性,因此本文采用双层不确定介质设计了一种低通滤波器。

图1给出了双层薄膜不确定介质的几何结构,介质1和2为两种不同类型的不确定介质,其介电常量和磁导率分别为 $\epsilon_1, \mu_1$ 和 $\epsilon_2, \mu_2$ ,厚度均为 $d$ ,两边介质为真空。为了方便讨论,只考虑TE波的情况,并且假设不确定介质的光轴( $z$ 轴)垂直于界面( $xy$ 平面)。

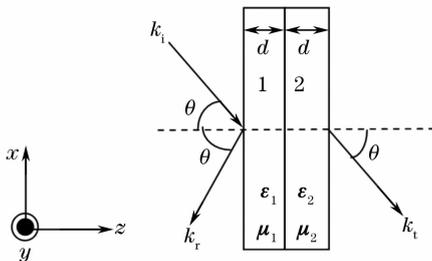


图1 双层薄膜不确定介质实现空间滤波器的几何结构  
Fig.1 Structure of spatial filter constructed by compensated bilayer indefinite metamaterials

假设各向异性的介电常量和磁导率张量可以同时角化,表示为

$$\epsilon_i = \begin{bmatrix} \epsilon_{ix} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{iy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{iz} \end{bmatrix}, \quad \mu_i = \begin{bmatrix} \mu_{ix} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{iy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{iz} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中 $i = 1, 2$ ,表示不确定介质1和2。某个频率为 $\omega$ 沿 $y$ 方向极化的单色平面波

$$\mathbf{E} = \mathbf{y} \exp[i(k_x x + k_z z - \omega t)], \quad (2)$$

从空气入射到介质1上,根据麦克斯韦方程,可以得到电磁波在各种介质中的色散关系,在空气介质中为

$$k_x^2 + k_{0z}^2 = (\omega^2/c^2)\epsilon_0\mu_0, \quad (3)$$

在不确定介质中则为

$$\frac{k_x^2}{\epsilon_{iy}\mu_{iz}} + \frac{k_{iz}^2}{\epsilon_{iy}\mu_{ix}} = \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (4)$$

式中 $k_x$ 为 $x$ 方向上的波矢分量,根据连续性条件可知, $k_x$ 在不同介质中始终保持不变,假设入射角为 $\theta$ ,则有 $k_x = (\omega/c)\sqrt{\epsilon_1\mu_1}\sin\theta$ 。 $k_{iz}$ 为介质1和2中 $z$ 方向上的波矢分量, $c$ 为真空中的光速,其中 $k_{2z}$ 可由(3)式得到

$$k_{iz}^2 = (\omega^2/c^2)[\epsilon_{iy}\mu_{ix} - (\mu_{ix}/\mu_{iz})\epsilon_0\mu_0\sin^2\theta], \quad (5)$$

$k_{iz}$ 符号的选取必须保证不确定介质中的玻印廷矢量远离入射界面。

根据电磁场的边界条件,利用传输矩阵方法,可以得到双层系统界面上的传输系数为

$$T = 8\{\exp[i(\phi + \psi)](1 - Z_0)(1 + Z_1)(1 - Z_2) + \exp[i(\phi - \psi)](1 - Z_0)(1 - Z_1)(1 + Z_2) + \exp[i(-\phi + \psi)](1 + Z_0)(1 - Z_1)(1 - Z_2) + \exp[i(-\phi - \psi)](1 + Z_0)(1 + Z_1)(1 + Z_2)\}^{-1}, \quad (6)$$

式中 $Z_0, Z_1, Z_2$ 为各层相对阻抗

$$Z_0 = \frac{k_{1z}}{\mu_{1x}k_{0z}}, \quad Z_1 = \frac{\mu_{1x}k_{2z}}{\mu_{2x}k_{1z}}, \quad Z_2 = \frac{\mu_{2x}k_{0z}}{k_{1z}}$$

每层不确定介质内的相位角为

$$\phi = k_{1z}d, \quad \psi = k_{2z}d.$$

当选取的第一层和第二层不确定介质的介电常量和磁导率具有如下的参量时,就可以实现低通滤波功能

$$\left\{ \begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{k_c}{k_0} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + i\alpha, \\ \mu_1 &= \frac{k_c}{k_0} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} + i\alpha, \end{aligned} \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\varepsilon}_2 = \frac{k_c}{k_0} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} + i\beta, \\ \boldsymbol{\mu}_2 = \frac{k_c}{k_0} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + i\beta, \end{array} \right. \quad (8)$$

式中  $k_c$  为所设定的截止波矢,  $k_c = k_0 \sin \theta_c$ ,  $\theta_c$  为相应的临界角,  $k_0 = \omega/c$  为真空中的波矢,  $\alpha, \beta$  分别为两层介质的损耗系数, 这里假设两者相等。为了在通带内得到高传输率, 两层不确定介质的选择应该满足互补条件, 即满足相位匹配和阻抗匹配条件

$$\phi \pm \psi = 0 \text{ 和 } 1 \pm Z_1 = 0, \quad (9)$$

根据(7)式, (8)式所设定的物质参量, 对双层结构的低通滤波功能进行了模拟。图 2(a)给出了该系统透射率随入射角的变化关系, 选取的厚度  $d = 2\lambda$ ,  $\lambda$  为入射波在空气中的中心波长, 模拟中选取为 1053 nm, 损耗系数  $\alpha = \beta = 0.001$ 。4 条曲线的截止波矢不同, 其临界角分别为  $20^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ , 可以

发现改变临界角从而改变截止波矢就可以很好地控制该滤波器的低通范围, 在所设定的临界角之前, 其透射率几乎为 100%, 而在临界角之后, 透射率急剧下降, 实现了高性能可控的低通空间滤波器。

为了讨论损耗和不同厚度对滤波器性能的影响, 图 2(b), 图 2(c)分别给出了透射率在不同的损耗系数和平板厚度的条件下随入射角的变化关系。图 2(b)的临界角为  $40^\circ$ , 其他参量与图 2(a)相同, 而图 2(c)的损耗系数为  $\alpha = \beta = 0.001$ , 其他参量与图 2(a)相同。可以发现, 通过改变损耗系数和厚度, 该滤波器的带边会产生变化, 从而控制滤波器的滚降因子(roll-off factor)。如减小损耗系数, 通带的范围会稍微地加大, 坡度降低; 而增加平板厚度, 通带带边的坡度产生急剧变化, 厚度越大, 坡度也越大。因此通过控制损耗系数和平板厚度, 可以控制低通滤波器的带边特性和滚降因子, 获得高性能的低通空间滤波器件。

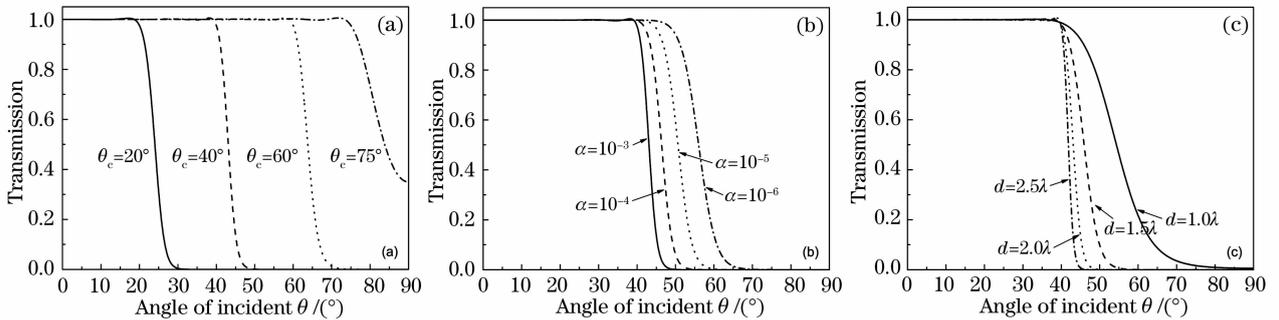


图 2 低通空间滤波器透射率随入射角的变化关系。(a)不同截止波矢,(b)不同损耗系数,(c)不同平板厚度

Fig. 2 Dependence of transmission coefficients on the incident angle for low-pass spatial filters. (a) The cutoff wave-vectors are different, (b) the loss coefficients are different, (c) the thicknesses of flat slab are different

## 2.2 光子晶体低通空间滤波器的设计

光束从光密介质入射到光疏介质时, 当入射角大于某个临界角就会产生全反射, 大入射角光将被滤除; 而小于临界角的入射波将发生折射现象而透过光疏介质, 实现了对高频空间分量的滤除和对低频空间分量的高通。而光子晶体具有丰富可控的色散特性, 已对它的空间色散进行了大量的研究<sup>[19~22]</sup>, 发现在光子晶体中某些频段存在有效折射率  $|n| < 1$  的情况, 利用此原理, 设计有效折射率相对空气比较小的二维光子晶体也可以实现滤波功能。

为了简化, 本文只考虑二维的系统。图 3 给出了光子晶体实现低通滤波的几何光路图, 中间平板为具有负折射特性的光子晶体。某个点源置于坐标原点上, 光子晶体平板厚度为  $L$ , 折射率  $n < 0$ , 点源

距离平板前表面距离为  $a$ , 点光源发出沿各个方向的光束。当  $-1 < n < 0$  时, 根据全反射原理, 只有入射角不大于  $\arcsin(|n|)$  的光线能够进入到平板中。当平板足够厚时, 在平板内这部分光将发生负折射, 而在另外一侧, 输出光又将发生一次负折射。如果  $n$  非常小时, 输出光将包含很小范围内的入射角光线, 也就是只有比较小的横向波矢能够通过负折射平板, 可以实现很好的空间滤波功能, 而且其截止波矢可以通过改变光子晶体的有效折射率加以控制。其截止波矢为  $k_c = 2\pi|n|/\lambda$ 。如果光子晶体的有效折射率为正值 ( $0 < n < 1$ ), 也可以实现低通空间滤波功能, 但在平板内和后侧都不会产生聚焦现象。

半径为  $0.4A$  的空气圆柱在电介质(介电常量为 12.96, GaAs 或 Si 在  $1.55 \mu\text{m}$  波段)背景中排

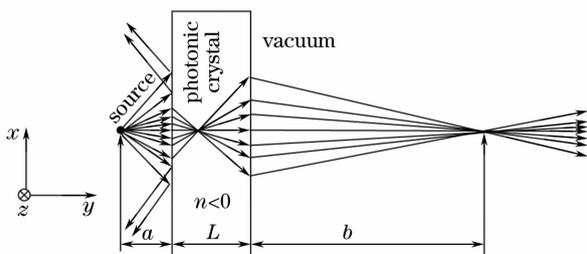


图 3 负折射类型光子晶体实现低通空间滤波系统的几何光路图

Fig. 3 Ray optics scheme explaining the generation of a low-pass spatial filter by using optically thinner negative refraction of photonic crystal

列成二维三角晶格,其中  $A$  为晶格常量,所有的频率已经归一化为  $\omega A/2\pi c$ ,光子晶体的界面垂直于  $\Gamma M$  方向。利用平面波展开法<sup>[25]</sup> 计算了其 TM 模的光

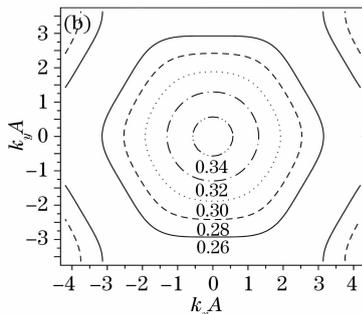
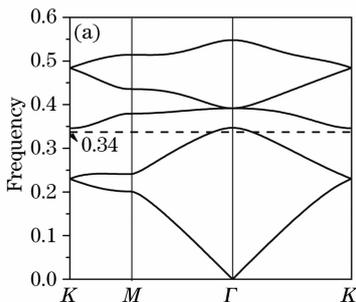


图 4 二维三角格光子晶体的带隙结构(a)和等频面(b)

Fig. 4 Photonic band structure (a) and equipfrequency contours (b) for the two-dimensional triangle lattice photonic crystals

采用二维的时域有限差分(FDTD)法<sup>[26]</sup>来验证理论分析。图 6(a)给出了相应的电场分布,其中  $L=5\sqrt{3}/2, A=L/2$ ,入射光源为点光源,其频率为  $\omega=0.34$ 。可以发现,在平板后侧的输出光被限制在非常小的角度范围内,这与理论分析一致。图 6(b)给出了相应电场的强度  $|E|$  的分布情况,同样验证了该光子晶体的空间滤波特性。

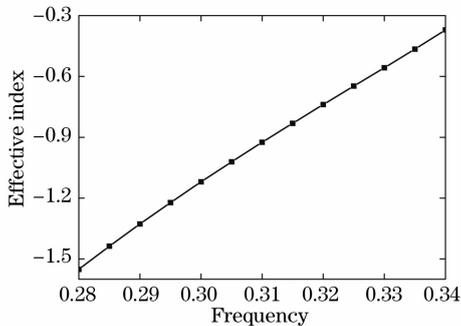


图 5 光子晶体第二导带的有效折射率

Fig. 5 Effective refractive index for the second band of the photonic crystal

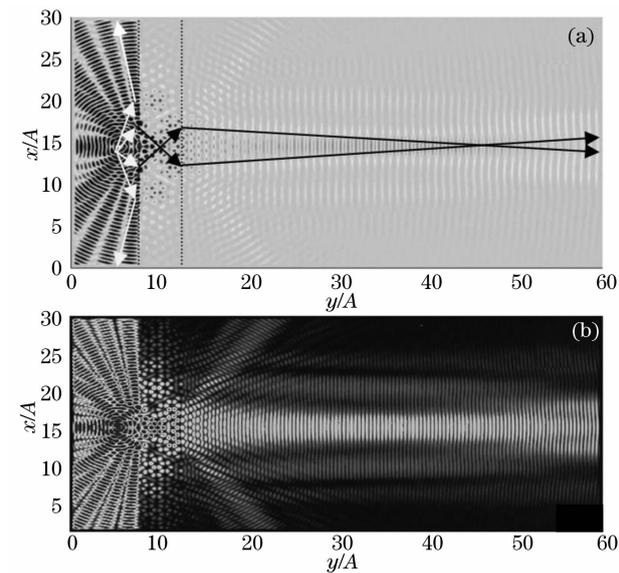


图 6  $xy$  平面内时域有限差分模拟(a)电场分布, (b)电场强度分布

Fig. 6 2D FDTD simulations (a) electric field distribution, (b) intensity distribution

子带隙结构和等频面,如图 4 所示,可见在第二导带具有负折射电磁特性,即相速度和群速度反向。根据得到的等频面,可计算出光子晶体在第二导带的等效折射率,如图 5 所示。在归一化频率  $\omega$  为  $0.26\sim 0.34$  内,其等效折射率均为负值,且  $\omega$  在  $0.305\sim 0.34$  范围内存在的相对自由空间为光疏介质(折射率  $|n_{\text{eff}}| < 1$ ),该频段可实现全反射性的低通空间滤波器。为了简化,以  $\omega=0.34$  为例进行具体验证。在该频率光子晶体的等效折射率为  $n_{\text{eff}} \approx -0.4$ ,产生全反射的临界角为  $\theta_c = \arcsin(|n_{\text{eff}}|) = 23.6^\circ$ ,只有入射角小于临界角的光才可以通过滤波器,相应的截止波矢为  $k_c = 0.8\pi/\lambda$ ,通过改变光子晶体的有效折射率,可以控制滤波器的截止波矢,获得所需要的空间滤波器。

另外,采用高斯线源作为光源,利用时域有限差分法模拟了在不同入射角( $20^\circ, 50^\circ$ )下光子晶体的滤波特性,如图7所示。从图7(a)可以看出,当入射角小于临界角 $\theta_c = 23.6^\circ$ 时,将有部分入射光透过平板光子晶体(边沿的光束主要是由光束之间相互干涉形成的)。而当入射角大于临界角时,如图7(b)所示,几乎没有光可以透过平板,实现了所预言的低通空间滤波器。

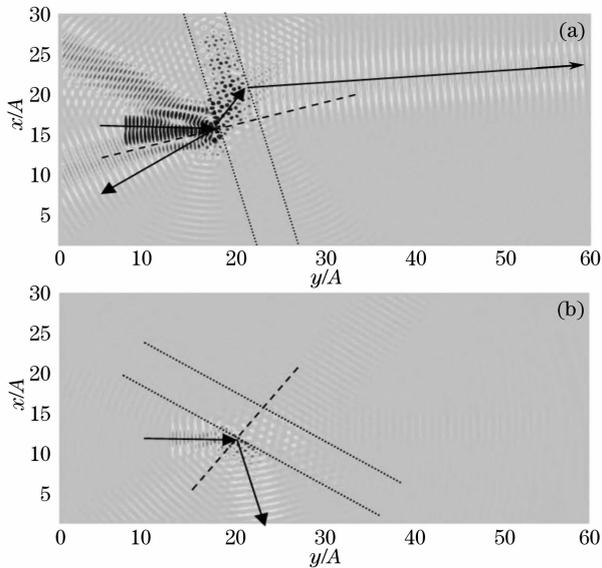


图7 高斯光束入射到光子晶体时的电场分布。

(a) $\theta=20^\circ$ , (b) $\theta=50^\circ$

Fig. 7 Electric field distribution on the  $xy$  plane of the Gaussian beam. (a)  $\theta=20^\circ$ , (b)  $\theta=50^\circ$

### 3 结 论

研究了利用人工介质实现非聚焦型低通空间滤波的可能性,验证了两种不同类型的人工介质包括不确定介质和光子晶体实现低通空间滤波器的可行性,发现两种材料都可以实现高性能的空间滤波功能。分析了材料的各个参量对滤波器滤波性能的影响,得到了控制低通滤波截止波矢的方法。这两种滤波器都具有体积小特点,应用在高功率激光系统中,可以使得大型激光系统中的滤波装置变得非常简洁、紧凑,弥补传统滤波器的不足,实现高效率的空间滤波。

### 参 考 文 献

- 1 V. G. Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of "Permittivity" and "Permeability"[J]. *Sov. Phys. Usp.*, 1968, **10**(4): 509~514
- 2 D. R. Smith, N. Kroell. Negative refractive index in left-handed materials[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **85**(14): 2933~2936
- 3 P. R. Berman. Goos-Hänchen shift in negatively refractive media [J]. *Phys. Rev. E*, 2002, **66**(6): 067603

- 4 J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **85**(18): 3966~3969
- 5 I. V. Shadrivov, A. A. Sukhorukov, Yu. S. Kivshar. Guided modes in negative-refractive-index waveguides[J]. *Phys. Rev. E*, 2003, **67**(5): 057602
- 6 R. Ruppin. Bragg reflectors containing left-handed materials[J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2003, **38**(6): 494~495
- 7 D. Bria, B. Djafari-Rouhani, A. Akjouj *et al.*. Band structure and omnidirectional photonic band gap in lamellar structures with left-handed materials[J]. *Phys. Rev. E*, 2004, **69**(10): 066613
- 8 C. Monzon, P. Loschialpo, D. W. Forester. Bandpass left-handed material optical filter with enhanced stop band rejection [J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(1): 95~97
- 9 M. W. Feise, I. V. Shadrivov, Y. S. Kivshar. Bistable diode action in left-handed periodic structures [J]. *Phys. Rev. E*, 2005, **71**(3): 037602
- 10 S. H. Xiao, L. F. Shen, S. L. He. A novel directional coupler utilizing a left-handed material [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2004, **16**(1): 171~173
- 11 L. Liu, S. L. He. Near-field optical storage system using a solid immersion lens with a left-handed material slab [J]. *Opt. Express*, 2004, **12**(20): 4835~4840
- 12 E. Yablonovitch. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(20): 2059~2062
- 13 S. John. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(23): 2486~2489
- 14 Wang Qingyue, Hu Minglie, Chai Lu. Progress in nonlinear optics with photonic crystal fibers[J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(1): 57~66
- 王清月,胡明列,柴路. 光子晶体光纤非线性光学研究新进展 [J]. *中国激光*, 2006, **33**(1): 57~66
- 15 J. C. Knight, J. Broeng, T. A. Birks *et al.*. Photonic band gap guidance in optical fibers[J]. *Science*, 1998, **282**(5393): 1476~1478
- 16 Zhu Zhihong, Ye Weiming, Yuan Xiaodong *et al.*. Photonic crystal waveguide directional coupler[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(10): 1237~1240
- 朱志宏,叶卫民,袁晓东等. 光子晶体波导定向耦合器[J]. *光学学报*, 2003, **23**(10): 1237~1240
- 17 Wang Hong, Ouyang Zhengbiao, Han Yanling *et al.*. Amplification of one-dimensional photonic crystals defect-mode laser[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(11): 1691~1697
- 王宏,欧阳征标,韩艳玲等. 一维光子晶体缺陷模激光器的放大特性[J]. *光学学报*, 2006, **26**(11): 1691~1697
- 18 I. V. Shadrivov, A. A. Sukhorukov, Y. S. Kivshar. Beam shaping by a periodic structure with negative refraction [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2003, **82**(22): 3820~3822
- 19 K. Staliunas, R. Herrero. Nondiffractive propagation of light in photonic crystals[J]. *Phys. Rev. E*, 2006, **73**(1): 016601
- 20 C. Y. Luo, S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos *et al.*. All-angle negative refraction without negative effective index [J]. *Phys. Rev. B*, 2002, **65**(20): 201104
- 21 H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita *et al.*. Superprism phenomena in photonic crystals: Toward microscale lightwave circuit[J]. *J. Lightwave. Technol.*, 1999, **17**(11): 2032~2038
- 22 H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita *et al.*. Self-collimating phenomena in photonic crystals[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1999, **74**(9): 1212~1214
- 23 D. R. Smith, D. Schurig. Electromagnetic wave propagation in media with indefinite permittivity and permeability tensors[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **90**(7): 077405
- 24 D. Schurig, D. R. Smith. Spatial filtering using media with indefinite permittivity and permeability tensors[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2003, **82**(14): 2215~2217
- 25 K. Sakoda. Optical Properties of Photonic Crystals[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2001
- 26 A. Taflove, S. C. Hagness. Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method [M]. 2th ed., Norwood: Artech House INC, 2000