

文章编号: 0258-7025(2008)08-1228-07

双光子 Jaynes-Cummings 模型中光场的熵压缩

任珉¹ 钱妍² 刘正君³ 马爱群⁴ 康冬鹏³ 刘树田³

(¹ 广州大学抗震中心, 广东 广州 510405; ² 黑龙江大学物理科学与技术学院, 黑龙江 哈尔滨 150080)
³ 哈尔滨工业大学物理系, 黑龙江 哈尔滨 150001; ⁴ 广州大学城建学院, 广东 广州 510925)

摘要 研究传统的光场压缩效应一般从海森伯(Heisenberg)测不准关系出发,应用均方根(RMS)偏差量度光场的量子涨落。由于均方根偏差只涉及光场密度矩阵的二阶统计矩,在许多情况下,这种物理量不能精确量度光场的量子涨落。海森伯测不准关系是熵测不准关系的一个特例,可用熵量度光场正交分量的量子涨落。依据熵测不准关系,建立了光场熵压缩的概念。研究了双光子杰内斯-卡明(Jaynes-Cummings(J-C))模型中光场的熵压缩规律。对比发现,熵指数 $\delta x_i(t)$ 比均方根偏差 $\Delta x_i(t)$ 更敏感于光场的压缩效应,是量度光场的压缩效应的高灵敏度物理量。

关键词 量子光学;双光子杰内斯-卡明模型;熵压缩;场压缩

中图分类号 O 431.2 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20083508.1228

Entropic Squeezing of the Optical Field in the Two-Photon Jaynes-Cummings Model

Ren Min¹ Qian Yan² Liu Zhengjun³ Ma Aiqun⁴ Kang Dongpeng³ Liu Shutian³

¹ Earthquake Engineering Research Test Center, Guangzhou University, Guangzhou, Guangdong 510405, China
² Physics Science and Technology School, Heilongjiang University, Harbin, Heilongjiang 150080, China
³ Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China
⁴ City Construction College, Guangzhou University, Guangzhou, Guangdong 510925, China

Abstract Traditional researches on the squeezing effect of optical field are based on Heisenberg's uncertainty principle and use root mean square (RMS) deviation to measure the quantum fluctuation of optical field. However, RMS deviation only contains the second-order statistical moments of the density operator. Thus under many circumstances, RMS deviation cannot precisely measure the quantum fluctuation. In fact, Heisenberg's uncertainty principle is a special case of entropy uncertainty relation, and entropy can be used to measure the quantum fluctuation of the quadrature components of the field. Based on entropy uncertainty relation, the concept of entropy squeezing has been formulated. Entropy squeezing of the optical field in two photon Jaynes-Cummings (J-C) model is discussed. By comparing, it is found that the entropy exponential $\delta x_i(t)$ is more sensitive to the squeezing effect of optical field than the RMS deviation $\Delta x_i(t)$, and is a high sensitive parameter to measure optical field.

Key words quantum optics; two-photon Jaynes-Cummings model; entropic squeezing; field squeezing

1 引言

光场压缩效应是近年来量子光学领域的热点之一,其原因是光场的压缩效应反映了光场的非经典特性,在光通信、引力测量等高精度测量方面具有重要的应用前景^[1,2]。传统的光场压缩效应的研究,一般是从海森伯(Heisenberg)测不准关系出发,用均方根(RMS)偏差量度光场的量子涨落。如果光场某一正交分量的均方根偏差小于真空极限,则称

光场存在压缩效应。由于均方根偏差只涉及光场密度矩阵的二阶统计矩,许多情况下,这种物理量不能精确量度光场的量子涨落。均方根偏差作为可观察量对于场的非高斯态进行量子涨落的量度,会丢失密度算符的高阶统计矩信息^[3]。为了解决这个问题,Uffink等^[4,5]提出了一个更为满意的量子涨落的量度——给定问题的信息熵。20世纪60年代,Everett等^[5]正式给出了具有普遍意义的熵测不准关系。20世纪70年代,Beckner等^[6,7]证明了这个

收稿日期:2007-09-05;收到修改稿日期:2007-11-30

作者简介:任珉(1958—),女,黑龙江人,教授,主要从事量子光学方面的研究。E-mail:rm58@163.com

命题。由于熵包含了密度矩阵的高阶统计矩,从熵测不准关系可以推出海森伯测不准关系^[7~9]。不言而喻,海森伯测不准关系只是熵测不准关系的一个特例,那么自然可用熵量度光场正交分量的量子涨落。依据熵测不准关系,方卯发等^[10]建立了光场熵压缩的概念。本文具体研究了双光子杰内斯-卡明(Jaynes-Cummings(J-C))模型中光场的熵压缩规律,比较了熵压缩和传统的光场压缩,又一次证明了熵压缩可实现对光场压缩效应的高灵敏量度。

2 熵测不准关系与熵压缩

由密度矩阵 $\rho(t)$ 描述量子态,其位置熵和动量熵可定义为^[7~9,11]

$$S_x(t) = -\int_{-\infty}^{\infty} \langle x | \rho(t) | x \rangle \ln \langle x | \rho(t) | x \rangle dx, \quad (1)$$

$$S_p(t) = -\int_{-\infty}^{\infty} \langle p | \rho(t) | p \rangle \ln \langle p | \rho(t) | p \rangle dp, \quad (2)$$

与此相应的熵测不准关系为

$$\delta x(t) \delta p(t) \geq \pi e, \quad (h = 1) \quad (3)$$

其中

$$\delta x(t) \equiv \exp[S_x(t)], \quad \delta p(t) \equiv \exp[S_p(t)] \quad (4)$$

为熵指数, $x = (a + a^+)/\sqrt{2}$, $p = (a - a^+)/\sqrt{2}i$ 。熵测不准关系(3)式是描述位置和动量量子涨落的普通关系式。其物理意义为:对于一对非对易的可观察量,不可能同时具有完备的信息。(3)式在

$$\Delta A \geq (2\pi e)^{-1/2} \delta A, \quad (A = x, p) \quad (5)$$

的条件下过渡到海森伯测不准关系

$$\Delta x \Delta p \geq 1/2, \quad (6)$$

(3)和(5)式中的等号对于具有高斯分布的量子态成立。因此,海森伯测不准关系只是熵测不准关系的一个特例。从(5)式可以看出, ΔA 为 δA 提供了上限,这说明均方根偏差过高地估计了可观测量的实际量子涨落^[9,11]。要计算位置熵 $S_x(t)$ 和动量熵 $S_p(t)$,需要计算密度矩阵 $\rho(t)$ 在坐标表象中的矩阵元 $\langle x | \rho(t) | x \rangle$ 和动量表象中的矩阵元 $\langle p | \rho(t) | p \rangle$ 。如果已知量子态的密度矩阵 $\rho(t)$ 在粒子数表象中的形式为

$$\rho(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} f(n, t) f^*(m, t) |n\rangle \langle m|, \quad (7)$$

那么密度矩阵在坐标表象和动量表象中的矩阵元为

$$\langle x | \rho(t) | x \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} f(n, t) f^*(m, t) \langle x | n \rangle \langle m | x \rangle, \quad (8)$$

$$\langle p | \rho(t) | p \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} f(n, t) f^*(m, t) \langle p | n \rangle \langle m | p \rangle, \quad (9)$$

其中

$$\langle x | n \rangle = \frac{1}{(\sqrt{\pi} 2^n n!)^{1/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) H_n(x),$$

$$\langle p | n \rangle = \frac{1}{i^n} \frac{1}{(\sqrt{\pi} 2^n n!)^{1/2}} \exp\left(-\frac{p^2}{2}\right) H_n(p), \quad (10)$$

式中 $H_n(x)$, $H_n(p)$ 为 n 阶厄米多项式。为建立熵压缩的概念,首先要计算真空态的位置熵 $S_{0,x}$ 和动量熵 $S_{0,p}$ 。对于真空态 $|0\rangle$,由(10)式可得

$$\langle x | \rho | x \rangle = \langle x | 0 \rangle \langle 0 | x \rangle = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2), \quad (11)$$

$$\langle p | \rho | p \rangle = \langle p | 0 \rangle \langle 0 | p \rangle = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-p^2), \quad (12)$$

那么由(1),(2)式有

$$S_{0,x} = -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) \ln \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2) \right] dx = (1 + \ln \pi)/2 \approx 1.07236, \quad (13)$$

$$S_{0,p} = -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-p^2) \ln \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-p^2) \right] dp = (1 + \ln \pi)/2 \approx 1.07236, \quad (14)$$

相应的熵指数为

$$\delta x_0 = \delta p_0 = e^{(1+\ln \pi)/2} = \sqrt{\pi} e \approx 2.92267, \quad (15)$$

由于熵可以用来作为物理量量子涨落的量度,因此 δx_0 和 δp_0 量度了真空态的位置分量和动量分量的量子涨落, δx_0 和 δp_0 分别被称为位置熵和动量熵的真空极限。由(5)式可知

$$\Delta x_0 = \Delta p_0 \geq (2\pi e)^{-1/2} \delta x_0 (\delta p_0) = 1/\sqrt{2}, \quad (16)$$

ΔA_0 仍为 δA_0 ($A_0 = x_0, p_0$) 提供上限,即海森伯测不准关系所确定的 ΔA_0 过高地估计了实际的真空涨落极限。因而按海森伯测不准关系定义的传统压缩不能精确量度光场的压缩效应。所以有必要引入熵压缩的概念:当一量子态的 A 分量 ($A = x, p$) 的熵小于熵的真空极限时,即

$$\delta A < \sqrt{\pi e}, \quad (A = x, p) \quad (17)$$

称该量子态的 A 分量出现了熵压缩。由熵测不准关系(3)式可知,当量子态的一个分量出现熵的压缩时,另一个分量必定无熵的压缩出现。

3 双光子 Jaynes-Cummings 模型中的光场熵压缩

J-C 模型是描述单个二能级原子与单模腔场相互作用的精确可解的理论模型。人们对该模型中光场的传统压缩做了大量的研究^[12,13]。比较了 J-C 模型中单模量子光场与双能级原子通过单光子跃迁而发生相互作用的光场的传统压缩与熵压缩,指出单模光场与双能级原子通过单光子跃迁发生相互作用时熵压缩特性与规律^[10]。研究了 J-C 模型中单模量子光场与双能级原子通过双光子跃迁而发生相互作用的光场的熵压缩规律和特性。

双光子 J-C 模型在旋波近似下的哈密顿量^[14]为

$$H = \omega a^+ a + \omega_0 S_z + g(S_+ a^2 + a^{+2} S_-), \quad (18)$$

式中 a^+ , a 分别为频率为 ω 腔场的产生和湮没算符, S_z 和 S_{\pm} 为原子的旋转和跃迁算符, ω_0 为原子跃迁频率, g 为原子和腔场的耦合常数。

设原子初态为

$$|\theta, \varphi\rangle = \cos(\theta/2) |e\rangle + e^{-i\varphi} \sin(\theta/2) |g\rangle, \quad (19)$$

而场初始处于相干态

$$|\alpha\rangle = \sum_n b_n |n\rangle, \quad b_n = e^{i\varphi} e^{-\bar{n}/2} \frac{\bar{n}^{n/2}}{\sqrt{n!}}, \quad (20)$$

式中 $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, 反映原子的极化状态, \bar{n} 和 β 分别为光场的初始平均光子数和相位角, 为简单起见, 令 $\beta = 0$ 。

假定初始光场与原子是退耦合的, 即

$$|\psi(0)\rangle = |\alpha\rangle |\theta, \varphi\rangle, \quad (21)$$

在双光子共振条件下 ($\omega_0 = 2\omega$), 相互作用表象中, 可求得系统在任意时刻 t 的态矢为

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n(t) |n, e\rangle + B_n(t) |n, g\rangle], \quad (22)$$

式中

$$A_n(t) = \cos(\theta/2) b_n \cos \Omega_n t - i \sin(\theta/2) e^{-i\varphi} b_{n+2} \sin \Omega_n t,$$

$$B_n(t) = \sin(\theta/2) e^{i\varphi} b_n \cos \Omega_{n-2} t - i \cos(\theta/2) b_{n-2} \sin \Omega_{n-2} t,$$

$$(n = 0, 1, 2, \dots, \text{定义 } b_{-2} = b_{-1} = 0),$$

Ω_n 为广义拉比频率: $\Omega_n = g \sqrt{(n+1)(n+2)}$, $\Omega_{n-2} = g \sqrt{n(n-1)}$, 而场的约化密度算符为

$$\rho_f(t) = \text{Tr}_A \{ |\psi(t)\rangle \langle \psi(t)| \} = |e\rangle \langle e| + |s\rangle \langle s|, \quad (23)$$

式中 $|e\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(t) |n\rangle$, $|s\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} B_n(t) |n\rangle$, 下

标 f 表示场, A 表示原子。显然约化密度矩阵(23)式可表示为

$$\rho_f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [A_n(t) A_m^*(t) + B_n(t) B_m^*(t)] |n\rangle \langle m|, \quad (24)$$

那么光场的约化密度矩阵元由(8)和(9)式可得到

$$\langle x | \rho_f(t) | x \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [A_n(t) A_m^*(t) + B_n(t) B_m^*(t)] \langle x | n \rangle \langle m | x \rangle, \quad (25)$$

$$\langle p | \rho_f(t) | p \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [A_n(t) A_m^*(t) + B_n(t) B_m^*(t)] \langle p | n \rangle \langle m | p \rangle, \quad (26)$$

式中 $\langle x | n \rangle$, $\langle p | n \rangle$ 由(10)式确定。根据(1), (2)式, 利用(24), (25)式可以得到通过双光子跃迁实现的光场与原子相互作用时的位置熵与动量熵为

$$S_{fx}(t) = - \int_{-\infty}^{\infty} \langle x | \rho_f(t) | x \rangle \ln \langle x | \rho_f(t) | x \rangle dx, \quad (27)$$

$$S_{fp}(t) = - \int_{-\infty}^{\infty} \langle p | \rho_f(t) | p \rangle \ln \langle p | \rho_f(t) | p \rangle dp, \quad (28)$$

由于(27), (28)式中的求和不能解析得出, 借助数学计算的方法, 求出在光场平均光子数 $\bar{n} = 0.5$ 时, $\delta x_f(t) = \exp[S_{fx}(t)]$ 随时间的变化, 如图 1, 3, 5 所示。图 1 中当 $\delta x_f(t) < \sqrt{\pi e} \approx 2.92267$ 时(横线以下), 光场的位置分量出现熵压缩。

为了同传统的压缩进行比较, 求出了均方根偏

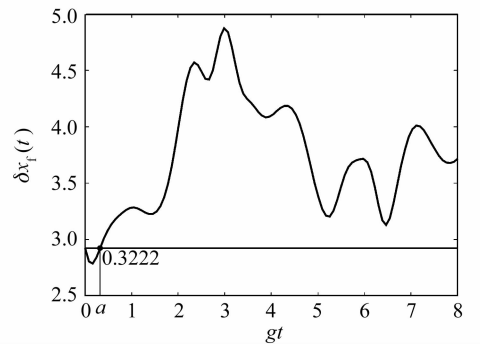


图 1 位置熵指数 $\delta x_f(t)$ 随时间的演化。原子初始状态为

$$\left| \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4} \right\rangle = \cos(\pi/4) |e\rangle + e^{i\pi/4} \sin(\pi/4) |g\rangle, \text{ 光}$$

场初始在相干态, 具有平均光子数 $\bar{n} = 0.5$

Fig. 1 Time evolution of position entropy exponential

$$\delta x_f(t). \text{ The atom is initially in the } \left| \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4} \right\rangle =$$

$\cos(\pi/4) |e\rangle + e^{i\pi/4} \sin(\pi/4) |g\rangle$ state and the field

in the coherent state with the initial average

photon number $\bar{n} = 0.5$

差 $\Delta x_f(t)$ 和 $\Delta p_f(t)$ (均方根偏差公式的证明见附录)

$$[\Delta x_f(t)]^2 = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \{ (2n+1)[A_n^*(t)A_n(t) + B_n^*(t)B_n(t)] + \sqrt{(n+2)(n+1)}[A_n^*(t)A_{n+2}(t) + B_n^*(t)B_{n+2}(t)] + \sqrt{(n+1)(n+2)}[A_{n+2}^*(t)A_n(t) + B_{n+2}^*(t)B_n(t)] \} - \frac{1}{2} \{ \sum_{n=0}^{\infty} \{ \sqrt{n+1}[A_n^*(t)A_{n+1}(t) + B_n^*(t)B_{n+1}(t)] + \sqrt{n+1}[A_{n+1}^*(t)A_n(t) + B_{n+1}^*(t)B_n(t)] \} \}^2, \quad (29)$$

$$[\Delta p_f(t)]^2 = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \{ (2n+1)[A_n^*(t)A_n(t) + B_n^*(t)B_n(t)] - \sqrt{(n+2)(n+1)}[A_n^*(t)A_{n+2}(t) + B_n^*(t)B_{n+2}(t)] - \sqrt{(n+2)(n+1)}[A_{n+2}^*(t)A_n(t) + B_{n+2}^*(t)B_n(t)] \} - \frac{1}{2} \{ \sum_{n=0}^{\infty} \{ \sqrt{n+1}[A_n^*(t)A_{n+1}(t) + B_n^*(t)B_{n+1}(t)] - \sqrt{n+1}[A_{n+1}^*(t)A_n(t) + B_{n+1}^*(t)B_n(t)] \} \}^2, \quad (30)$$

在 $\bar{n} = 0.5$ 时, 选取 $\Delta x_f(t)$ 作数值计算, 如图 2, 4, 6 所示。图 2 中, 当 $\Delta x_f(t) < 1/\sqrt{2} \approx 0.7071$ 时 (横线以下), 则 x 分量出现方差压缩。

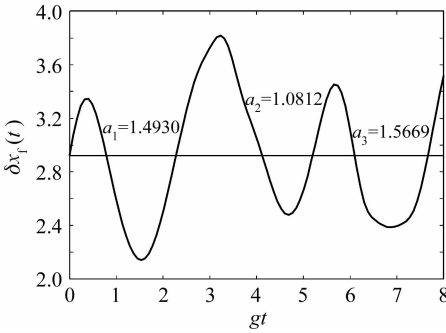


图 2 位置熵指数 $\delta x_f(t)$ 随时间的演化。原子初始状态为

$$\left| \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{8} \right\rangle = \cos(5\pi/8) |e\rangle + e^{i3\pi/8} \sin(5\pi/8) |g\rangle,$$

光场初始在相干态, 具有平均光子数 $\bar{n} = 0.5$

Fig. 2 Time evolution of position entropy exponential

$$\delta x_f(t). \text{ The atom is initially in the } \left| \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{8} \right\rangle =$$

$\cos(5\pi/8) |e\rangle + e^{i3\pi/8} \sin(5\pi/8) |g\rangle$ state and the field in the coherent state with the initial average photon number $\bar{n} = 0.5$

比较图 1 与图 2 可知, $\delta x_f(t)$ 与 $\Delta x_f(t)$ 在量度光场的压缩效应时差别很大。标度时间 gt 从 0 演化到 b 时, 两者都小于各自的真空极限, 显示出压缩效应; 当 gt 从 b 演化到 a 时, $\delta x_f(t) < \sqrt{\pi e} \approx 2.92267$, 仍呈现熵压缩, 但此时 $\Delta x_f(t) > 0.7071$, 不呈现方差压缩。

比较图 3 与图 4 可知, $\delta x_f(t)$ 与 $\Delta x_f(t)$ 两者在量度光场的压缩效应时有很大差别。在标度时间区域 a_1, a_2, a_3 和 b_1, b_2, b_3 中除 b_2 极小外, 其余五者都

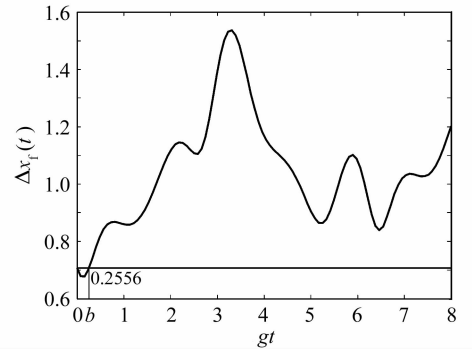


图 3 方差 $\Delta x_f(t)$ 随时间的演化。原子初始状态为

$$\left| \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4} \right\rangle = \cos(\pi/4) |e\rangle + e^{i\pi/4} \sin(\pi/4) |g\rangle, \text{ 光}$$

场初始在相干态, 具有平均光子数 $\bar{n} = 0.5$

Fig. 3 Time evolution of RMS deviation $\Delta x_f(t)$. The

$$\text{atom is initially in the } \left| \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4} \right\rangle = \cos(\pi/4) |e\rangle$$

$+ e^{i\pi/4} \sin(\pi/4) |g\rangle$ state and the field in the coherent state with the initial average photon number $\bar{n} = 0.5$

小于各自的真空极限, 都显示出压缩效应。而 $a_1 > b_1, a_2 > b_2, a_3 > b_3$ 且 $a_1 + a_2 + a_3 > b_1 + b_2 + b_3$, $\delta x_f(t)$ 比 $\Delta x_f(t)$ 出现较长时间的熵压缩。比较图 5 与图 6, 均不存在小于各自真空极限的图形, 不存在压缩效应。

图 1~4 中, a 和 b, a_1 和 b_1, a_2 和 b_2, a_3 和 b_3 的比较进一步证明了熵压缩与方差压缩的关系, 当均方根偏差 $\Delta x_f(t)$ 呈现方差压缩时, $\delta x_f(t)$ 一定呈现熵压缩。另一方面, $\delta x_f(t)$ 呈现熵压缩时, $\Delta x_f(t)$ 不一定呈现方差压缩。

$\delta x_f(t)$ 和 $\Delta x_f(t)$ 在量度光场的压缩效应时存在的差别是由于均方根偏差 $\Delta x_f(t)$ 仅包含光场密度

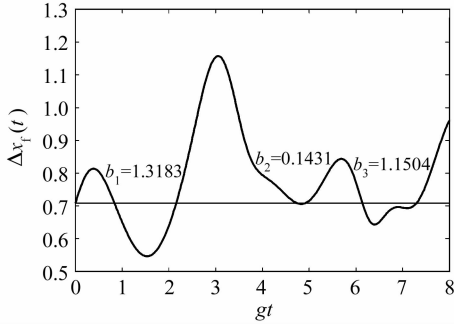


图4 方差 $\Delta x_i(t)$ 随时间的演化。原子初始状态为

$$\left| \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{8} \right\rangle = \cos(5\pi/8) |e\rangle + e^{i3\pi/8} \sin(5\pi/8) |g\rangle,$$

光场初始在相干态,具有平均光子数 $\bar{n} = 0.5$

Fig. 4 Time evolution of RMS deviation $\Delta x_i(t)$. The

atom is initially in the $\left| \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{8} \right\rangle = \cos(5\pi/8) |e\rangle$

+ $e^{i3\pi/8} \sin(5\pi/8) |g\rangle$ state and the field in the coherent state with the initial average photon

number $\bar{n} = 0.5$

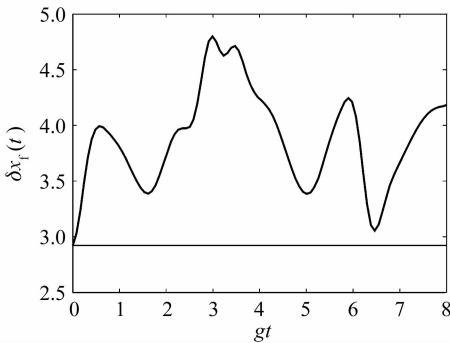


图5 位置熵指数 $\delta x_i(t)$ 随时间的演化。原子初始状态为

$$\left| \frac{8\pi}{5}, \frac{\pi}{20} \right\rangle = \cos(4\pi/5) |e\rangle + e^{i\pi/20} \sin(4\pi/5) |g\rangle,$$

光场初始在相干态,具有平均光子数 $\bar{n} = 0.5$

Fig. 5 Time evolution of position entropy exponential

$\delta x_i(t)$. The atom is initially in the $\left| \frac{8\pi}{5}, \frac{\pi}{20} \right\rangle =$

$\cos(4\pi/5) |e\rangle + e^{i\pi/20} \sin(4\pi/5) |g\rangle$ state and the field in the coherent state with the initial average

photon number $\bar{n} = 0.5$

矩阵的二阶统计矩,而熵 $\delta x_i(t)$ 包含了光场密度矩阵的高阶统计矩,它比均方根偏差 $\Delta x_i(t)$ 更敏感于光场的压缩效应,是量度光场的压缩效应的高灵敏度物理量。

4 结 论

根据光场熵压缩的理论,研究了双光子 J-C 模型中光场的熵压缩特性,讨论了熵压缩与方差压缩

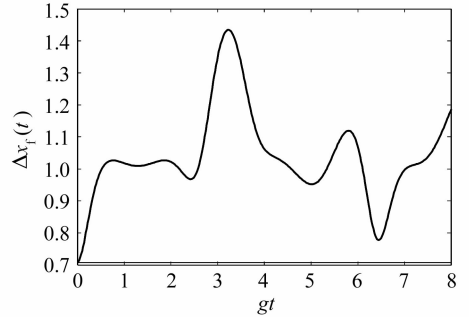


图6 方差 $\Delta x_i(t)$ 随时间的演化。原子初始状态为

$$\left| \frac{8\pi}{5}, \frac{\pi}{20} \right\rangle = \cos(4\pi/5) |e\rangle + e^{i\pi/20} \sin(4\pi/5) |g\rangle,$$

光场初始在相干态,具有平均光子数 $\bar{n} = 0.5$

Fig. 6 Time evolution of RMS deviation $\Delta x_i(t)$. The

atom is initially in the $\left| \frac{8\pi}{5}, \frac{\pi}{20} \right\rangle = \cos(4\pi/5) |e\rangle$

+ $e^{i\pi/20} \sin(4\pi/5) |g\rangle$ state and the field in the coherent state with the initial average photon

number $\bar{n} = 0.5$

的差别。结果表明,由于海森伯测不准关系只是熵测不准关系的特例,量度光场量子涨落的最基本的物理量是熵。由于海森伯测不准关系和均方根偏差的真空涨落极限是不精确的,因此方差压缩不能精确量度光场的压缩效应,而熵压缩实现了对光场压缩效应的高灵敏度量度。

参 考 文 献

- 1 C. M. Caves. Quantum-mechanical noise in an interferometer [J]. *Phys. Rev. D*, 1981, **23**(8):1693~1708
- 2 J. Gea-Banacloche, G. Leuchs. Squeezed states for interferometric gravitational-wave detectors [J]. *J. Mod. Opt.*, 1987, **34**(6,7):793~811
- 3 V. Buzek, H. Keitel, P. L. Knight. Sampling entropies and operational phase-space measurement [J]. *Phys. Rev. A*, 1995, **51**(3):2575~2593
- 4 J. B. M. Uffink, J. Hilgevoord. New bounds for the uncertainty principle [J]. *Phys. Lett. A*, 1984, **105**(4,5):176~178
- 5 J. B. M. Uffink, J. Hilgevoord. Uncertainty principle and uncertainty relation [J]. *Found. Phys.*, 1985, **15**(9):925~944
- 6 W. Beckner. Inequalities in Fourier analysis [J]. *Am. Math.*, 1975, **102**(2):159~182
- 7 I. Białynicki-Birala, J. Mycielski. Uncertainty relations for information entropy in wave mechanics [J]. *Commun. Math. Phys.*, 1975, **44**(2):129~132
- 8 A. Orłowski. Information entropy and squeezing of quantum fluctuation [J]. *Phys. Rev. A*, 1997, **56**(4):2545~2548
- 9 S. R. Jorje. Position-momentum entropic uncertainty relation and complementarity in single-slit and double-slit experiments [J]. *Phys. Rev. A*, 1998, **57**(3):1519~1525
- 10 Fang Maofa, Chen Jumei. Entropic uncertainty relation and entropic squeezing of the field [J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(1):8~21

- 方印发, 陈菊梅. 熵测不准关系与光场的熵压缩[J]. 光学学报, 2001, **21**(1): 8~12
- 11 J. H. W. Michael. Universal geometric approach to uncertainty, entropy, and information [J]. *Phys. Rev. A*, 1999, **59**(4): 2602~2615
- 12 P. Meystre, M. S. Zubairy. Squeezed state in the Jaynes-Cummings model [J]. *Phys. Lett. A*, 1982, **89**(8): 390~392
- 13 J. R. Kuklinski, J. L. Madajczek. Strong squeezing in the Jaynes-Cummings model [J]. *Phys. Rev. A*, 1988, **37**(8): 3175~3178
- 14 Huang Yianxia, Yang Lingfa. Effect of atomic coherence on the dynamics in the two photon Jaynes-Cummings model [J]. *Acta Photonica Sinica*, 1998, **27**(9): 792~797
- 黄燕霞, 杨灵法. 原子相干性对双光子 Jaynes-Cummings 模型动力学特性的影响[J]. 光子学报, 1998, **27**(9): 792~797

附录: 均方根偏差公式的证明

$$\langle \psi(t) | \left(\frac{a+a^+}{\sqrt{2}} \right)^2 | \psi(t) \rangle =$$

$$\frac{1}{2} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^*(t) \langle e, m | + B_m^*(t) \langle g, m |] \right\} (a^2 + aa^+ + a^+a + a^{+2}) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} [A_n(t) | n, e \rangle + B_n(t) | n, g \rangle] \right\} =$$

$$\frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [A_m^*(t) \langle e, m | + B_m^*(t) \langle g, m |] \{ \sqrt{(n+2)(n+1)} [A_{n+2}(t) | n, e \rangle + B_{n+2}(t) | n, g \rangle] +$$

$$(2n+1) [A_n(t) | n, e \rangle + B_n(t) | n, g \rangle] + \sqrt{(n+1)(n+2)} [A_n(t) | n+2, e \rangle + B_n(t) | n+2, g \rangle] \} =$$

$$\frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \{ (2n+1) [A_m^*(t) A_n(t) + B_m^*(t) B_n(t)] \langle m | n \rangle +$$

$$\sqrt{(n+2)(n+1)} [A_m^*(t) A_{n+2}(t) + B_m^*(t) B_{n+2}(t)] g \langle m | n \rangle +$$

$$\sqrt{(n+1)(n+2)} [A_m^*(t) A_n(t) + B_m^*(t) B_n(t)] \langle m | n+2 \rangle \} =$$

$$\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \{ (2n+1) [A_n^*(t) A_n(t) + B_n^*(t) B_n(t)] + \sqrt{(n+2)(n+1)} [A_n^*(t) A_{n+2}(t) + B_n^*(t) B_{n+2}(t)] +$$

$$\sqrt{(n+1)(n+2)} [A_{n+2}^*(t) A_n(t) + B_{n+2}^*(t) B_n(t)] \}, \quad (\text{附 1})$$

$$\langle \psi(t) | \frac{a+a^+}{\sqrt{2}} | \psi(t) \rangle =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^*(t) \langle e, m | + B_m^*(t) \langle g, m |] (a+a^+) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} [A_n(t) | n, e \rangle + B_n(t) | n, g \rangle] \right\} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^*(t) \langle e, m | + B_m^*(t) \langle g, m |] \sum_{n=0}^{\infty} [A_{n+1}(t) \sqrt{n+1} | n, e \rangle + B_{n+1}(t) \sqrt{n+1} | n, g \rangle] +$$

$$A_n(t) \sqrt{n+1} | n+1, e \rangle + B_n(t) \sqrt{n+1} | n+1, g \rangle] =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \{ \sqrt{n+1} [A_m^*(t) A_{n+1}(t) + B_m^*(t) B_{n+1}(t)] \langle m | n \rangle +$$

$$\sqrt{n+1} [A_m^*(t) A_n(t) + B_m^*(t) B_n(t)] \langle m | n+1 \rangle \} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \{ \sqrt{n+1} [A_n^*(t) A_{n+1}(t) + B_n^*(t) B_{n+1}(t)] + \sqrt{n+1} [A_{n+1}^*(t) A_n(t) + B_{n+1}^*(t) B_n(t)] \}, \quad (\text{附 2})$$

从而有

$$[\Delta x_1(t)]^2 = \langle \psi(t) | \left(\frac{a+a^+}{\sqrt{2}} \right)^2 | \psi(t) \rangle - \left[\langle \psi(t) | \frac{a+a^+}{\sqrt{2}} | \psi(t) \rangle \right]^2 =$$

$$\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \{ (2n+1) [A_n^*(t) A_n(t) + B_n^*(t) B_n(t)] +$$

$$\sqrt{(n+2)(n+1)} [A_n^*(t) A_{n+2}(t) + B_n^*(t) B_{n+2}(t)] +$$

$$\sqrt{(n+1)(n+2)} [A_{n+2}^*(t) A_n(t) + B_{n+2}^*(t) B_n(t)] \} -$$

$$\frac{1}{2} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \{ \sqrt{n+1} [A_n^*(t) A_{n+1}(t) + B_n^*(t) B_{n+1}(t)] +$$

$$\sqrt{n+1}[A_{n+1}^*(t)A_n(t) + B_{n+1}^*(t)B_n(t)]\}^2, \quad (\text{附 3})$$

同理可证

$$\begin{aligned} [\Delta p_i(t)]^2 = & \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \{ (2n+1)[A_n^*(t)A_n(t) + B_n^*(t)B_n(t)] - \\ & \sqrt{(n+2)(n+1)}[A_n^*(t)A_{n+2}(t) + B_n^*(t)B_{n+2}(t)] - \\ & \sqrt{(n+2)(n+1)}[A_{n+2}^*(t)A_n(t) + B_{n+2}^*(t)B_n(t)] \} - \\ & \frac{1}{2} \{ \sum_{n=0}^{\infty} \{ \sqrt{n+1}[A_n^*(t)A_{n+1}(t) + B_n^*(t)B_{n+1}(t)] - \\ & \sqrt{n+1}[A_{n+1}^*(t)A_n(t) + B_{n+1}^*(t)B_n(t)] \} \}^2, \quad (\text{附 4}) \end{aligned}$$

· 广 告 ·



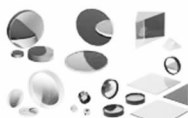
上海瞬渺光电技术有限公司

上海瞬渺光电技术有限公司主要从事国际品牌先进光纤、激光、光电子、光机械、光学仪器和光纤通讯产品的设计、引进、咨询、代理和经销。

主要代理产品有:

» 美国Edmund Optics公司光学产品:

1. 高精度的光学透镜、棱镜;
2. 光学机械装置;
3. 光电子装置;
4. 计算机视觉系统;
5. 高精度的CCD光学元件;
6. 平面、球面镜,光学光圈等。



» 白俄罗斯ELECTROOPTIC公司红外激光观察镜和红外相机:

用于准直红外激光输出光束和调整光学元件的理想工具, 该产品性能指标优于国外其他同类产品。



» 美国Terahertz Technologies Inc公司

专业生产激光测试及光通讯测试仪表, 主要产品C-995速度可调的微处理光学斩波器、LTX-5515 信号收发器、TIA-950 光电转化模块。

» 美国Thorlabs公司

1. 光斑测量仪;
2. F-P扫描干涉仪;
3. CCD摄像仪、光电探测器;
4. 光功率计/能量计;
5. 偏振态测量仪;
6. 半导体激光器及电流源、温控器;
7. 光电探测器;
8. 激光光源和光斩波器;
9. 光学调制架、光学微机械、光学测试元件;
10. 红外显示卡、激光防护眼镜、静电防护装置及其相关组件等。



» 其他代理产品公司:

Crystal Fiber公司, 主要产品: 保偏光子晶体光纤;
MPB公司, 主要产品: 拉曼放大器, EDFA, 光纤激光器;
Fibercore公司, 主要产品: 光纤陀螺领域保偏光纤, 各类掺铒光纤产品;
Coractive公司, 主要产品: 衰减光纤, 红外光纤, 掺铒光纤, 双包层光纤, 紫外光纤;
INO公司, 主要产品: 双包层光纤, FBG, 光纤激光器, 放大器, PPLN晶体等;
DenseLight公司, 主要产品: 超辐射二极管, 窄带宽激光器, GPON transceiver;
Superlum Diodes公司, 主要产品: 高精度SLD, 波长范围为 650~1620 nm, 有多种封装形式。

地址: 上海市春申路3758弄2号404室(201100)
电话: 021-64600964/54157625 传真: 021-64600974

Web: www.rayscience.com

Email: saleschina@rayscience.cn