

文章编号: 0258-7025(2008)06-0952-05

激光手术喷雾冷却中单个液滴蒸发特性

周致富¹ 辛 慧¹ 陈 斌¹ 王国祥^{1,2}

(¹ 西安交通大学动力工程多相流国家重点实验室, 陕西 西安 710049; ² 美国阿克伦大学机械工程系, 美国 阿克伦 44325)

摘要 制冷剂喷雾冷却(CSC)是激光治疗鲜红斑痣(PWS)手术的重要辅助手段。为了深入了解制冷剂喷雾特性以提高冷却效率、优化喷嘴设计,利用质量传递数法推导传质方程,通过选取合适的阻力系数经验关联式建立了动量方程,考虑液滴蒸发以及与环境气体的对流换热建立了液滴能量方程,初步建立了单个制冷剂液滴平衡蒸发阶段蒸发冷却理论模型。利用建立的模型模拟悬挂水滴冷冻过程的过冷阶段,并在变物性条件下预测了制冷剂液滴温度随飞行距离的变化,结果与实验对比证明了模型的有效性。有关液滴初始参数对液滴蒸发冷却特性影响的研究结果表明,本模型可以为制冷剂喷雾冷却实际应用于激光治疗鲜红斑痣手术提供有效的分析方法。

关键词 医用光学与生物技术;制冷剂喷雾冷却;数学建模;激光手术;鲜红斑痣;液滴蒸发

中图分类号 R 318.51;R 758.5 **文献标识码** A

Evaporation Characteristics of a Single Droplet in Laser Treatment of Port Wine Stain in Conjunction with Cryogen Spray Cooling

Zhou Zhifu¹ Xin Hui¹ Chen Bin¹ Wang Guoxiang^{1,2}

¹State Key Laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering,
Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China

²Department of Mechanical Engineering, The University of Akron, Akron 44325, USA

Abstract Cryogen spray cooling (CSC) is an effective cooling technique used for laser treatment of port wine stain (PWS). The cooling process involves complex droplet evaporation, strong convective heat and mass transfer, therefore a deep understanding of spray characteristics is essential to optimize the nozzle design and improve the cooling efficiency of the spray. This paper presents a theoretical model to describe the equilibrium evaporation process of a single droplet in cryogen spray. The model considers mass transfer through mass transfer number method, the momentum transfer by selecting the suitable empirical correlation of drag coefficient, and heat transfer by taking into account the droplet evaporation and convective effect with ambient air. Through simulating the cooling stage of a hanging water droplet and the temperature variation of cryogen droplets in cryogen spray, the model is validated by the reasonable agreement with the experimental measurements. Then a parametric study of the influences of initial diameter and velocity on the droplet evaporation is carried out, which states that an effective analysis method can be provided by the proposed model to guide the CSC of laser therapy.

Key words medical optics and biotechnology; cryogen spray cooling; mathematic modeling; laser surgery; port wine stain; droplet evaporation

1 引 言

鲜红斑痣又名葡萄酒色斑(PWS),是一种先天性、低血流量的真皮内血管畸形,新生儿发病率约为0.3%^[1]。鲜红斑痣传统的治疗方法有冷冻、人工纹

身、外科切除、药物注射、硬化剂、电凝固、皮肤磨削、敷贴中药等,这些方法基本无效,而且容易导致瘢痕或皮肤质地改变,不能达到真正意义上的美容性治疗效果。目前激光已逐渐成为治疗鲜红斑痣的首选

收稿日期:2007-10-08;收到修改稿日期:2007-12-29

基金项目:国家自然科学基金(50676079)、教育部新世纪优秀人才计划(NCET-07-0661)和教育部科学技术研究重点项目(107101)联合资助课题。

作者简介:周致富(1984—),男,湖南人,博士研究生,主要从事喷雾冷却研究。E-mail:xjtuzhou@stu.xjtu.edu.cn

导师简介:陈 斌(1971—),男,河南人,教授,主要从事生物多相流研究。E-mail:chenbin@mail.xjtu.edu.cn

方法,如 Ar^+ 激光, KTP 激光, 脉冲染料激光, 强脉冲激光, 光动力学疗法等^[2~5], 其原理是以对周围皮肤最小伤害的代价用激光热量使皮下 200~550 μm ^[6] 处的病灶血管坏死。激光疗法操作方便、治疗安全、并发症少、治疗过程短; 但治疗次数多, 费用昂贵。

辅以制冷剂喷雾冷却 (CSC)、冷空气冷却和接触冷却等方法对表皮进行冷保护^[7~9], 可使表皮与皮下深处的血管间产生较大温差, 有助于加大激光剂量、改善治疗效果, 从而消退皮损、减少不良反应。

同常规喷雾过程不同, 制冷剂喷雾冷却是耦合雾化、液滴蒸发、表面沸腾的复杂瞬态相变传热过程, 皮肤表面温度可在非常短的时间内 (5~100 ms) 从体温降低到 $-40\text{ }^\circ\text{C}$ ^[10~17]。Hubbard 等^[18]对液体燃料喷雾过程进行研究, 发展了静态条件下液滴蒸发的简单模型。Aguilar 等^[19]应用 Ranz & Marshall^[20]早期提出的半经验关联式, 针对制冷剂 R134a 喷雾建立了考虑液滴运动过程对流效应的单个液滴蒸发模型, 在其实验参数范围内对液滴尺寸、速度、温度等参数随喷雾距离的变化做出了预测。但是该模型没有区分液滴蒸发的两个阶段, 存在若干问题, 如 1) 没有考虑模型的适用范围, 液滴初始温度取为 $-20\text{ }^\circ\text{C}$, 但实际上不可能高于 $-26.1\text{ }^\circ\text{C}$ (101.325 kPa 下对应的液滴饱和温度); 2) 制冷剂物性参数取为定值, 实际上应随温度变化; 3) 模型的传质方程中液滴表面制冷剂蒸气质量含率的计算有误; 4) 液滴运动的阻力系数从其实验数据拟合而来, 限制了该模型的使用范围。

本文拟对上述方面的缺陷进行改进, 针对制冷剂喷雾冷却中单个液滴蒸发过程建立理论模型, 研究平衡蒸发阶段的液滴特性 (液滴速度、温度、直径、质量变化率等), 最终得到液滴直径、温度等与喷嘴出口处液滴初始直径、速度和温度参数以及喷嘴至皮肤的距离的变化关系, 以便优化喷嘴设计、精确预测喷雾冷却时间。

2 制冷剂喷雾液滴蒸发模型

制冷剂喷雾的液滴蒸发过程可分为两个阶段:

1) 非平衡蒸发阶段。当制冷剂从喷嘴喷出的一瞬间其与周围环境存在着较大的压差, 大尺寸液滴迅速分裂破碎, 伴随着液滴的剧烈蒸发, 形成大量的小颗粒液滴, 同时压力逐渐降低; 2) 平衡蒸发阶段。当液滴饱和压力降到环境压力时, 若不考虑液滴之间的相互影响, 液滴在飞行过程中不会再分裂破碎为更小的液滴, 此时液滴表面的蒸气压力为对应液

滴温度的饱和压力。非平衡蒸发过程较短, 作为初步的研究本文仅针对液滴平衡蒸发阶段建立理论模型。以下假设 1) 液滴为球形; 2) 不考虑液滴与环境的辐射换热; 3) 不考虑液滴内部温度梯度变化, 即采用集总参数法处理液滴温度。

2.1 液滴传质方程

考虑制冷剂单个液滴在空气环境中完全静止条件下的稳定扩散情况^[20], 根据分子传质原理, 从二元体系某组分的质量通量出发, 用质量传递法可以推导出单个液滴在强制对流下质量变化率为

$$\frac{dm}{dt} = 2\pi D_s \left(\frac{k}{c_p} \right)_g \ln(1 + B_M) \times (1 + 0.3\text{Re}_D^{0.5}\text{Pr}_g^{0.33}), \quad (1)$$

式中 k, c_p 分别为制冷剂蒸气与空气混合气体的导热系数及比热; Re_D 是以液滴直径 D 为特征长度的雷诺数; Pr_g 则是制冷剂蒸气与空气混合气体的普朗特数; 质量传递数 $B_M = Y_{\text{cry}} / (1 - Y_{\text{cry}})$, 其中 Y_{cry} 为液滴表面制冷剂蒸气质量含率, 在平衡蒸发阶段可表示为

$$Y_{\text{cry},s} = \frac{P_{\text{cry},s,\text{sat}} M_{\text{cry}}}{P_{\text{cry},s,\text{sat}} M_{\text{cry}} + (P - P_{\text{cry},s,\text{sat}}) M_A} = \left[1 + \left(\frac{P}{P_{\text{cry},s,\text{sat}}} - 1 \right) \frac{M_A}{M_{\text{cry}}} \right]^{-1}, \quad (2)$$

式中 M_{cry}, M_A 分别为制冷剂和空气的摩尔质量; P 是液滴表面总压力, 为液滴表面蒸气饱和分压 $P_{\text{cry},\text{sat}}$ 与空气分压力之和, 等于大气压。 $P_{\text{cry},\text{sat}}$ 可以通过克劳修斯-克拉珀龙 (Clausius-Clapeyron) 方程计算。(1) 式的准确程度很大程度上取决于 k/c_p 的取值, 根据 Hubbard 等^[18]应用 Sparrow 与 Gregg 提出的三分之一定律^[21], 能得到最好的结果。

2.2 液滴动量方程

当液滴与环境气体存在相对运动时, 由于液滴直径较小, 可以忽略重力的影响。液滴速度的降低是由于作用在液滴表面的气体阻力 F_D 导致的, 此时液滴满足动量守恒

$$-\frac{d(mV)}{dt} = F_D = C_D \left(\frac{\rho V^2}{2} \right) A, \quad (3)$$

对 (3) 式进行积分可得任意时刻 t 液滴的瞬时速度

$$V(t_i) = \frac{m(t_0)V(t_0) - \int_{t_0}^{t_i} F_D dt}{m(t_i)}, \quad (4)$$

式中 C_D 为阻力系数, A 为液滴的横截面积。文献 [22] 给出了球形颗粒在流体中阻力系数与雷诺数的各种经验关系式, 将其与 Aguilar 等^[19] 的实验曲线相比较, 得到低雷诺数下 ($\text{Re} < 1000$) 最佳的阻力系

数表达式

$$C_D = 24(1 + 0.197\text{Re}^{0.63} + 2.6 \times 10^{-4}\text{Re}^{1.38})/\text{Re}. \quad (5)$$

2.3 液滴能量方程

液滴在任何时候都遵守能量守恒

$$\frac{dU}{dt} = q_h + q_m + q_r, \quad (6)$$

式中 U 为液滴内能, $U_i = m(t_i)c_{p,i}T(t_i)$; q_h , q_m 和 q_r 分别为对流换热、液滴蒸发带走的热量和辐射换热。

忽略 q_r , 将 $q_h = hA(T_a - T_{d,s})$ 和 $q_m = -\frac{dm}{dt}L$ 代入

(6) 式积分得

$$T(t_i) = \frac{m(t_0)c_{p0}T(t_0) + \int_{t_0}^{t_i} \pi D_s^2 h (T_a - T_{d,s}) dt - \int_{t_0}^{t_i} L dm}{m(t_i)c_{p,i}}, \quad (7)$$

表 1 R134a 部分物性参数随温度的变化关系

Table 1 Temperature-dependent physical properties of R134a

Parameter	Value or prediction method
$c_{p,\text{liq}} / (\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}))$	$1.33882 + 0.00246T + 8.7774 \times 10^{-6}T^2$
$c_{p,\text{vap}} / (\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}))$	$0.89338 + 0.00412T + 0.00001T^2$
$L / (\text{kJ}/\text{kg})$	$199.04689 - 0.71314T - 0.00107T^2$
$k_{q,\text{vap}} / (\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K}))$	$0.01149 + 0.00008T$
$k_{q,\text{liq}} / (\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K}))$	$0.09117 - 0.00049T$
$\mu_{\text{vap}} / (10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s})$	$10.71416 + 0.03524T - 0.00002T^2$
Pr_{vap}	$0.83244 + 0.0003T + 6.1954 \times 10^{-6}T^2 - 2.9346 \times 10^{-7}T^3$

3 模型的有效性验证

基于质量、动量和能量方程, 选定相应的初始值和物性参数, 即可求解液滴特性包括液滴温度、速度、直径以及质量变化率随时间或液滴飞行距离 Z 的变化关系。为了验证本文算法的有效性, 首先以

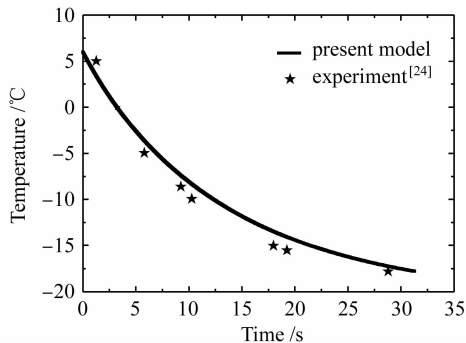


图 1 液滴温度随时间的变化

Fig. 1 Comparison of predicted temperature as a function of time with experimental measurement ($D_0 = 1.58 \text{ mm}$, $T_a = -19 \text{ }^\circ\text{C}$, $V_a = 0.42 \text{ m/s}$)

式中 T 为液滴平均温度, T_a 为空气温度, $T_{d,s}$ 为液滴表面温度, $c_{p,i}$ 为液滴定压比热, L 为制冷剂挥发潜热。根据 Ranz and Marshall^[20]

$$N_u = \frac{hL}{\lambda} = 2 + 0.6\text{Re}_D^{0.5}\text{Pr}_g^{0.33}, \quad (8)$$

N_u 为努塞尔数。从式(8)得到 N_u 数后, 即可求得(7)式所需的对流换热系数 h 。从(2)式可以看出, 在平衡蒸发阶段, $P_{\text{cry,sat}}$ 必须小于大气压, 对应的液滴温度也必定小于大气压下对应的饱和温度 $-26.1 \text{ }^\circ\text{C}$, 因此本文中选取初始温度为 $-27 \text{ }^\circ\text{C}$ 。

2.4 物性参数的计算

液滴蒸发过程中, 制冷剂物性参数随温度发生变化而不应取为定值。根据 R134a 的物性数据, 可在 $-10 \sim -100 \text{ }^\circ\text{C}$ 范围内拟合物性参数值随温度变化的关系式, 如表 1 所示^[23]。对于空气, 其物性参数对计算结果影响很小, 取 $20 \text{ }^\circ\text{C}$ 时干空气的物性。

悬挂液滴冷冻过程为例进行研究。将单个液滴(纯净水滴)悬挂在热电偶上, 放置于一容器中, 同时用冷气流(干空气)以一定的速度稳定吹过液滴。液滴将经历过冷、再辉、结冰、继续冷却等四个阶段, 本文算法可适用于过冷阶段。利用文献[24]中悬挂水滴冷冻实验的结果, 可对本文算法进行验证。如图 1 所示, 计算得到的水滴冷冻过冷阶段的温度变化与实验结果相比趋势一致。说明本文提出的液滴蒸发冷却模型数值算法是可靠的, 可以用来预测实际液滴温度随时间的变化。

4 R134a 液滴蒸发预测结果与讨论

针对制冷剂 R134a 喷雾冷却过程中的单个液滴, 对其平衡蒸发阶段预测了液滴平均温度与飞行距离的关系, 结果示于图 2。从图中可以看出, 模型预测值与文献[19]的实验结果相比两者的总体趋势比较吻合, 但具体数值尚存在一定差别。原因是 1) 实验测得的是制冷剂喷雾圆锥形中心截面上大量液

滴温度的统计值,而模型预测的温度为单个液滴的平均温度,没有考虑大量液滴之间相互耦合作用的影响;2) 控制液滴传质过程最重要的两个因素为液滴表面蒸气相对环境空气的浓度以及 N_u 数。只考

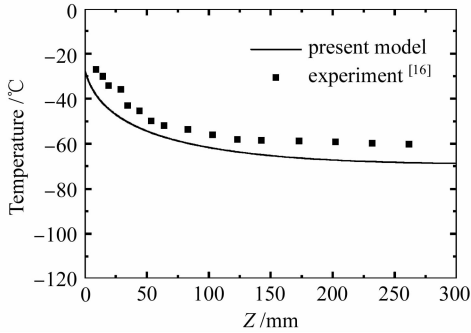


图 2 液滴温度与飞行距离的关系

Fig. 2 Predicted droplet temperature as a function of distance and comparison with experimental measurements ($D_0 = 56 \mu\text{m}$, $V_0 = 60 \text{ m/s}$)

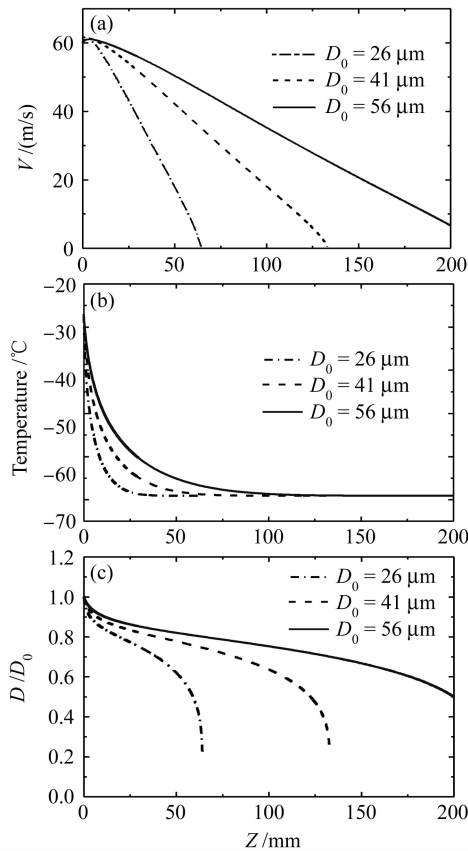


图 3 液滴初始直径对液滴冷却特性的影响,液滴速度(a),温度(b)和直径(c)与飞行距离的关系

Fig. 3 Influence of initial diameter on the evaporation process of cryogen droplets, predicted droplet velocity (a), temperature (b), diameter (c) as a function of the distance ($V_0 = 60 \text{ m/s}$, $T_0 = -27 \text{ }^\circ\text{C}$)

虑液滴在空气中平衡蒸发冷却阶段,并假定在此平衡阶段的初始瞬间液滴表面的蒸气体积分数为 100%,造成液滴在蒸发最初阶段传质非常快,从液滴本身带走大量潜热,导致温度下降非常剧烈。而实际中液滴达到平衡蒸发之前有一个非稳态的雾化蒸发过程,必然发生蒸气与环境空气之间的对流扩散。

通过改变模型中液滴的初始条件,可以分析其对液滴平衡蒸发阶段冷却特性的影响。图 3 为液滴初始直径对液滴冷却特性的影响,初始条件为 $V_0 = 60 \text{ m/s}$, $T_0 = -27 \text{ }^\circ\text{C}$,初始直径分别为 $26 \mu\text{m}$, $41 \mu\text{m}$ 和 $56 \mu\text{m}$ 。

图 3(a)表明对于不同初始直径的液滴,其速度在最初飞行的几毫米内略有上升,随后开始减小。初始直径越大速度下降得越慢,液滴能飞行的距离越大。图 3(b)表明即使液滴初始直径不同,最后能

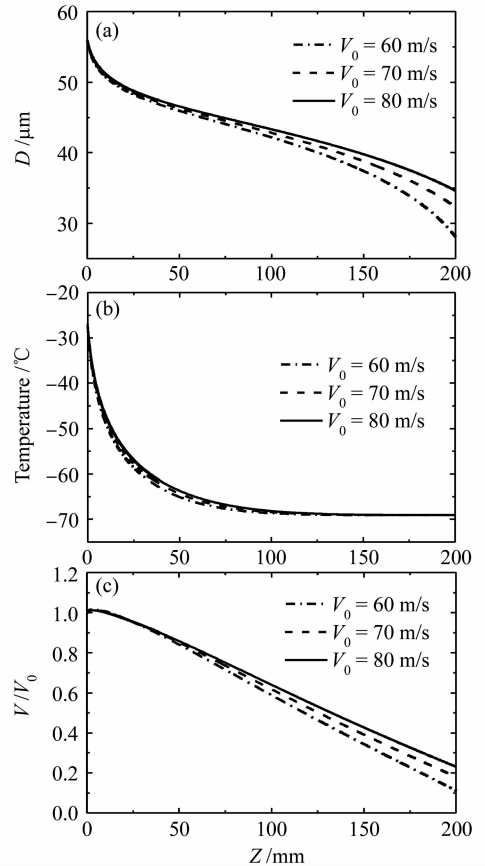


图 4 液滴初始速度对液滴冷却特性的影响,液滴直径(a),温度(b)和速度(c)与飞行距离的关系

Fig. 4 Influence of initial velocity on the evaporation process of cryogen droplets, predicted droplet diameter (a), temperature (b), velocity (c) as a function of the distance ($V_0 = 60 \text{ m/s}$, $T_0 = -27 \text{ }^\circ\text{C}$)

达到的最低温度都是一致的,约为 $-70\text{ }^{\circ}\text{C}$,只是温度下降的速度不一样,初始直径越小,温度下降越快。图3(c)表明在不同液滴初始直径下,液滴直径越小,直径变化率越快。

图4为液滴初始速度对液滴冷却特性的影响,初始条件值为 $D_0 = 56\text{ }\mu\text{m}$, $T_0 = -27\text{ }^{\circ}\text{C}$,初始速度分别为 60 m/s , 70 m/s 和 80 m/s 。

图4(a)表明液滴的初始速度越大,液滴直径下降得越慢,能够飞行更远;图4(b)说明液滴初始速度的大小对温度下降快慢影响很小,液滴能够达到的最低温度一致;图4(c)表明液滴初始速度越大,速度下降得越慢,同样的液滴能飞行的距离更远。

5 结 论

基于质量、能量、动量守恒初步建立了单个液滴在平衡蒸发阶段的蒸发冷却模型,根据实验结果选择了合适的阻力系数关系式,拟合出制冷剂 R134a 各种物性随温度的变化关系。在以悬挂水滴冷冻的过冷阶段为对象对算法进行有效性验证之后,利用此模型对 R134a 喷雾冷却过程液滴温度随飞行距离的变化进行了预测并与实验结果进行对比,二者表现出一致的变化趋势,说明了本模型的有效性。最后分析了液滴不同的初始直径和速度对液滴蒸发冷却特性的影响。本模型可用于预测液滴平衡蒸发阶段冷却特性。

参 考 文 献

- Chun-Hung Chiu, Henry Hin-Lee Chan, Wai-Sun Ho *et al.*. Prospective study of pulsed dye laser in conjunction with cryogen spray cooling for treatment of port wine stains in Chinese patients [J]. *Dermatol Surg.*, 2003, **29**(9):909~915
- Cheng Gang, Zhong Qiuhai, Liu Fanguang *et al.*. Modeling and simulation of the acting factors on vascular selectivity of photodynamic therapy [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(6):864~868
程 刚, 钟秋海, 刘凡光 等. 鲜红斑痣光动力治疗的模型仿真初步研究[J]. 中国激光, 2005, **32**(6):864~868
- Cheng Gang, Zhong Qiuhai, Huang Naiyan *et al.*. Mathematics modeling and clinic experiment of photodynamic therapy for port wine stain [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(6):857~862
程 刚, 钟秋海, 黄乃艳 等. 鲜红斑痣光动力治疗数学模型及临床验证[J]. 中国激光, 2006, **33**(6):857~862
- Li Kangying, Hou Zhanying. The current situation and development of the treatment of skin port wine stain with lasers and intense pulsed light source [J]. *Laser Journal*, 2006, **27**(6):85~86
李康英, 侯占英. 激光与强脉冲光治疗皮肤鲜红斑痣的现状与进展[J]. 激光杂志, 2006, **27**(6):85~86
- Lu Hai, Li Ruoping, Sun Caixia *et al.*. Photochemistry dynamics of photopolymer holographic recording material based on methylene blue and erythrosin B [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(9):1675~1681
路 海, 李若平, 孙彩霞 等. 双染料敏化光致聚合物的光化动

- 力学研究[J]. 光学学报, 2007, **27**(9):1675~1681
- Guillermo Aguilar, Guo-Xiang Wang, J. Stuart Nelson. Effect of spurt duration on the heat transfer dynamics during cryogen spray cooling [J]. *Phys. Med. Biol.*, 2003, **48**(14):2169~2181
- S. W. Lanigan, S. M. Taibjee. Recent advances in laser treatment of port-wine stains [J]. *British J. Dermatology*, 2004, **151**(3):527~533
- K. M. Kelly, J. S. Nelson. Update on the clinical management of port wine stains [J]. *Lasers Med. Sci.*, 2000, **15**(4):220~226
- Kristen M. Kelly, J. Stuart Nelson, Gary P. Lask *et al.*. Cryogen spray cooling in combination with nonablative laser treatment of facial phytides [J]. *Arch. Dermatol.*, 1999, **135**(6):691~694
- Guillermo Aguilar, Henry Vu, J. Stuart Nelson. Influence of angle between the nozzle and skin surface on the heat flux and overall heat extraction during cryogen spray cooling [J]. *Phys. Med. Biol.*, 2004, **49**(10):N147~N153
- Julio C. Ramirez-San-Juan, Guillermo Aguilar, Alia T. Tuqan *et al.*. Skin model surface temperatures during single and multiple cryogen spurts used in laser dermatologic surgery [J]. *Lasers Surg. Med.*, 2005, **36**(2):141~146
- Wim Verkruysse, Boris Majaron, Guillermo Aguilar *et al.*. Dynamics of cryogen deposition relative to heat extraction rate during cryogen spray cooling [C]. *SPIE*, 2000, **3907**:37~48
- Guillermo Aguilar, Wim Verkruysse, Boris Majaron *et al.*. Measurement of heat flux and heat transfer coefficient during continuous cryogen spray cooling for laser dermatologic surgery [J]. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 2001, **7**(6):1013~1021
- Bahman Anvari, Benjamin J. Ver Steeg, Thomas E. Milner *et al.*. Cryogen spray cooling of human skin: Effects of ambient humidity level, spraying distance, and cryogen boiling point [C]. *SPIE*, 1997, **3192**:106~110
- Guillermo Aguilar, Boris Majaron, Karl Pope *et al.*. Influence of nozzle-to-skin distance in cryogen spray cooling for dermatologic laser surgery [J]. *Lasers Surg. Med.*, 2001, **28**(2):113~120
- Boris Majaron, Guillermo Aguilar, Brooke Basinger *et al.*. Sequential cryogen spraying for heat flux control at the skin surface [C]. *SPIE*, 2001, **4244**:74~81
- Emil Karapetian, Guillermo Aguilar, Sol Kimel *et al.*. Effects of mass flow rate and droplet velocity on surface heat flux during cryogen spray cooling [J]. *Phys. Med. Biol.*, 2003, **48**(1):N1~N6
- G. L. Hubbard, V. E. Denny, A. F. Mills. Droplet evaporation: Effects of transients and variable properties [J]. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1975, **18**(9):1003~1008
- G. Aguilar, B. Majaron, W. Verkruysse *et al.*. Theoretical and experimental analysis of droplet diameter, temperature, and evaporation rate evolution in cryogenic sprays [J]. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2001, **44**(17):3201~3211
- W. E. Ranz, W. R. Marshall. Evaporation from drops [J]. *Chem. Eng. Prog.*, 1952, **48**(4):141~146, 173~180
- Arthur H. Lefebvre. *Atomization and Sprays* [M]. New York: Hemisphere Pub. Corp., 1989
- Victor L. Streeter, E. Benjamin Wylie. *Fluid Mechanics* [M]. New York: Mraw-Hill, 1998
- Chen Guobang, Bao Rui, Huang Yonghua. *Cryogenic Engineering Technology: Data Volume* [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2006
陈国邦, 包 锐, 黄永华. 低温工程技术(数据卷)[M]. 北京: 化学工业出版社, 2006
- J. P. Hindmarsh, A. B. Russell, X. D. Chen. Experimental and numerical analysis of the temperature transition of a suspended freezing water droplet [J]. *Int. J. Heat Mass Transfer.*, 2003, **46**(7):1199~1213