**文章编号:** 0258-7025(2008)04-0559-04

# 高双折射光子晶体光纤特性分析

龚桃荣 延凤平 王 琳 李一凡 刘 鹏 简水生

(北京交通大学光波技术研究所 全光网络与现代通信网教育部重点实验室,北京 100044)

**摘要** 建立了基于透明边界条件(TBC)的全矢量迦辽金有限元法(FEM)分析二维光子晶体光纤(PCF)的模型,并 对椭圆芯等5种高双折射光子晶体光纤基模的模式双折射、限制损耗及色散特性进行了数值分析和比较。通过减 小内包层中沿 x 方向的空气孔,增大沿 y 方向的空气孔构成的一种光子晶体光纤的模式双折射在波长1550 nm处 高达5.96×10<sup>-3</sup>,而椭圆芯光子晶体光纤为1.52×10<sup>-3</sup>。研究表明,可通过增加内包层中两个正交方向上空气孔的 尺寸差来获得高双折射;同时还得出内包层中放大的空气孔减小限制损耗,增加色散,而减小空气孔尺寸带来的影 响则刚好相反;内包层上空气孔数量越少,色散越平坦。

关键词 光纤光学;光子晶体光纤;有限元法;双折射

中图分类号 TN 253 文献标识码 A

# Analysis of Properties of High Birefringence Photonic Crystal Fibers

Gong Taorong Yan Fengping Wang Lin Li Yifang Liu Peng Jian Shuisheng

(Key Laboratory of All Optical Network and Advanced Communication Networks, Ministry of Education, Institute of Lightwave Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract The model of full vector Galerkin finite element method (FEM) with transparent boundary conditions (TBC) is established. The modal birefringence, confinement loss and dispersion of the fundamental mode of five kinds highly birefringent photonic crystal fibers (PCFs) with elliptical cores are analyzed and compared. The modal birefringence of a photonic crystal fiber, which is formed by diminishing air holes along x-direction and enlarging air holes along y-direction in inner cladding, is  $5.96 \times 10^{-3}$  at the wavelength of 1550 nm, while that of a photonic crystal fiber with elliptical core is  $1.52 \times 10^{-3}$ . The results show that high birefringence can be obtained by increasing the difference of air holes size along orthogonal direction in inner cladding. It is also proved that enlarged air holes is reversed; the fewer the air holes in inner cladding are, the flatter the dispersion is.

Key words fiber optics; photonic crystal fiber; finite element method; birefringence

# 1 引 言

光子晶体光纤(PCF)因其独特的性质<sup>[1]</sup>备受人 们的关注<sup>[2~4]</sup>。它是在石英光纤中沿轴向均匀排列 空气孔,从光纤截面看,是一个周期性的二维结构, 如果移走其中一个空气孔,就形成缺陷,光能够在该 缺陷中传输。其传输特性完全取决于截面空气孔的 分布<sup>[5]</sup>,可以根据需要进行灵活的设计。

由于光子晶体光纤的折射率差比普通光纤要

高,并且在其构造过程中允许在芯区附近引入非对称结构,所以采用光子晶体光纤可以很容易获得较高的模式双折射。可以通过改变芯区附近空气孔的大小<sup>[6]</sup>、空气孔的形状<sup>[7]</sup>或是芯区的形状来获得非对称<sup>[8]</sup>。这样所得光子晶体光纤的模式双折射达到10<sup>-3</sup>,比普通保偏光纤至少高一个数量级。

本文建立了用于二维光子晶体光纤分析的有限 元法(FEM)模型,采用透明边界条件的迦辽金

基金项目:国家自然科学基金(60577034)资助项目。

作者简介:龚桃荣(1982—),女,湖北人,博士研究生,主要从事光纤通信技术及特种光纤方面的研究。

E-mail:trgong@yahoo.com.cn

**导师简介**:延凤平(1966—),男,山西人,博士生导师,特聘教授,主要从事光纤通信、光纤传感及光纤器件方面的研究。 E-mail:fpyan@mail.bjtu.edu.cn

收稿日期:2007-08-11; 收到修改稿日期:2007-10-17

(Galerkin)有限元方法<sup>[9]</sup>分析了几种三角格子排列的椭圆内包层结构的高双折射光子晶体光纤。对它们的传播性质,如双折射、限制损耗和色散进行了分析和比较,得出了内包层空气孔大小的改变对光子晶体光纤传输特性的影响。

## 2 数值方法

透明边界条件的迦辽金有限元方法可以用于分 析横截面为任意形状的结构,所以对图1所示的几 种结构是适用的。从麦克斯韦方程出发,可以推出 基于磁场分量的矢量波动方程

$$\nabla \times \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{r}}^{-1} \nabla \times \boldsymbol{H} = k_0^2 \boldsymbol{H}, \qquad (1)$$

式中 k。为自由空间的波数, Er 为介质相对介电常数 的对角矩阵。对纵向均匀的波导, H 分量可以表示为

$$\mathbf{H}(x, y, z, t) = [H_x, H_y, H_z]^{\mathrm{T}}(x, y) \times \exp[j(\omega t - \beta z)], \qquad (2)$$



#### 图 1 5 种光子晶体光纤结构的横截面

Fig. 1 Cross sections of five PCFs

式中 $\omega$ , $\beta = k_0 n_{\text{eff}} \approx n_{\text{eff}} \beta$ 别为角频率、传输常数和 模式的等效折射率。对于非磁性介质, $\nabla \cdot H = 0$ ,可 导出仅含横向磁场分量的矢量波动方程

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{n_{zz}^2} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \right] \\ -\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{n_{zz}^2} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \right] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{n_{yy}^2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{n_{xx}^2} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} \right) \end{bmatrix} + k_0^2 n_{eff}^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{n_{yy}^2} H_x \\ \frac{1}{n_{xx}^2} H_y \end{bmatrix} = k_0^2 \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix},$$
(3)

式中 $n_{xx}$ , $n_{yy}$ , $n_{zz}$ 为沿x,y,z方向的折射率。以 $w = [w_x, w_y]^T$ 为权值函数,用伽辽金法导出相应的变分方程,再应用格林定理,可得离散公式

$$\begin{split} &\sum_{B_{z}e} \left\{ -\int_{\Gamma_{e}} \frac{w_{y}}{n_{zx}^{2}} \left( \frac{\partial H_{y}}{\partial x} - \frac{\partial H_{x}}{\partial y} \right) dy - \int_{\Gamma_{e}} \frac{w_{x}}{n_{zx}^{2}} \left( \frac{\partial H_{y}}{\partial x} - \frac{\partial H_{x}}{\partial y} \right) dx \right\} + \\ &\sum_{B_{z}e} \left\{ -\int_{\Gamma_{e}} \frac{w_{x}}{n_{yy}^{2}} \left( \frac{\partial H_{x}}{\partial x} + \frac{\partial H_{y}}{\partial y} \right) dy + \int_{\Gamma_{e}} \frac{w_{y}}{n_{xx}^{2}} \left( \frac{\partial H_{x}}{\partial x} + \frac{\partial H_{y}}{\partial y} \right) dx \right\} \\ &\sum_{int_{e}e} \left\{ \int_{\Gamma_{int_{e}}} \Delta_{x} \left( \frac{1}{n_{yy}^{2}} \right) w_{x} \left( \frac{\partial H_{x}}{\partial x} + \frac{\partial H_{y}}{\partial y} \right) dy - \int_{\Gamma_{int_{e}}} \Delta_{y} \left( \frac{1}{n_{xx}^{2}} \right) w_{y} \left( \frac{\partial H_{x}}{\partial x} + \frac{\partial H_{y}}{\partial y} \right) dx \right\} + \\ &\sum_{tri_{e}\in\Omega_{e}} \left\{ \frac{1}{n_{zx}^{2}} \left( \frac{\partial w_{y}}{\partial x} - \frac{\partial w_{x}}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial H_{y}}{\partial x} - \frac{\partial H_{x}}{\partial y} \right) + \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{w_{x}}{n_{yy}^{2}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial H_{x}}{\partial x} + \frac{\partial H_{y}}{\partial y} \right) \right] dx dy + \\ &\sum_{tri_{e}\in\Omega_{e}} \left\{ k_{0}^{2} n_{eff}^{2} \left( \frac{w_{x}H_{x}}{n_{yy}^{2}} + \frac{w_{y}H_{y}}{n_{xx}^{2}} \right) - k_{0}^{2} \left( w_{x}H_{x} + w_{y}H_{y} \right) \right\} dx dy = 0, \end{split}$$

$$egin{aligned} ec{\mathfrak{T}} \end{psilon} & ec{\mathfrak{T}} \end{psilon} \Phi_x \left( rac{1}{n_{yy}^2} 
ight) = \left( rac{1}{n_{yy}^2} 
ight)_{x=x_{ ext{int+}}} - \left( rac{1}{n_{yy}^2} 
ight)_{x=x_{ ext{int-}}}, \ & \Delta_y \left( rac{1}{n_{xx}^2} 
ight) = \left( rac{1}{n_{xx}^2} 
ight)_{y=y_{ ext{int+}}} - \left( rac{1}{n_{xx}^2} 
ight)_{y=y_{ ext{int-}}}, \end{aligned}$$

int+,int一表示内部区域边界的内侧和外侧;tri\_e 代表网格剖分形成的三角形单元,int\_e代表内部区 域边界线单元。(4)式与参考文献[9]有所不同,文 献[9]中离散公式有误。离散内部区域边界对应项 的物理意义明显:当边界两侧折射率相同时,该项值 为零,相当于不存在边界;当边界两侧折射率差很小 时,可忽略该项,即作标量近似;当边界两侧折射率 差较大时,该项不可忽略。

采用透明边界条件来代替计算 B\_e 项,(4)式的广义特征值方程可以写成

$$[\mathbf{K} + n_{\text{eff}}^2 \mathbf{M}] \{\mathbf{H}\} = \{0\}, \qquad (5)$$

式中列向量{H}代表  $H_y$ , $H_x$ 在各个结点的值,K和 M为稀疏矩阵,维数是  $2N \times 2N$ ,N为节点总数。K由内三角形单元刚度矩阵、内边界单元矩阵和外边 界单元矩阵集合得到,M由内三角单元质量矩阵集 合得到。求解(5)式,可以得到模式的有效折射率和 模场分布。

## 3 结果和讨论

图 1 表示了 5 种光子晶体光纤的横截面, PCF1,PCF3 和 PCF4 已经有报道<sup>[10,11]</sup>。石英的折 射率假设为1.45;参数 *d*,*d*<sub>1</sub> 和 *d*<sub>2</sub> 分别表示包层空 气孔、内包层减小的和放大的空气孔直径;Λ 为空气 孔间距。因为这 5 种光纤的横截面结构都是关于 *x* 轴和 *y* 轴对称的,可以采用理想电导体(PEC)和理 想磁导体(PMC)<sup>[9]</sup>边界条件,就只用分析 1/4 的计 算区域,这样既节省了计算机内存,又提高了计算速 度。

## 3.1 双折射

模式的双折射是衡量保偏光纤性能的重要参数,基模的模式双折射可以表示为

 $B = \left| \operatorname{Re}(n_{\text{eff}}^{y}) - \operatorname{Re}(n_{\text{eff}}^{x}) \right|,$ (6)式中 $n_{\text{eff}}^{y}$ 和 $n_{\text{eff}}^{x}$ 分别表示y方向和x方向偏振基模的 有效折射率, Re 代表实部。为了进行比较, 设定  $d/\Lambda$  $= 0.6, d_1/\Lambda = 0.3, d_2/\Lambda = 0.95, \Lambda = 2.0 \ \mu m_{\circ} \otimes 2$ 显示了 5 种光子晶体光纤的模式双折射随波长变化 的曲线。可以看出当波长从1200 nm 增加到 1600 nm时,5 种光子晶体光纤的模式双折射都增 大;其中 PCF4 的模式双折射最大, PCF3 和 PCF5 的其次,PCF1和PCF2的最小并且比较接近。在波 长1550 nm处, PCF4 的双折射高达5.96×10<sup>-3</sup>, 而 PCF1, PCF2, PCF3 和 PCF5 分别为1.52×10<sup>-3</sup>, 1.28×10<sup>-3</sup>,3.17×10<sup>-3</sup>和2.38×10<sup>-3</sup>。这是由于几 种光子晶体光纤两个正交方向上等效折射率差的不 同而产生的,很明显 PCF4 的等效折射率差最大。 也表明放大或减小内包层的空气孔都能提高模式双 折射,当增大正交方向上空气孔的尺寸差时,模式双 折射增大。内包层空气孔对光子晶体光纤芯区的形





状和双折射的性能起着决定性的作用。这样,可以 根据需要来灵活设计光子晶体光纤的内包层结构。

### 3.2 限制损耗

因为光子晶体光纤的包层是由有限个空气孔排 列而成的,在其中传导的光不可避免地存在泄漏,所 以限制损耗也是光子晶体光纤的一个很重要的性能 参数,表示为

$$L = 8.868 \operatorname{Im}\left(\frac{2\pi}{\lambda}n_{\rm eff}\right),\tag{7}$$

式中 Im 代表虚部,通常只需比较折射率的虚部,如 图 3 所示,显示了折射率虚部的对数随波长变化的 曲线图。



图 3 基模有效折射率的虚部。(a) x 偏振方向; (b) y 偏振方向

Fig. 3 Image part of effective mode-index of (a) *x*-direction and (b) *y*-direction

从图 3 可以看出,当波长从 1200 nm 增加到 1600 nm时,5 种光子晶体光纤的限制损耗都增加; 其中 PCF4 的限制损耗最大,并且 x 偏振方向的限 制损耗大于 y 偏振方向的限制损耗;在 x 偏振方向 上,PCF3 的限制损耗最小;在 y 偏振方向上,PCF2 的限制损耗最小;PCF5 在 y 方向上的限制损耗大于 x 方向上的限制损耗,PCF4 与 PCF5 刚好相反。这 表明大空气孔对光的限制能力要比小空气孔强;在 内包层相同位置的空气孔,变大的空气孔减小限制 损耗,减小的空气孔增加限制损耗;在空气孔环数和 排列方式相同的情况下,限制损耗主要由内包层大

#### 3.3 色散

色散也是光纤的一个重要性能参数,尤其在高 速长距离光纤通信系统中,进行色散补偿是很必要 的。通过设计光子晶体光纤横截面上空气孔的结构 可以灵活地调整其色散特性,如可以设计并制作出 用于对常规光纤色散补偿的大负色散光纤等,使之 符合具体的使用要求。这里将针对5种结构的光子 晶体光纤进行色散分析。由于光纤横截面空气孔结 构的变化主要引起光子晶体光纤波导色散的变化, 因此在分析过程中仅考虑波导色散。波导色散 D<sub>w</sub> 可表示为

$$D_{\rm w} = -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} [\operatorname{Re}(n_{\rm eff})], \qquad (8)$$

式中 *c* 为真空中的光速,λ 为波长。图 4 为 5 种光纤的色散随波长变化的曲线。



图 4 5 种光纤的色散特性。(a) x 偏振方向; (b) y 偏振方向



从图 4 可以看出,在两个偏振方向上,随着波长 从1200 nm到1600 nm变化,波导色散都减小。其中 PCF3 的波导色散大于 PCF1,PCF2 和 PCF5;PCF4 在 y偏振方向的波导色散大于其在 x 偏振方向的波 导色散。在 y 偏振方向上,PCF5 的波导色散最小。 而且随着波长从1200 nm到1600 nm变化,PCF1 的 波导色散变化最平坦,PCF4 的波导色散变化最陡 峭。表明内包层上放大的空气孔或减小的空气孔对 波导色散影响都较大,放大的空气孔增加波导色散, 减小的空气孔降低波导色散,这与限制损耗的变化 趋势正好相反。内包层上空气孔数量越少,波导色 散越平坦。

## 4 结 论

分析了内包层中增大或减小空气孔对椭圆内包 层光子晶体光纤的特性参数所造成的影响。通过增 加内包层中两个正交方向上空气孔尺寸的差可以获 得高双折射。在1550 nm波长处,PCF4 的模式双折 射高达5.96×10<sup>-3</sup>,而 PCF1,PCF2,PCF3 和 PCF5 分别为1.52×10<sup>-3</sup>,1.28×10<sup>-3</sup>,3.17×10<sup>-3</sup>和 2.38×10<sup>-3</sup>。内包层中增大空气孔的尺寸可以减小 限制损耗,增加色散。而减小空气孔尺寸带来的影 响却相反。

### 参考文献

- J. C. Knight, P. St. J. Russell. New ways to guide light [J]. Science, 2002, 296(5566):276~277
- 2 Ren Guobin, Wang Zhi, Lou Shuqin *et al.*. Localized orthogonal function model of photonic crystal fibers [J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24(8):1130~1136 任国斌,王 智,娄淑琴等. 光子晶体光纤的正交函数模型[J]. 光学学报, 2004, 24(8):1130~1136
- 3 Fangdi Zhang, Xiaoyi Liu, Min Zhang et al.. A novel design for single-polarization single-mode photonic crystal fiber at 1550 nm [J]. Chin. Opt. Lett., 2007, 5(5):260~263
- 4 Fang Hong, Lou Shuqin, Ren Guobin *et al.*. Mode cutoff in photonic crystal fiber with non-uniform holes [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(4):493~498
  方 宏,娄淑琴,任国斌等. 非均匀孔径光子晶体光纤的模式 截止[J]. 中国激光, 2006, **33**(4):493~498
- 5 J. C. Knight, T. A. Birks, P. St. J. Russell *et al.*. All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding [J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(19):1547~1549
- 6 A. Ortigosa-Blanch, J. C. Knight, W. J. Wadsworth *et al.*. Highly birefringent photonic crystal fibers [J]. *Opt. Lett.*, 2000, 25(18):1325~1327
- 7 M. J. Steel, R. M. Osgood. Jr.. Elliptical-hole photonic crystal fibers [J]. Opt. Lett., 2001, 26(4):229~231
- 8 T. P. Hansen, J. Broeng, S. E. B. Libori *et al.*. Highly birefringent index-guiding photonic crystal fibers [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2001, 13(6):588~590
- 9 H. P. Uranus, H. J. W. M. Hoekstra. Modelling of microstructured waveguides using a finite-element-based vectorial mode solver with ransparent boundary conditions [J]. *Opt. Express*, 2004, **12**(12):2795~2809
- 10 P. R. Chaudhuri, V. Paulose, C. Zhao *et al.*. Near-elliptic core polarization-maintaining photonic crystal fiber: modeling birefringence characteristics and realization [J]. *IEEE Photon*. *Technol. Lett.*, 2004, **16**(5):1301~1303
- 11 M. Szpulak, T. Martynkien, W. Urbanczyk. Birefringent photonic crystal holey fibers based on hexagonal lattice [C]. Proceedings of 2003 5th International Conference on Transparent Optical Networks, 2003, 1. 333~ 336