

文章编号: 0258-7025(2008)04-0539-05

洛伦兹光束通过一阶轴对称光学系统的 传输变换特性

陆群英¹ 陈婷婷¹ 丁桂林¹ 袁 孝²

(¹ 江苏大学机械工程学院光信息科学与技术系, 江苏 镇江 212013)
² 华中科技大学光电科学与工程学院, 湖北 武汉 430074)

摘要 从广义惠更斯-菲涅耳衍射积分出发, 导出了洛伦兹光束通过一阶轴对称光学系统传输变换的解析公式。给出了洛伦兹光束的束宽、瑞利长度和发散角的表达式, 讨论了这些参量通过自由空间的变换规律。结果表明, 洛伦兹光束的瑞利长度大于高斯光束的瑞利长度, 洛伦兹光束光斑半径的扩展速度慢于高斯光束, 洛伦兹光束的远场发散角小于高斯光束的远场发散角。结果还表明, 自由空间中洛伦兹光束的束宽、瑞利长度和发散角的变化规律与高斯光束相应参量的变化规律相同。

关键词 光束传输; 衍射积分; 洛伦兹光束; 光学系统

中图分类号 O 435; TN 012 **文献标识码** A

Propagation Properties of Lorentz Beam Passing through First-Order Axisymmetric Optical Systems

Lu Qunying¹ Chen Tingting¹ Ding Guilin¹ Yuan Xiao²

(¹ Department of Optical Science and Technology, School of Mechanical Engineering,
Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China
² School of Optoelectronic Science and Engineering,
Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China)

Abstract Based on the generalized Huygens-Fresnel diffraction integral, the analytic propagation expressions for Lorentz beams passing through first-order axisymmetric optical system are derived. The expressions of the beam-width, Rayleigh distance and divergence angle of Lorentz beam are given, and their transform characteristics in free space are discussed. It is shown that the Rayleigh distance of Lorentz beams is larger than that of Gaussian beam. However, the expansion speed of the beam-width of Lorentz beams is lower than that of Gaussian beams and the far-field divergence angle of Lorentz beams is smaller than that of Gaussian beams. Moreover, the transform laws of the above parameters for Lorentz beams are the same as those for Gaussian beams passing through free space.

Key words beam propagation; diffraction integral; Lorentz beam; optical system

1 引 言

自从 Stuart A. Collins, Jr.^[1]于 1970 年给出用光学系统传输矩阵参量表达的广义惠更斯-菲涅耳衍射积分之后, 有关激光光束通过一阶光学系统的传输变换得到了广泛的研究。随着激光技术的发

展, 二极管激光器及其应用得到广泛关注^[2,3], 但对二极管激光束模型的研究仍然是值得关注的开放性课题。对于大多数的实际应用, 二极管激光束需要通过光学系统的变换, 对二极管激光束通过光学系统变换性质的研究对激光器更广泛的应用至关重要

收稿日期: 2007-07-05; 收到修改稿日期: 2007-11-05

基金项目: 国家自然科学基金(10476010)和江苏大学自然科学基金(04JDG004)资助项目。

作者简介: 陆群英(1975—), 女, 硕士研究生, 主要从事光束的传输与控制研究。E-mail: luquny@tom.com

导师简介: 丁桂林(1957—), 男, 教授, 主要从事光束传输、非线性光学方面的研究。

E-mail: guilinding@yahoo.com.cn (通信作者)

要。1975年 W. P. Dumke^[4]利用洛伦兹分布描述了双异质结激光器中光束的发散特性,1990年 Amir Naqwi等^[5]利用洛伦兹分布描述了二极管激光束的聚焦特性,但他们都没有明确给出洛伦兹光束模型。后来 Omar El Gawhary等^[6,7]相继引入洛伦兹光束和超洛伦兹光束,并利用傅里叶变换的方法导出了洛伦兹光束和超洛伦兹光束通过自由空间的传输变换公式,但未涉及洛伦兹光束通过 ABCD 光学系统的传输变换,也没有给出洛伦兹光束参量的表达式和变换规律。有关将洛伦兹光束作为二极管激光束的模型和光束通过一阶光学系统及其光束参量变换规律的研究至今还未见到公开报道。本文将洛伦兹光束作为二极管激光束的数学物理模型,并应用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分,对洛伦兹光束通过一阶轴对称光学系统的传输变换进行理论推导,得到了其束宽、瑞利长度和发散角和曲率半径的解析表达式,并应用所得的解析公式分析了光束在自由空间的传输变换特性,给出洛伦兹光束的光束参量的表达式和变换规律。

2 洛伦兹光束通过轴对称 ABCD 光学系统的传输变换公式

建立二维直角坐标系 oxz , z 轴沿光束的传输方向。洛伦兹光束在二维直角坐标系 oxz 的 $z = 0$ 平面的场分布为^[6]

$$V(x,0) = \frac{E}{w_x} \frac{1}{[1 + (x/w_x)^2]}, \quad (1)$$

式中 E 为归一化常数, w_x 为洛伦兹光束在 x 方向的光斑半径,也就是 x 方向的半束宽。我们试图用(1)式定义的函数描述双异质结激光器激活介质出口处快轴方向的场分布,因此 w_x 取激活介质横向高度的一半。对于双异质结激光器,这样的取值符合其物理机制^[8]。某些波长为 $0.8 \mu\text{m}$ 的 $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ 双异质结激光器,激活介质的横向高度可在 $0.1 \mu\text{m}$ ^[4,5]。在 $z = 0$ 平面洛伦兹光束的强度密度分布为

$$I(x,0) = V(x,0)V^*(x,0) = \frac{|E|^2}{w_x^2} \frac{1}{[1 + (x/w_x)^2]^2}, \quad (2)$$

采用二阶矩定义,对于(1)式所示 $z = 0$ 处的洛伦兹光束,其光斑半径 $W_x(0)$ 为

$$W_x(0) = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 V(x,0)V^*(x,0)dx / \int_{-\infty}^{\infty} V(x,0)V^*(x,0)dx} = w_x, \quad (3)$$

当 $x = w_x$ 时,场分布振幅为中心值的 $1/2$,也就是说,在激活介质出口处,边缘处的场振幅是中心轴上场振幅的一半。

考虑光轴沿 z 方向的轴对称一阶光学系统,其入射参考面在 $z = 0$ 平面,其变换矩阵为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}, \quad (4)$$

且(4)式满足

$$AD - BC = 1, \quad (5)$$

当(1)式表述的洛伦兹光束由系统的入射参考面经过系统变换到达系统的出射参考面时,其出射场分布与入射场分布的关系由广义惠更斯-菲涅耳衍射积分^[1]给出

$$V(x,z) = \sqrt{\frac{i}{\lambda B}} \int_{-\infty}^{\infty} V(x',0) \exp\left[-\frac{ik}{2B}(Ax'^2 - 2x'x + Dx^2)\right] dx', \quad (6)$$

式中 $B \neq 0$; λ 为波长, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数。为方便起见,完全依赖于 z 轴的相位变化因子 $\exp(-ikz)$ 忽略不计。将(1)式代入(6)式,在 $A \neq 0, B \neq 0$ 的情况下整理得到

$$V(x,z) = Ew_x \sqrt{\frac{i}{\lambda B}} \exp\left(-\frac{i\pi D}{\lambda B}x^2\right) \exp\left(\frac{i\pi x^2}{\lambda AB}\right) \left[f_1\left(\frac{x}{A}\right)f_2\left(\frac{x}{A}\right)\right], \quad (7)$$

式中函数 f_1, f_2 定义为: $f_1(t) = \frac{1}{t^2 + w_x^2}, f_2(t) = \exp\left(-\frac{i\pi A}{\lambda B}t^2\right)$ 。利用傅里叶变换卷积定理^[9]和(5)式,经推导得到

$$V(x,z) = \frac{E\pi}{2} \sqrt{\frac{i}{\lambda B}} [V_x^+(x,z) + V_x^-(x,z)], \quad (8)$$

式中

$$V_x^\pm(x,z) = \exp\left[-\frac{i\pi C}{\lambda A}x^2 + \frac{i\pi A}{\lambda B}\left(w_x \pm i\frac{x}{A}\right)^2\right] \left\{1 - \operatorname{erf}\left[\sqrt{\frac{i\pi A}{\lambda B}}\left(w_x \pm i\frac{x}{A}\right)\right]\right\}, \quad (9)$$

其中 $\text{erf}(x)$ 是误差函数, $\text{erf}(x) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^x \exp(-s^2) ds$ 。(8) 式给出了洛伦兹光束通过一阶轴对称光学系统传输变换的规律。

值得指出的是,对于成像系统 $B = 0$, (6) 式不能直接应用,应加推广。当 $A \neq 0, B = 0$ 时,利用(5)式和 δ 函数: $\delta(x) = \lim_{N \rightarrow \infty} N \exp(-N^2 \pi x^2)$, (8) 式经过整理可化为

$$V(x, z) = \frac{1}{\sqrt{A}} V\left(\frac{x}{A}, 0\right) \exp\left(-\frac{i\pi C}{\lambda A} x^2\right) = \frac{E}{w_x \sqrt{A}} \frac{1}{1 + [x/(A w_x)]^2} \exp\left(-\frac{i\pi C}{\lambda A} x^2\right), \quad (10)$$

(10) 式是一阶光学系统像传递原理的具体体现。其中前两项是入射场分布的放大,最后一项是由于系统而引起的附加相移。

值得注意的是,对于 $A = 0, B \neq 0$ 的聚焦系统, (6) 式的积分较为简单,结果简化为

$$V(x, z) = E\pi \sqrt{\frac{i}{\lambda B}} \exp\left(-\frac{i\pi D}{\lambda B} x^2 - \frac{2\pi}{\lambda} w_x \left|\frac{x}{B}\right|\right), \quad (11)$$

由推导过程和结果分析可知, (11) 式给出的出射光束直接与入射光束的傅里叶频谱相关。

(8), (10 和 (11) 式给出了洛伦兹光束场分布通过一阶轴对称光学系统传输变换的基本规律,包括非成像系统、成像系统和非成像系统中特殊的聚焦系统。

3 洛伦兹光束自由空间的传输变换特性

(8) 式给出了洛伦兹光束通过自由空间的传输变换特性。文献[6]中的主要结果(15)式为本文(8)式的特例。事实上,对于传输距离为 z 的自由空间有

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

决定出射场分布与入射场分布关系的广义惠更斯-菲涅耳衍射积分(6)式简化为

$$V(x, z) = \sqrt{\frac{i}{\lambda z}} \int_{-\infty}^{\infty} V(x', 0) \exp\left[-\frac{ik}{2z} (x' - x)^2\right] dx', \quad (13)$$

利用(13)式直接积分和将(12)式代入(8)式化简得到相同的结果

$$V(x, z) = \frac{E\pi}{2} \sqrt{\frac{i}{\lambda z}} [M_x^+(x, z) + M_x^-(x, z)], \quad (14)$$

其中

$$M_x^\pm(x, z) = \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z} (w_x \pm ix)^2\right] \left\{1 - \text{erf}\left[\sqrt{\frac{i\pi}{\lambda z}} (w_x \pm ix)\right]\right\}, \quad (15)$$

这正是文献[6]的(15)式,其中正负号的差别取决于广义惠更斯-菲涅耳衍射积分中的符号选取。因此(8)式将文献[6]的主要结果由自由空间推广到一阶轴对称光学系统。

由光斑半径定义式(3),洛伦兹光束在 z 处的光斑半径 $W_x(z)$ 为

$$W_x(z) = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 V(x, z) V^*(x, z) dx / \int_{-\infty}^{\infty} V(x, z) V^*(x, z) dx} = w_x \sqrt{1 + z^2 / [\sqrt{8} (\pi w_x^2 / \lambda)]^2}, \quad (16)$$

(16) 式给出了洛伦兹光束在自由空间传输时光斑半径的变化规律。令洛伦兹光束的瑞利距离

$$Z_R = \sqrt{8} \frac{\pi w_x^2}{\lambda}, \quad (17)$$

当 $z = Z_R$ 时

$$W_x(Z_R) = \sqrt{2} w_x, \quad (18)$$

而(16)式可以简化为

$$W_x(z) = w_x \sqrt{1 + (z^2 / Z_R^2)}, \quad (19)$$

如果近似将光斑半径看作是波长的 $1/8$, 则 $Z_R \approx$

$1.78 \mu\text{m}$ 。当 $z = 5 \text{ mm}$ 时, $W_x(z) = 1.125 \text{ mm}$ 。这些数量级与目前对半导体激光的了解是相符合的。

(17) 式表明,洛伦兹光束的瑞利距离是相同光腰的高斯光束瑞利距离的 $\sqrt{8}$ 倍,说明在自由空间传输时,洛伦兹光束光斑半径的展宽速度比高斯光束光斑半径的展宽速度小。

由光束远场发散角的定义

$$\theta_0 = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{W_x(z)}{z}, \quad (20)$$

利用(16)式求极限得

$$\theta_0 = \sqrt{\frac{1}{8}} \frac{\lambda}{\pi w_x}, \quad (21)$$

如果取 $w_x = 0.15 \mu\text{m}$, $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$, 则 $\theta_0 = 34.39^\circ$ 。

(21)式说明洛伦兹光束的远场发散角是高斯光束远场发散角的 $1/\sqrt{8}$ 。(16)式两边对 z 求导, 得到光束的发散角与传输距离 z 的关系

$$W'(z) = \theta(z) = w_x \frac{z}{Z_R^2} \frac{1}{\sqrt{1+(z/Z_R)^2}}, \quad (22)$$

(16)式除以(22)式, 得到洛伦兹光束的曲率半径为

$$R(z) = Z_R \left(\frac{Z_R}{z} + \frac{z}{Z_R} \right), \quad (23)$$

(19),(22)和(23)式与高斯光束的参量在自由空间传输时的变换公式具有相同的形式, 不同之处在于瑞利距离的不同。

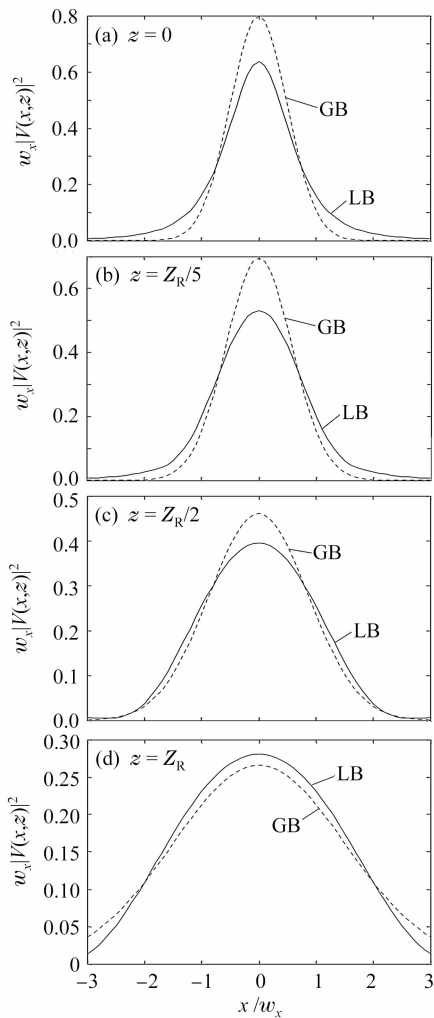


图 1 洛伦兹光束和高斯光束自由空间传输强度的分布 $|V(x, z)|^2$

Fig. 1 Intensity distributions $|V(x, z)|^2$ of the Lorentz beam (LB) and the Gauss beam (GB) in free-space

图 1 为洛伦兹光束(LB)与高斯光束(GB)自由空间传输时强度分布随 z/Z_R 的变化比较。图 1(a) 为 $z = 0$ 的情况, 两曲线交叉点的坐标为 $(\pm 0.744, 0.264)$, 当 $-0.744w_x < x < 0.744w_x$ 时, 洛伦兹光束的强度分布值小于高斯光束的强度分布值; 当 $x > 0.744w_x$ 或 $x < -0.744w_x$ 时情况相反; 当 $x = 0.744w_x$ 或 $x = -0.744w_x$, 二者的强度分布值相等。图 1(b) 为 $z = 0.2Z_R$ 的情况, 两曲线交叉点的坐标为 $(\pm 0.69, 0.334)$ 。图 1(c) 为 $z = 0.5Z_R$ 的情况, 两曲线交叉点的坐标为 $(\pm 0.796, 0.302)$ 。图 1(d) 为 $z = Z_R$ 的情况, 两曲线交叉点的坐标为 $(\pm 2.007, 0.109)$ 。图 2 为洛伦兹光束与高斯光束自由空间传输时光斑半径 $W_x(z)$ 随传输距离 z 的变化比较。图 2 表明, 自由空间传输时洛伦兹光束的光斑半径 $W_x(z)$ 随 z 的扩展比高斯光束的慢。图 3 为洛伦兹光束与高斯光束在自由空间传输时, 光束远场发散角 $\theta(z)$ 随传输距离 z 的变化比较。可以看出在自由空间传输时, 洛伦兹光束的发散角比高斯光束的发散角小。图 4 为洛伦兹光束与高斯光束在自由空间传输时曲率半径 $R(z)$ 随传输距离 z 的变化比较, 可以看出在自由空间传输时, 洛伦兹光束的曲率半径与高斯光束的曲率半径变化趋于一致。

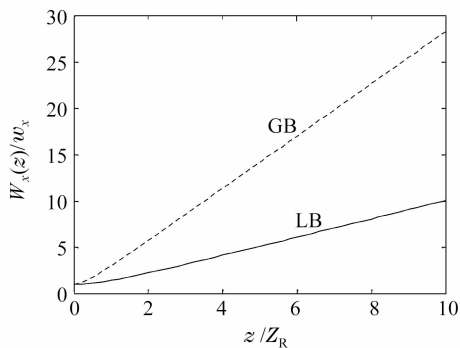


图 2 自由空间传输时光斑半径 $w_x(z)$ 随 z 的变化
Fig. 2 Beam waist radius $w_x(z)$ versus z in free-space

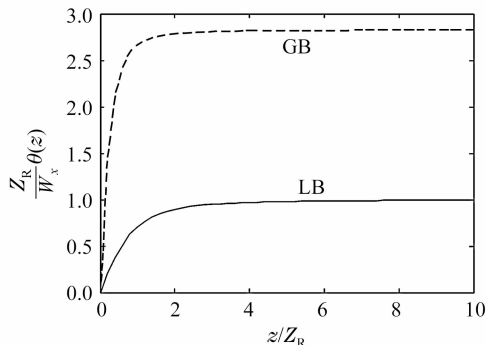


图 3 自由空间传输时光束发散角 $\theta(z)$ 随 z 的变化
Fig. 3 Beam divergence $\theta(z)$ versus z in free-space

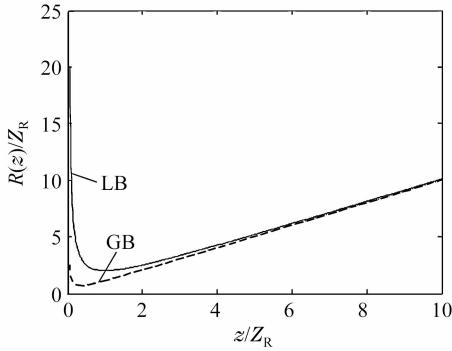


图4 自由空间传输时曲率半径 $R(z)$ 随 z 的变化

Fig. 4 Radius of curvature $R(z)$ versus z in free-space

4 结 论

利用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分,研究了洛伦兹光束通过一阶轴对称光学系统的传输变化规律。导出了洛伦兹光束通过一阶轴对称(包括成像与非成像)系统时光束的束宽、瑞利长度、发散角和曲率半径的解析表达式。以自由空间传输为例分析光束传输变换特性,得到了洛伦兹光束的束宽、曲率半径和发散角通过自由空间时的变化规律。结果表明,洛伦兹光束的瑞利距离是相同光腰的高斯光束瑞利距离的 $\sqrt{8}$ 倍,洛伦兹光束的远场发散角是高斯光束远场发散角的 $1/\sqrt{8}$ 。同时还发现在自由空间传输时洛伦兹光束与高斯光束在束宽、曲率半径和发散角这三个参量上的变化规律相同。

随着相关激光技术的进一步发展与应用^[10~12],有关洛伦兹光束作为二极管激光束的数学物理模型及其二极管激光束传输与控制的研究将得到进一步的关注。

参 考 文 献

- 1 Stuart A. Collins, Jr.. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1970, **60**(9): 1168~1177
- 2 Zhao Weizu, Ma Xiuhua, Hu Qiquan. Developments in thermal control of laser diode for pumping [J]. *Lasers & Optoelectronics Progress*, 2006, **43**(1): 3~6
赵慰祖,马秀华,胡企铨. 抽运用激光二极管的热控技术研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2006, **43**(1): 3~6
- 3 Su Zhouping, Lou Qihong, Dong Jingxing *et al.*. Linewidth-narrowed, tunable laser diode array [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(6): 751~754
苏宙平,楼祺洪,董景星等. 激光二极管阵列的窄线宽、可调谐输出[J]. *中国激光*, 2007, **34**(6): 751~754
- 4 W. P. Dumke. The Angular beam divergence in double-heterojunction lasers with very thin active regions [J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1975, **QE-11**(7): 400~402
- 5 Amir Naqwi, Franz Durst. Focusing of diode laser beams: a simple mathematical model [J]. *Appl. Opt.*, 1990, **29**(12): 1780~1785
- 6 Omar El Gawhary, Sergio Severini. Lorentz beams and symmetry properties in paraxial optics [J]. *J. Opt. A*, 2006, **8**(5): 409~414
- 7 Omar El Gawhary, Sergio Severini. Lorentz beams as a basis for a new class of rectangularly symmetric optical fields [J]. *Opt. Commun.*, 2007, **269**(2): 274~284
- 8 Zeng Shurong. *Physics Fundamental of Semiconductor Devices* [M]. Beijing: Peking University Press, 2002
曾树荣. *半导体器件物理基础* [M]. 北京: 北京大学出版社, 2002
- 9 J. W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics* [M]. San Francisco: MCGRAW-Hill Book Company, 1968
- 10 Lu Changyong, Li Li, Liu Xu *et al.*. Laser diode-pumped passively Q-switched laser with corner-cube resonator [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(7): 1228~1231
卢常勇,李莉,刘旭等. 角锥棱镜腔激光二极管抽运被动调Q激光器[J]. *光学学报*, 2007, **27**(7): 1228~1231
- 11 Chen Jing, Zhao Ge, Zhu Haiyong *et al.*. Laser diode side-pumped high power 1338 nm Nd:YAG laser [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(8): 1051~1054
陈静,张戈,朱海永等. 激光二极管侧面抽运高功率1338 nm Nd:YAG激光器[J]. *中国激光*, 2007, **34**(8): 1051~1054
- 12 Lin Zhifeng, Gao Mingwei, Gao Chunqing. Experimental investigation of laser diode end pump Tm:YAG laser [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(2): 181~185
林志锋,高明伟,高春清. 激光二极管端面抽运 Tm:YAG 激光器[J]. *中国激光*, 2007, **34**(2): 181~185