文章编号: 0258-7025(2008)12-2011-06

色散介质中超短脉冲厄米-高斯光束 在相位奇点附近的光谱异常特性

邹其徽

(西南石油大学理学院,四川 成都 610500)

摘要 基于索末菲(Sommerfeld)衍射积分公式,对色散介质中超短脉冲厄米-高斯光束在相位奇点附近的光谱异常 行为进行了研究,并与真空中的光谱异常行为进行了比较。结果表明,超短脉冲厄米-高斯光束的轴上光谱蓝移,蓝 移大小与群速度及脉冲宽度有关,而与群速度色散无关。色散介质中的相对光谱移动略小于真空中的相对光谱移 动,脉冲宽度越大,相对光谱移动越小。光谱开关的位置与横向距离、传输介质和厄米函数阶数 m, n 有关,而与脉 冲宽度无关。光谱开关的横向距离小于真空中的相应阶的光谱开关的横向距离,并且随光谱开关的阶数增加,真 空和色散介质的相对光谱移动均缓慢减小。

关键词 物理光学;奇点光学;光谱异常;厄米-高斯光束;色散介质;光谱开关
 中图分类号 O435; TN 012
 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20083512.2011

Anomalous Spectral Properties of an Ultrashort Pulsed Hermite-Gaussian Beams in Dispersive Media

Zou Qihui

(School of Sciences, Southwest Petroleum University, Chengdu, Sichuan 610500, China)

Abstract Based on the Sommerfeld diffraction integral, the anomalous spectral properties of an ultrashort pulsed Hermite-Gaussian beams propagating in dispersive media are studied, and its comparisons with anomalous spectral behaviors in free space are analyzed. It is found that the on-axis spectrum blueshift of ultrashort pulsed Hermite-Gaussian beams is relative to group velocity and pulse duration, but not to group velocity dispersion. The size of relative spectral shift in dispersive media is slightly smaller than that in free space, and the relative spectral shifts decrease with increasing the pulse duration. The location of spectral switching is relative to the transversal distance, transmission media, and the Hermite function indexes m and n, but not to pulse duration. The transversal distance of spectral switching in dispersive media is less than that in free space, the relative spectral shift slowly decreases as the order number of the spectral switching increases.

Key words physical optics; singular optics; spectral anomaly; Hermite-Gaussian beams; dispesive medium; spectral switch

1 引 言

对相位奇点附近光场特性的研究引起了学者们 的广泛兴趣,已发展为现代物理光学的一个新分 支——奇点光学^[1]。对光谱开关^[2]产生的物理机制 进行深入分析研究^[3]表明,多色光的光谱异常即光 谱开关属于奇点光学的一个新效应。迄今为止,对 光谱异常行为的研究局限在自由空间和近轴光学的 范畴内^[2~6],并得到实验验证^[7,8]。飞秒脉冲在色散 介质中的光谱异常行为的研究较少^[9,10],因此,研究 超短脉冲在色散介质中的光谱异变行为很有必要。

收稿日期:2008-01-15; 收到修改稿日期:2008-04-30

基金项目:四川省教育厅青年基金(2006B058)资助项目。

作者简介:邹其徽(1968一)男,四川人,教授,主要从事超短脉冲的传输与变换研究。E-mail:qihui_zou@163.com

研究结果将对光通信、光互连及光信息编码具有潜 在的应用价值^[11,12]。本文以超短脉冲厄米-高斯光 束为例,基于索末菲(Sommerfeld)衍射积分,研究 了超短脉冲厄米-高斯光束在相位奇点附近的光谱 异常行为,并与自由空间中的光谱异常行为进行了 比较。在理论推导中未使用近轴近似,所得结果适 用于包括大衍射角的更为一般的情况。

2 理论推导

在笛卡尔坐标系下,设入射面 z=0 上有一脉冲 厄米-高斯光束^[13]

式中, $f(\omega)$ 为初始轴上的光谱, $H_m(\cdot)$ 和 $H_n(\cdot)$ 分别为 m 阶和 n 阶厄米多项式, w_0 为束腰宽度, 为 与频率无关的常数^[14]。由索末菲衍射积分公 式^[15,16], 在 z > 0 的半空间点的光场

$$E(x, y, z, \omega) = \frac{ik\cos\theta}{2\pi r} \exp(-ikr) \times$$

$$\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} E_0(x_0, y_0, 0, \omega) \times$$

$$\exp\left[-\frac{ik}{2r}(x_0^2 + y_0^2 - 2xx_0 - 2yy_0)\right] dx_0 dy_0,$$
(2)

式中, $k = n(\omega)\omega/c$ 为波数, $n(\omega)$ 为与介质特性有关的折射率, $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$, θ 为衍射角且 cos $\theta = z/r$ 。将(1)式代入(2)式得

$$\begin{split} E(x,y,z,\omega) &= \frac{\mathrm{i}kw_0^2 \cos\theta}{2ar} \Big(1 - \frac{2}{a}\Big)^{\frac{m+n}{2}} \times \\ \exp(-\mathrm{i}kr) \mathrm{H}_m \Big(\frac{\mathrm{i}kw_0}{\sqrt{2a^2 - 4ar}} x\Big) \times \\ \mathrm{H}_n \Big(\frac{\mathrm{i}kw_0}{\sqrt{2a^2 - 4ar}} y\Big) \exp\left[-\frac{k^2 w_0^2}{4ar^2} (x^2 + y^2)\right] f(\omega) \,, \end{split}$$
(3)

式中, $a = 1 + iz_0/r$, $z_0 = kw_0^2/2$ 为瑞利长度。(3) 式给出了频域中超短脉冲厄米-高斯光束在色散介 质中传输的解析式,适用于大衍射角的菲涅耳区和 夫琅禾费区。在(3)式的推导过程中利用下列关系

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(x-\alpha)^2}{\beta}\right] H_m(\sqrt{2}x) dx = \sqrt{\pi\beta} (1-2\beta)^{\frac{m}{2}} H_m\left[\frac{\sqrt{2}\alpha}{\sqrt{1-2\beta}}\right].$$
(4)

由(3)式,超短脉冲厄米一高斯光束的功率谱可写为 $|E(x,y,z,\omega)|^2 = S^0(\omega)M(x,y,z,\omega)$, (5) 式中, $S^{(0)}(\omega) = |f(\omega)|^2$ 为源光谱, $M(x,y,z,\omega)$ 为光谱调制函数^[6],描述衍射对源光谱的调制

$$M(x,y,z,\omega) = \frac{k^2 w_0^4 \cos^2 \theta}{4a^2 r^2} \left(1 - \frac{2}{a}\right)^{m+n} \times \left[H_m\left(\frac{ikw_0}{\sqrt{2a^2 - 4ar}}x\right) H_n\left(\frac{ikw_0}{\sqrt{2a^2 - 4ar}}y\right)\right]^2 \times \exp\left[-\frac{k^2 w_0^2}{2ar^2}(x^2 + y^2)\right]_{\circ}$$
(6)

z平面的光强分布为[6]

$$I(x,y,z) = \int_{0}^{\infty} |E(x,y,z,\omega)|^{2} d\omega , \quad (7)$$

将(5)式代入(7)式中可以得超短脉冲厄米-高斯光 束在色散介质中传输至 z 平面的光强分布。

在远场近似下,(3)式可改写为

$$E(x, y, z, \omega) = \frac{ikw_0^2 \cos \theta}{2r} (-1)^{\frac{m+n}{2}} \times H_m \left(\frac{kw_0 x}{\sqrt{2}r}\right) H_n \left(\frac{kw_0 y}{\sqrt{2}r}\right) \times \exp\left[-\frac{k^2 w_0^2 (x^2 + y^2)}{4r^2} - ikr\right] f(\omega)_{\circ}$$
(8)

设在 z=0 处的高斯脉冲为[17]

$$A(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2T^2}\right) \exp(i\omega_0 t), \qquad (9)$$

式中,T为脉冲宽度是与初始时刻脉冲宽度 T_{FWHM} 相关的参数,即 $T_{FWHM} = 2T (\ln 2)^{1/2}, \omega_0$ 为载波频 率。初始轴上的脉冲光谱 $f(\omega)$ 为脉冲 A(t) 的傅 里叶变换

$$f(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(t) \exp(-i\omega t) dt =$$
$$T \exp\left[-\frac{T^2 (\omega - \omega_0)^2}{2}\right]. \tag{10}$$

将(10)式代入(5)式得超短脉冲厄米-高斯光束在色 散介质中的功率谱

$$| E(x, y, z, \omega) |^{2} = \frac{k^{2} w_{0}^{4} T^{2} \cos^{2} \theta}{4a^{2} r^{2}} \left(1 - \frac{2}{a}\right)^{m+n} \times \left[H_{m} \left(\frac{ikw_{0}}{\sqrt{2a^{2} - 4a} r} x\right) H_{n} \left(\frac{ikw_{0}}{\sqrt{2a^{2} - 4a} r} y\right) \right]^{2} \times \exp \left[-\frac{k^{2} w_{0}^{2}}{2ar^{2}} (x^{2} + y^{2})\right] \exp \left[-T^{2} (\omega - \omega_{0})^{2}\right],$$
(11)

由(11)式可知,超短脉冲厄米-高斯光束在色散介质 中传输至 z 面的功率谱与色散介质参量 k, 厄米函 数的阶数 m, n, 脉冲宽度 T, 以及横向位置 x, y等

(12)

对(12)式求角频率 ω 的偏导数,并令其为零得:当 m,n 均为偶数时,轴上功率谱取极大值时角频率 ω 应满足

$$\omega - \omega_0 = \frac{1}{kT^2} \frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}\omega}.$$
 (13)

当载波频率远离介质的谐振频率且较为平滑时,可 将波数 k 在载波频率ω。处展开成泰勒级数

$$k = k_0 + k_1(\omega - \omega_0) + \frac{k_2(\omega - \omega_0)^2}{2} + \cdots,$$
(14)

式中 $k_s = d^s k / d\omega$) |_{$\omega = \omega_0$}, $s = 0, 1, 2, \dots, k_1 = 1 / v_g$, v_g 为群速度, k_2 描述群速度色散(GVD)。将(14)式 代入(13)式得轴上光谱移动为

$$\omega - \omega_0 \approx \frac{k_1}{k_0 T^2} - \frac{k_1^3}{k_0^3 T^4} + \frac{2k_1^5}{k_0^5 T^8}, \qquad (15)$$

(15)式说明远场轴上光谱移动大于零,即轴上光谱 蓝移,轴上光谱蓝移大小与群速度及脉冲宽度有关, 而与群速度色散无关,脉冲宽度越大,蓝移越小。

3 数值计算结果与分析

为了说明在色散介质中超短脉冲厄米-高斯光 束在相位奇点附近的光谱异变,设 z > 0 半空间中 均匀充满融石英介质,其折射率 n(λ) 由塞尔迈耶尔 (Sellmeier)公式给出

$$n^{2}(\lambda) = 1 + \sum_{i=1}^{3} \frac{B_{i}}{1 - \lambda_{i}^{2} \omega^{2} / 4\pi^{2} c^{2}},$$
 (16)

式中 $B_1 = 0.6961663$, $B_2 = 0.4079426$, $B_3 = 0.8974794$, $\lambda_1 = 0.0684043 \mu m$, $\lambda_2 = 0.1162414 \mu m$, $\lambda_3 = 9.8961663 \mu m$, $\lambda = 2\pi c/\omega$ 为真空中波长。 当载波 频率 $\omega_0 = 2.36 \text{ fs}^{-1}$ 时, 由(16) 式及波数 $k(\omega)$ 与折射率的关系可求出: $k_0 = 11441.1 \text{ mm}^{-1}$, $k_1 = 4894.1 \text{ mm}^{-1}$ fs, $k_2 = 36.26 \text{ mm}^{-1}$ fs²。取 $\omega_0 = 0.05 \text{ mm}$, z = 100 mm,利用(7), (11)和(15)式进行数值计算。

相位奇点即光强为零值点或最小值点^[2]。为简 单起见,令 $x = y = \rho$ 。利用(7)式,超短脉冲厄米-高斯光束的归一化横向光强分布由图 1 给出。计算 参量为 T = 5 fs, 厄米函数的阶数 m, n 见图中标 示。由图 1 看出,超短脉冲厄米-高斯光束的横向光 强的分布与厄米函数的阶数 *m*, *n* 有关,当 *m*, *n* 之 一为奇数时,轴上光强为零。相位奇点的位置与厄 米函数的阶数 *m*, *n* 有关。例如, *m* = 4, *n* = 4, ρ_{min} =0.1300mm, 0.4080 mm, ρ_{max} =0.2660 mm, 0. 6010 mm. ρ_{min} , ρ_{max} 分别表示光强取极小值和极大 值时的横向距离。*m* = 2, *n* = 2, ρ_{min} =0.1750 mm, ρ_{max} =0.3920 mm。*m* = 3, *n* = 1, ρ_{min} =0.3040 mm, ρ_{max} =0.1750 mm,0.4310mm。



图 1 超短脉冲厄米-高斯光束的归一化横向光强分布 Fig. 1 Normalized transversal intensity distribution of ultrashort pulsed Hermite-Gaussian beams

图 2 给出了在 $\rho_{\min} = 0.1300$ mm 附近的超短脉 冲厄米-高斯的归一化功率谱。计算参量为 m = 4, n = 4, T = 5 fs。由图 2 看出, 当 $\rho = 0.1288$ mm $< \rho_{\min} = 0.1300$ mm 时光谱红移, 功率谱取极小值时 的角频率为2.4013 fs⁻¹。当 $\rho = 0.1318$ mm $> \rho_{\min} = 0.1302$ mm 时光谱蓝移, 功率谱取极小值时的角 频率为2.3460 fs⁻¹。而在临界横向距离 $\rho = 0.1302$ mm 处, 光谱分裂成两个等高的峰, 两峰对应的角频 率分别为 $\omega_{\max 1} = 2.0962$ fs⁻¹, $\omega_{\max 2} = 2.6564$ fs⁻¹, 且 $\omega_{\min} = 2.3762$ fs⁻¹时 $| E(\rho, z, \omega_{\min}) |^2 = 0$ 。这种 光谱异常行为被称为光谱开关^[2], 且横向距离不严 格等于 ρ_{\min} , 而是在 ρ_{\min} 附近。

图 3 给出了在色散介质和真空中的超短脉冲厄 米-高斯光束的光谱开关,计算参量见图中所示。在 色散介质中产生光谱开关的横向距离 $\rho = 0.1302$ mm,而在真空中产生光谱开关的横向距离 $\rho =$ 0.1882 mm。由图 3 看出,两条曲线几乎完全重合, 光谱分裂成两个等高的两峰所对应的角频率及 $|E(\rho, z, \omega_{min})|^2 = 0$ 的角频率 ω_{min} 重合。然而,在 色散介质中产生光谱开关的横向距离小于在真空中 的横向距离。



图 2 图超短脉冲厄米-高斯光束在 ρ_{min} = 0.1300mm 附近的归一化功率光谱

Fig. 2 Normalized power spectra of a pulsed Hermite-Gaussian beam near the $\rho_{\min} = 0.1300$ mm versus transversal distance ρ and frequency ω

相对光谱移动定义为

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\omega_{\max} - \omega_0}{\omega_0}, \qquad (17)$$

式中, ω_{max} 表示功率谱取极大值时所对应的角频率。 $\triangle \omega / \omega_0 > 0$,光谱蓝移, $\triangle \omega / \omega_0 < 0$,光谱红移。 图 4 给出了超短脉冲厄米-高斯光束的相对光谱移 动随横向距离的变化,计算参量见图中标示。由图 4(a)看出,当T = 5 fs,轴上相对光谱移动 $\triangle \omega / \omega_0 =$ 0.7030%,当T = 10 fs,轴上 $\triangle \omega / \omega_0 = 0.1780\%$, 与采用(15)式计算结果吻合。对T = 5 fs,随横向 距离增加,光谱蓝移减小, $\rho = 0.0541$ mm, $\triangle \omega / \omega_0 =$ = 0,横向距离进一步增大,光谱红移增大。当横向 距离增大到 $\rho = 0.1302 \text{ mm}$ 时, $\triangle \omega / \omega_0$ 突然从 -11.136%跃升到11.856%。即在此横向距离处产 生了第一阶光谱开关效应。随横向距离继续增加, 光谱蓝移减小, $\rho=0.2830 \text{ mm}$ 时, $\triangle \omega / \omega_0 = 0$,光谱 无移动。当 $\rho = 0.4090 \text{ mm}$ 时, $\triangle \omega / \omega_0$ 由 -10.585%跃升到12.136%,即在此横向距离处产 生了第二阶光谱开关效应。 $T=10 \text{ fs}, \rho=0.1302$ mm时, $\triangle \omega / \omega_0$ 由 -5.500% 跃升到5.703%, $\rho=$ 0.4110 mm 时, $\triangle \omega / \omega_0$ 由 -5.568% 跃升到 5. 797%。因此,在色散介质中,在*m*, *n* 一定情况下, 超短脉冲厄米一高斯光束的轴上光谱蓝移,随脉冲 宽度增加,相对光谱移动减小,而光谱无移动和光谱 开关的横向距离几乎不变。



图 3 色散介质和真空中的超短脉冲 厄米-高斯光束的光谱开关

Fig. 3 Spectral switching of ultrashort pulsed Hermite-Gaussian beam in the dispersive media and free space

由图 4(b)看出,当 m=4, n=3 时,轴上相对光 谱移动 $\Delta \omega / \omega_0 = 1.398\%$,出现三阶光谱开关。即 $\rho=0.1290$ mm 时, $\Delta \omega / \omega_0$ 由 -6.025% 跃升到 9.203%,产生了第一阶光谱开关, $\rho=0.3070$ mm 时, $\Delta \omega / \omega_0$ 由 -8.212%跃升到 7.398%,产生了第 二阶光谱开关, $\rho=0.4010$ mm 时, $\Delta \omega / \omega_0$ 由 -4.814%跃升到 10.483%,产生了第三阶光谱开 关。当 m=5, n=5 时,轴上, $\Delta \omega / \omega_0 = 2.085\%$,出 现二阶光谱开关。即 $\rho=0.2370$ mm 时, $\Delta \omega / \omega_0$ 由 -10.610%跃升到 12.330%,产生了第一阶光谱开 关。 $\rho=0.5010$ mm 时, $\Delta \omega / \omega_0$ 由 -10.347%跃升 到11.873%,产生了第二阶光谱开关。因此,厄米函 数的阶数 m, n影响超短脉冲厄米-高斯光束的轴上 光谱蓝移大小和产生光谱开关的阶数及其横向 位置。

图 5 给出了色散介质和真空中超短脉冲厄米-高斯光束的相对光谱移动随横向距离的变化,计算 参量见图中标示。对于 *m*=7, *n*=7,在色散介质



图 4 超短脉冲厄米-高斯光束的相对 光谱移动随横向距离的变化

Fig. 4 Relative spectral shift of a pulsed

Hermite-Gaussian beam versus transversal distance ρ 中,轴上相对光谱移动 $\Delta \omega / \omega_0 = 2.085\%$,光谱无移 动的横向距离 $\rho = 0.119 \text{ mm}, 0.3170 \text{ mm}$ 和0.5420 mm。产生一、二和三阶光谱开关的横向距离分别 为 $\rho = 0.2030 \text{ mm}, 0.4170 \text{ mm}$ 和0.6570 mm,其相 对光谱跃变量分别为22.856%,21.890%和 20.856%。而在真空中,轴上相对光谱移动 $\Delta \omega / \omega_0$ = 2.093%,光谱无移动的横向距离 $\rho = 0.1720 \text{ mm},$ 0.4590 mm和0.7840 mm。产生光谱开关横向距离 $\rho = 0.2930 \text{ mm}, 0.6010 \text{ mm}$ 和0.9510 mm,其相对 光谱跃变量分别为23.017%,21.966%和21.102%。

对于 m=4, n=4, 在色散介质中, 轴上相对光 谱移动 $\Delta \omega / \omega_0 = 0.7030\%$, 产生光谱开关的横向距 离 $\rho=0.1302$ mm 和 0.4090 mm, 其相对光谱跃变 量分别为22.992%和22.720%。而在真空中, 轴上 相对光谱移动 $\Delta \omega / \omega_0 = 0.7034\%$, 产生光谱开关横 向距离 $\rho=0.1882$ mm 和 0.5930 mm, 其相对光谱 跃变量分别为23.212%和22.805%。

因此,色散介质中的相对光谱移动略小于真空 中的相对光谱移动,产生光谱开关的横向距离小于 真空中的相应阶的光谱开关的横向距离。无论在色 散介质中,还是在真空中,随着光谱开关的阶数增 加,光谱跃变量缓慢减小。由图 4 和图 5 的计算表 明,超短脉冲厄米-高斯光束的轴上相对光谱移动大 小与厄米函数的阶数 m, n 有关。当 m, n 均取奇 数时,其轴上相对光谱移动最大;当 m, n 取一奇一 偶时,其轴上相对光谱移动次之;当 m, n 均取偶数 时,其轴上相对光谱移动最小。





Fig. 5 Comparisons of the relative spectral shift of a pulsed Hermite-Gaussian beam versus transversal distance ρ in the dispersive media and free space

4 结 论

基于索末菲衍射积分公式,推导出了超短脉冲 厄米-高斯光束在色散介质中的谱强度的解析式,研 究了相位奇点附近光谱变化,并与真空中的光谱特 性进行了比较。结果表明,轴上光谱蓝移,蓝移大小 与厄米函数阶数*m*,*n*的取值大小,群速度大小和脉 冲宽度有关,而与群速度色散无关。在*m*,*n*一定情 况下,随脉冲宽度增加,相对光谱移动减小,光谱无 移动和产生光谱开关的横向距离几乎不变;色散介 质中的相对光谱移动略小于真空中的相对光谱移 动,产生光谱开关的横向距离,并且随光谱开关的阶数增

参考文献

- M. S. Soskin , M. V. Vasnetsov. Singular Optics (Progress in Optics Vol. 42) [M] Amsterdam North-Holland, 2001
- 2 J. Pu, H. Zhang. Spectral shifts and spectral switches of partially coherent light passing through an aperture [J]. Opt. Commun., 1999, 162(1): 57~63
- 3 J. T. Foley, E. Wolf. Phenomenon of spectral switches as a new effect in singular optics with polychromatic light [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2002, 19: 2510~2516
- 4 J. Pu, S. Nemoto, B. Lü. Effect of spectral correlations on spectral switches in the diffraction of partially coherent light [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2003, 20: 1933~1939
- 5 G. Gbur, T. D. Visser, E. Wolf. Anomalous behavior of spectra near phase singularities of focused waves [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, 88: 013901
- 6 G. Gbur, T. D. Visser, E. Wolf. Singular behavior of the spectrum in the neighborhood of focus [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2002, 19: 1694~1700
- 7 H. C. Kandpal, A. S. Vaishya. Experimental observation of the phenomenon of spectral switching for a class of partially coherent light [J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 2002, **38**, 336 ~339
- 8 H. C. Kandpal. Experimental observation of the phenomenon of spectral switch [J]. J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 2001, 3: 296~299
- 9 Wang Zhongyang, Zhang Zhengquan, Xu Zhizhan. Exact solution of the pulsed beams propagation in homogeneous dispersive media [J]. Chinese J. Lasers, 1997, A24(8):715

 ~ 720

王中阳,张正泉,徐至展. 脉冲光束在均匀色散介质中的传播 [J]. 中国激光,1997,A**24**(8):715~720

- 10 Wang Li, Han Xiuyou, Ultra-short Gaussian pulse expansion and deformation by high-order group velocity dispersion [J]. *Acta Optica Sinica*. 2007, 27(1): 138~142
 王 丽,韩秀友.高阶群速度色散引起的高斯超短脉冲宽度的 展宽和形变[J]. 光学学报,2007, 27(1): 138~142
- J. Pu, C. Cai, S. Nemoto. Spectral anomalies in Young's double-slit interference experiment [J]. Opt. Expess. 2004, 12: 5131~5139
- 12 Liu Liren. Laser communication in space. [. optical link and terminal technology [J]. Chinese J. Lasers, 2007, 34(1): 1 ~18 刘立人. 卫星激光通信. [. 链路和终端技术[J]. 中国激光, 2007,34(1): 1~18
- 13 Yang Zhengjun, Hu Wei, Zheng Yizhou. The ultrashort pulsed elegant Hermite-Gaussian beams [J]. Acta Optica Sinica. 2004, 24(11): 1571~1576
 杨振军,胡 巍,郑一周. 超短脉冲复宗量厄米高斯光束[J]. 光 学学报,2004,24(11): 1571~1576
- 14 G. P. Agrawal. Far-field diffraction of pulsed optical beams in dispersive media [J]. Opt. Commun. ,1999, 167: 15~22
- 15 M. Born, E. Wolf. Principles of Optics [M]. Ed. Seventh, Cambridge University Press, 1999. 512~516
- 16 Zou Qihui. Lü Baida. Propagation of ultrashort chirped pulsed Gaussian beams in free space [J]. Chinese J. Lasers, 2006, 33 (4): 499~503 邹其徽,吕百达. 啁啾脉冲高斯光束在自由空间的传输[J]. 中 国激光,2006,33(4): 499~503
- 17 G. P. Agrawal. Spectrum-induced changes in diffraction of pulsed optical beams. [J]. Opt. Commun. ,1998, 157: 52~56