文章编号: 0258-7025(2008)10-1510-06

厄米-余弦-高斯光束通过像散透镜的焦开关

黎 淼 王 莉 王喜庆

(西南交通大学理学院,四川成都 610031)

摘要 应用惠更斯-菲涅耳衍射积分公式,研究了厄米-余弦-高斯光束通过像散透镜后的焦开关现象。数值计算结 果表明,厄米-余弦-高斯光束通过有像散透镜的光学系统,在像散参数和光束菲涅耳数一定时,改变光学系统几何 参数 δ(即光束入射面到透镜的距离与透镜焦距之比),不仅在 δ = 1.0 时发生通常所说的焦开关现象,而且在 δ ≠ 1.0时的其他位置也可以产生焦开关现象,即焦开关现象不仅可以在几何焦点处产生,也可以在几何焦点右侧或左 侧产生。讨论了光束参数对焦开关的产生及其位置的影响;分析研究了在给定光束参数和光束菲涅耳数条件下, 光学系统几何参数 δ取不同值时,厄米-余弦-高斯光束通过像散透镜后的相对焦移随像散参数的变化规律。结果 表明,可以通过改变光束参数和像散参数来控制焦开关发生的位置和产生焦开关的次数。

关键词 几何光学;焦开关;光束传输理论;像散;厄米-余弦-高斯光束

中图分类号 O 435 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL20083510.1510

Focal Switch of Hermite-Cosine-Gaussian Beams Passing through an Astigmatic Lens

Li Miao Wang Li Wang Xiqing

(College of Science, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China)

Abstract Based on the general Huygens-Fresnel diffraction integral formula, the focal switch effect of Hermitecosine-Gaussian beams passing through an astigmatic lens is investigated in detail. The results of numerical calculations show that this kind of focal switch is dependent of the geometric parameter of the optical system δ , and the focal switch effect occurs regardless of whether the δ is 1.0 or not, i. e. the focal switches could occur not only at geometric focus but also at the right or the left of the geometric focus. The influence of beam parameter on the occurrence and the position of focal switches is discussed. The dependence of the relative focal shift on the astigmatic parameter is examined at different geometric parameters of the optical system δ for a particular beam parameter and Fresnel number. The result shows that the occurrence and the position of focal switches can be controlled by changing the beam parameter and astigmatic parameter.

Key words geometrical optics; focal switch; light propagation law; astigmatism; Hermite-cosine-Gaussian beams

1 引 言

有关光束传输的研究在微光学加工、光束质量 评价、光束测量及光束聚焦特性研究等应用中具有 十分重要的意义^[1~5]。由于焦移的存在,光束的聚 焦点与几何焦点并不重合^[6]。会聚球面波通过一类 被称为轴向超分辨衍射屏的光学系统,当系统的菲 涅耳数减小到一定程度时,焦点会出现一个突然的 跃变,这一新现象被称为焦开关^[7]。因为存在轴上 光强主极大与次极大,并且它们随系统参数变化,由 于这两个极大点的竞争导致了焦点的突然跃变即焦 开关的出现^[8]。已有许多文献对厄米-高斯光束、部 分相干光等光束通过不同光学系统的焦移和焦开关 现象进行了研究^[8~10]。本文从广义惠更斯-菲涅耳 衍射积分公式出发,推导了通过像散透镜的厄米-余

收稿日期:2007-11-06; 收到修改稿日期:2008-03-05

基金项目:西南交通大学校基金(2006B51)资助项目。

作者简介:黎 淼(1982—),男,重庆人,硕士研究生,主要从事激光传输与变换的研究。E-mail:limiao1982714@163.com

导师简介:王 莉(1959—),女,四川人,教授,硕士生导师,主要从事激光传输与变换的研究。

1511

弦-高斯光束的光强分布。分析讨论了像散存在时, 焦开关的产生与光学系统几何参数的关系。研究了 像散参数对相对焦移的影响,发现了一些新的现 象,具有潜在的应用价值。

2 理论模型

如图 1 所示,波长为 λ 的厄米 - 余弦 - 高斯光束 通过焦距为 f 的像散透镜 L_{\circ} 设入射厄米 - 余弦 - 高 斯光束的光腰位于入射面 RP₁ 处,入射面 RP₁ 与透 镜距离为 s,光学系统几何参数 $\delta = s/f_{\circ}$,从入射面



图 1 像散透镜光学系统 Fig.1 An astigmatic lens optical system

RP₁到出射面 RP₂的光束变换矩阵为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z/f & (-z/f)s + f + z \\ -1/f & 1 - s/f \end{bmatrix},$$
(1)
入射面上场分布为^[11]

$$E_{mm}(x_{0}, y_{0}, 0) = \exp\left[-\left(\frac{x_{0}^{2}}{w_{0}^{2}} + \frac{y_{0}^{2}}{w_{0}^{2}}\right)\right] H_{m}\left(\sqrt{2} \frac{x_{0}}{w_{0}}\right) \cos(\Omega_{0} x_{0}) H_{n}\left(\sqrt{2} \frac{y_{0}}{w_{0}}\right) \cos(\Omega_{0} y_{0}),$$
(2)

式中 $H_m\left(\sqrt{2} \frac{x_0}{w_0}\right)$ 和 $H_n\left(\sqrt{2} \frac{y_0}{w_0}\right)$ 分别为 m 和 n 阶厄米多项式, w_0 为相应基模高斯光束束腰宽度, Ω_0 为与余弦 项相关的参数。由柯林斯(Collins) 公式得到考察面 RP₂ 处场分布为

$$\begin{split} E_{nm}(x,y,z) &= E_{m}(x,z)E_{n}(y,z) = \\ & \frac{\mathrm{i}}{\lambda B} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\left(\frac{x_{0}^{2}}{w_{0}^{2}} + \frac{y_{0}^{2}}{w_{0}^{2}}\right)\right] \mathrm{H}_{m}\left(\sqrt{2} \frac{x_{0}}{w_{0}}\right) \cos(\Omega_{0} x_{0}) \mathrm{H}_{n}\left(\sqrt{2} \frac{y_{0}}{w_{0}}\right) \cos(\Omega_{0} y_{0}) \times \\ & \exp\left[-\mathrm{i}kC_{6}\left(x_{0}^{2} - y_{0}^{2}\right)\right] \exp\left\{-\frac{\mathrm{i}k}{2B} \left[A(x_{0}^{2} + y_{0}^{2}) - 2(x_{0} x + y_{0} y) + D(x^{2} + y^{2})\right]\right\} \mathrm{d}x_{0} \mathrm{d}y_{0} \,, \, (3) \end{split}$$

式中 $\exp[-ikC_6(x_0^2-y_0^2)]$ 为像散透镜的简单像散因子 $[12\sim 14]$, C_6 为像散系数。A, B, C, D为入射面 RP₁至出 射面 RP₂的变换矩阵元素。

由积分公式[15]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(x-y)^2}{2u}\right] \mathbf{H}_m(x) dx = (2\pi u)^{1/2} (1-2u)^{m/2} \mathbf{H}_m\left(\frac{y}{\sqrt{1-2u}}\right),\tag{4}$$

得出射面 RP₂ 处轴上光场分布为

$$E_{mn}(x,y,z) = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{i\pi N_w}{\xi}} \left(-\frac{\eta}{\xi}\right)^{-m/2} \sqrt{\frac{i\pi N_w}{\xi'}} \left(-\frac{\eta'}{\xi'}\right)^{-m/2} \exp\left[-\frac{iD\pi N_w}{B/f} \left(\frac{x^2}{w_0^2} + \frac{y^2}{w_0^2}\right)\right] \times \left\{ \exp\left[-\frac{(B/f)\left[\frac{\beta}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}\pi N_w}{B/f}\frac{x}{w_0}\right]^2}{2\xi}\right] H_m \left[\frac{\beta(B/f) + 2\pi N_w}{\sqrt{2\xi\eta}}\right] + \exp\left[-\frac{(B/f)\left[\frac{-\beta}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}\pi N_w}{B/f}\frac{x}{w_0}\right]^2}{2\xi}\right] H_m \left[\frac{-\beta(B/f) + 2\pi N_w}{\sqrt{2\xi\eta}}\right] \right\} \times \left\{ \exp\left[-\frac{(B/f)\left[\frac{\beta}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}\pi N_w}{B/f}\frac{y}{w_0}\right]^2}{2\xi'}\right] H_n \left[\frac{\beta(B/f) + 2\pi N_w}{\sqrt{2\xi\eta}}\frac{y}{w_0}\right] \right\} + \exp\left[-\frac{(B/f)\left[\frac{\beta}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}\pi N_w}{B/f}\frac{y}{w_0}\right]^2}{2\xi'}\right] H_n \left[\frac{\beta(B/f) + 2\pi N_w}{\sqrt{2\xi\eta'}}\frac{y}{w_0}\right] + \exp\left[-\frac{(B/f)\left[\frac{\beta}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}\pi N_w}{B/f}\frac{y}{w_0}\right]^2}{2\xi'}\right] H_n \left[\frac{\beta(B/f) + 2\pi N_w}{\sqrt{2\xi'\eta'}}\frac{y}{w_0}\right] \right\}, \quad (5)$$

由场分布(5)式,可得厄米 - 余弦 - 高斯光束通过光学系统聚焦后的光强分布

$$I(x,y,z) = E(x,y,z)E^{*}(x,y,z),$$
(6)

x = y = 0,可得轴上光强分布

$$\begin{split} I(0,0,z) &= \frac{\pi^2 N_w^2}{\sqrt{(B/f)^2 + \pi^2 N_w^2 [A + 2\alpha(B/f)]^2}} \frac{1}{\sqrt{(B/f)^2 + \pi^2 N_w^2 [A - 2\alpha(B/f)]^2}} \times \\ &\exp\left\{-\frac{\beta^2}{2} \frac{(B/f)^2}{(B/f)^2 + \pi^2 N_w^2 [A + 2\alpha(B/f)]^2}\right\} H_m^2 \left\{\frac{\beta(B/f)}{\sqrt{2(B/f)^2 + 2\pi^2 N_w^2 [A + 2\alpha(B/f)]^2}}\right\} \times \\ &\exp\left\{-\frac{\beta^2}{2} \frac{(B/f)^2}{(B/f)^2 + \pi^2 N_w^2 [A - 2\alpha(B/f)]^2}\right\} H_n^2 \left\{\frac{\beta(B/f)}{\sqrt{2(B/f)^2 + 2\pi^2 N_w^2 [A - 2\alpha(B/f)]^2}}\right\}, (7) \end{split}$$

将(1)式代入(7)式可得

$$I(0,0,z) = \frac{\pi^2 N_w^2}{\sqrt{[(1-s/f)z/f+1]^2 + \pi^2 N_w^2 \{2\alpha[(1-s/f)z/f+1] - z/f\}^2}} \times \frac{1}{\sqrt{[(1-s/f)z/f+1]^2 + \pi^2 N_w^2 \{2\alpha[(1-s/f)z/f+1] + z/f\}^2}} \times exp\{-\frac{\beta^2}{2} \frac{[(1-s/f)z/f+1]^2 + \pi^2 N_w^2 \{2\alpha[(1-s/f)z/f+1] - z/f\}^2}}{[(1-s/f)z/f+1]^2 + \pi^2 N_w^2 \{2\alpha[(1-s/f)z/f+1] - z/f\}^2}\} \times exp\{-\frac{\beta^2}{2} \frac{\beta[(1-s/f)z/f+1]^2 + 2\pi^2 N_w^2 \{2\alpha[(1-s/f)z/f+1] - z/f\}^2}{[(1-s/f)z/f+1]^2 + 2\pi^2 N_w^2 \{2\alpha[(1-s/f)z/f+1] + z/f\}^2}\} \times exp\{-\frac{\beta^2}{2} \frac{[(1-s/f)z/f+1]^2 + \pi^2 N_w^2 \{2\alpha[(1-s/f)z/f+1] - z/f\}^2}{[(1-s/f)z/f+1]^2 + \pi^2 N_w^2 \{2\alpha[(1-s/f)z/f+1] + z/f\}^2}\} \times H_n^2\{\frac{\beta[(1-s/f)z/f+1]^2 + 2\pi^2 N_w^2 \{2\alpha[(1-s/f)z/f+1] + z/f\}^2}{\sqrt{2[(1-s/f)z/f+1]^2 + 2\pi^2 N_w^2 \{2\alpha[(1-s/f)z/f+1] + z/f\}^2}}\},$$
(8)

(8)式即为本文所得厄米-余弦-高斯光束通过像散透镜的轴上光强分布式。

3 数值计算与分析

由厄米多项式的性质可知,阶数 m,n 均为偶数 时,轴上光强分布才不为零。在数值分析中取阶数 m = 2, n = 2(以下不再说明)。图 2 是厄米-余弦-高斯 光束通过像散透镜聚焦后的轴上光强分布图。由图 2(a)可以看出,当 $\delta = 0.4$ 时,光强最大值位置(实际 焦点)位于几何焦点左侧,且随像散参数 α 的增大而 远离几何焦点,即逐渐靠近像散透镜,光强最大值随 α 的增加而减小;由图 2(b)可以看出,当 $\delta = 1.6$ 时, 光强最大值位置(实际焦点)位于几何焦点右侧,且 随像散参数 α 的增大而远离几何焦点和像散透镜, 光强最大值也随 α 的增加而减小。比较图 2(a)和 (b)可以看出,厄米-余弦-高斯光束通过有像散的光 学系统时,对确定的像散参数 α ,改变光学系统几何 参数 δ 可以使实际焦点分别位于几何焦点的左右两 侧,即产生所谓的焦开关现象。

图 3 为像散参数 $\alpha = 0.2$, $\beta = 1.0$ 和 $N_w = 2.0$ 时, 厄米 - 余弦 - 高斯光束通过像散透镜聚焦后的轴 上光强分布曲线。由图 3(a) 可以看出,当光学系统 几何参数 $\delta = 0.2$ 时,轴上光强在透镜与几何焦点 之间有两个光强极大值,且靠近透镜的左光强极大 值大于右光强极大值,即左光强极大值位置为实际 焦点位置;当 $\delta = 0.45$ 时,两个光强极大值相等;而 当 $\delta = 0.8$ 时,右光强极大值大于左光强极大值,即 右光强极大值位置为实际焦点位置。可见,当 $0 < \delta$ <1时,改变光学系统几何参数δ,可以改变轴上光 强最大值的位置。由图 3(b) 可以看出,当 $\delta = 1.0$ 时,光强最大值位于几何焦点处。增大δ的值,出现 了与图 3(a) 类似并对称的情况, 当 $\delta = 1.4$ 时, 在几 何焦点右侧有两个光强极大值,且靠近几何焦点的 左光强极大值大于右光强极大值,即左光强极大值 位置为实际焦点位置;当δ=1.55时,两个光强极大 值相等;而当 $\delta = 1.8$ 时,右光强极大值大于左光强





极大值,即右光强极大值位置为实际焦点位置。可 见,在几何焦点右侧,改变光学系统几何参数δ,也可 以改变轴上光强最大值位置。由图3的分析可知,在 像散参数α取特定值时,通过改变光学系统几何参数 δ,可以控制轴上光强最大值(实际焦点)的位置。

图 4(a)为厄米-余弦-高斯光束通过像散透镜聚 焦后的相对焦移 Δz_i 随光学系统几何参数 δ 变化的 情况。相对焦移 $\Delta z_f = z_{max}/f$,即轴上最大光强点位 置与透镜焦距之比。取光束参数 $\beta = 0.2$,在 $0 < \delta <$ 1时,实际焦点位置随δ值的增加而远离几何焦点 (靠近透镜);在 $\delta = 1.0$ 处相对焦移 Δz_f 从负值变为 正值,轴上光强最大值的位置发生突然跃变,即产生 了焦开关现象;当 $\delta > 1.0$ 时,实际焦点随 δ 增加而 靠近几何焦点。当光束参数 $\beta = 0.5$, 且 $0 \leq \delta <$ 0.26 时,相对焦移 $|\Delta z_t|$ 随 δ 的增大而增大; 当 $\delta =$ 0.26时,相对焦移 Δz_t 产生一次跃变,即出现焦开关 现象;当0.26 $< \delta < 1$ 时,相对焦移 $|\Delta z_t|$ 随 δ 的增大 而减小;当 $\delta = 1.0$ 时,相对焦移产生跃变,即在 $\delta =$ 1.0 处又一次产生焦开关现象;当 $1 < \delta < 1.74$ 时, 相对焦移 $|\Delta z_t|$ 随 δ 的增大而增大; 当 $\delta = 1.74$ 时, 相对焦移产生第三次跃变,又出现焦开关现象;当光 束参数 $\beta = 1.2$ 时,相对焦移 $\Delta z_{\rm f}$ 随光学系统几何参 数δ的变化曲线与β = 0.5的情况不同,相对焦移仅 产生了两次跃变,分别在 $\delta = 0.59$ 和 $\delta = 1.41$ 处;光 束参数 $\beta = 1.35$ 时,相对焦移 Δz_f 随光学系统几何 参数 δ 的变化曲线与 $\beta = 0.2$ 时相似,变化趋势相 同,仅是跃变量不同而已,说明了图 4(a) 条件下焦 开关发生的位置在像散参数和菲涅耳数不变的情况 下与光束参数有关。综上分析可知,当 $\alpha = 0.2$, N_w = 2.0 时,对不同的光束参数,在δ的变化过程中可 以产生一次焦开关现象、二次焦开关现象,甚至可以 产生三次焦开关现象,这主要由像散参数和光束参



图 4 相对焦移 Δz_f 随 $\delta(a)$ 和 $\alpha(b)$ 的变化曲线 Fig. 4 Relative focal shift versus $\delta(a)$ and $\alpha(b)$

数决定。

图 4(b)为给定光束参数 β 和菲涅耳数 N_w ,在 光学系统几何参数δ取不同值时, 厄米-余弦-高斯 光束通过像散透镜聚焦后的相对焦移 Δzi 随像散参 数 α 的变化曲线。由图 4(b) 可以看出,当 $\delta = 0.2$ 时, 相对焦移 $|\Delta z_{\rm f}|$ 随 α 的增大而增大,无焦开关现象产 生。当 $\delta = 0.6$, 且 $0 \leq \alpha < 0.15$ 时, 相对焦移 $|\Delta z_t|$ 随 α 的增大而增大, 当 $\alpha = 0.15$ 时, 相对焦移 $\Delta z_{\rm f}$ 产生一次跃变,即产生焦开关现象;当0.15 < α < 0.39时,相对焦移 $|\Delta z_t|$ 仍然随 α 的增大而增大, 当 $\alpha = 0.39$ 时,相对焦移 Δz_i 产生二次跃变,即又产 生一次焦开关现象;当 $\alpha > 0.39$ 时,相对焦移 $|\Delta z_f|$ 随 α 的增大而增大。当 $\delta = 0.8$, 且 $0 \leq \alpha <$ 0.13 时,相对焦移 $|\Delta z_f|$ 随 α 的增大而增大,当 $\alpha =$ 0.13 时,相对焦移 Δz_i 产生跃变,即产生焦开关;当 α > 0.13时,相对焦移 $|\Delta z_f|$ 随 α 的增大而增大。当 δ $= 1.0, 10 \leq \alpha \leq 0.115$ 时,轴上光强有两个相等 的最大值对称分布于几何焦点两侧;在0.115 < α < 0.32 区间,相对焦移 $|\Delta z_t|$ 不随像散参数 α 的变化而 变化,且光强极大值位于几何焦点处;当 $\alpha \ge 0.32$ 时,轴上光强又出现两个对称分布于几何焦点两侧 的相等的最大值,且最大值点间距随像散参数 α 的 增大而增大,如图 5 所示。由图 4(b) 还可看出,δ > $1.0 与 \delta < 1.0$ 时的情况关于 $\delta = 1.0$ 是对称的。即 $\delta = 1.2, 1.4, 1.8$ 时,相对焦移 Δz_f 随 α 的变化与 δ = 0.8, 0.6, 0.2 相对 δ = 1.0 完全对称, 而且 δ < 1.0 时, 随 δ 的增加, 产生焦开关的临界值 α 是逐渐 减小的;δ>1.0时,产生焦开关的临界值α是随δ的 增加逐渐增加的。





4 结 论 研究了厄米-余弦-高斯光束通过像散透镜的聚 焦特性,推导出了厄米-余弦-高斯光束通过像散透 镜的场分布函数及空间光强分布的解析表达式。通 过改变光束参数和像散参数可以控制光束轴上最大 光强的位置,也可以控制焦开关发生的位置和产生 焦开关的次数。改变光学系统几何参数和光束参数 可以使焦开关发生在轴上不同位置,还可以使焦开 关发生一次、二次甚至三次。在采用更为简单的无 光阑光学系统条件下,由于像散的存在使得焦开关 并不限于发生在转折点 $\delta = 1.0 \pm 2000$;在特定条件下, 会在 $\delta = 1.0 \pm 2000$ 会

参考文献

 Chen Yuan, Pu Jixiong, Liu Xiaoyun. Focusing properties of the partially coherent beams [J]. Chinese J. Lasers, 2006, 33 (10):1375~1378

```
陈 媛,蒲继雄,刘晓云. 部分相干光的聚焦特性[J]. 中国激
光, 2006, 33(10):1375~1378
```

- 2 Yu Yong'ai, Zhang Lingling, Tang Qianjin *et al.*. Real-time laser beam quality measurement technique [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, 34(2):255~258 于永爱,张玲玲,唐前进等. 激光束质量实时测量技术[J]. 中 国激光, 2007, 34(2):255~258
- 3 Pan Liuzhan, Ding Chaoliang, Peng Yufeng. On-axis spectral switches of Gaussian Schell-model beams focused by an astigmatic aperture lens [J]. Acta Optica Sinica, 2007, **27**(6): 1116~1121 愛知上工程直 老工校, 建水道偽教系院取在宣集,創作提到

潘留占,丁超亮,彭玉峰. 被光阑像散透镜聚焦高斯-谢尔模型 光束轴上的光谱开关[J]. 光学学报,2007,27(6):1116~1121

4 Ye Hongwei, Li Xinyang, Xian Hao *et al.*. Relationship between the beam excursion error and the beam quality β factor of long-term exposure spot [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, 34 (6):809~813
叶红卫,李新阳,鲜 浩等. 光束漂移误差与长曝光光斑光束

质量 β因子的关系[J]. 中国激光, 2007, **34**(6):809~813 5 Gao Xuesong, Gao Chunqing, Yu Jing *et al.*. Influence of optical interference and system aberration on laser beam

parameter measurement precision [J]. Acta Optica Sinica, 2006, **26**(6):841~844 高雪松,高春清,于 竞等. 光学系统像差与光场干涉对激光

同当忙,同任佰,丁 見守. 元子杀死隊左马元吻下砂刈淑九 参量测量精度的影响[J]. 光学学报, 2006, **26**(6):841~844

- 6 Yajun Li, Emil Wolf. Focal shift in focused truncated Gaussian beam [J]. Opt. Commun., 1982, 42(3):151~156
- 7 Manuel Martínez Corral, Vicent Climent. Focal switch: a new effect in low-Fresnel-number systems [J]. Appl. Opt., 1996, 35(1):24~27
- Peng Runwu, Lü Baida. Focal switch of Hermite-Gaussian beams [J]. Acta Physica Sinica, 2003, **52**(11):2795~2802 彭润伍,吕百达. 厄米高斯光束的焦开关[J]. 物理学报, 2003, **52**(11):2795~2802
- 9 Liu Xiaoyun, Pu Jixiong. Focal shift and focal switch of partially coherent light in dual focus systems [J]. Journal of Huaqiao University, 2006, 27(2):137~140
 刘晓云,蒲继雄. 部分相干光在双焦聚焦系统中的焦移和焦开 关[J]. 华侨大学学报, 2006, 27(2):137~140
- 10 Yangsu Zeng, Runwu Peng, Dianyuan Fan. Focal switch in an unapertured converging Hermite-cosine-Gaussian beams [J]. Opt. Laser Technol., 2006, 38:620~625
- 11 Wang Xiqing, Lü Baida. Propagation properties of Hermite-

cosine-Gaussian beams [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2003, **15**(6):551~554 王喜庆,吕百达. 厄米余弦高斯光束的传输特性[J]. 强激光与 粒子束, 2003, **15**(6):551~554

- 12 Max Born, Emil Wolf. Principles of Optics [M]. 7th edition. London: Cambridge University Press, 1999
- 13 Ji Xiaoling, Lü Baida. Transformation properties of Gaussian beams passing through an astigmatic lens [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2000, 12(4):397~400

季小玲, 吕百达. 像散透镜对高斯光束的变换特性[J]. 强激光 与粒子束, 2000, **12**(4):397~400

- Pan Liuzhan, Lü Baida. Focusing properties of partially coherent light passing through an astigmatic lens [J]. Laser Technology, 2003, 27(4):374~376
 潘留占,吕百达. 部分相干光通过像散透镜的聚焦特性[J]. 激光技术, 2003, 27(4):374~376
- 15 A. Erdelyi, W. Magnus, F. Oberhettinger *et al.*. Tables of Integral Transforms [M]. New York; McGraw Hill, 1954