

文章编号: 0258-7025(2008)01-0067-06

# 部分相干电磁厄米-高斯光束通过湍流大气传输的偏振特性

季小玲 陈森会 李晓庆

(四川师范大学物理学院, 四川 成都 610068)

**摘要** 采用相干性和偏振性统一理论, 推导出了部分相干电磁厄米-高斯(EHG)光束在湍流大气中传输时偏振度的解析式, 并给出了偏振度保持传输不变的条件。研究表明, 部分相干电磁厄米-高斯光束的偏振度由大气折射率结构常数、光束相关长度、厄米多项式阶数、光束初始偏振度相关常数和观察点位置共同决定。经过足够长的传输距离后, 光束的偏振度将趋于源平面处的初始值, 并与光束相关长度、厄米多项式阶数以及湍流的强弱均无关系。电磁高斯-谢尔模型(EGSM)光束通过湍流大气传输时光束偏振度的变化作为所得结果的特例给出。

**关键词** 大气光学; 偏振特性; 相干性和偏振性统一理论; 大气湍流; 部分相干电磁厄米-高斯光束

**中图分类号** P 427. 1; O 436. 3; TN 012 **文献标识码** A

## Polarization Properties of Partially Coherent Electromagnetic Hermite-Gaussian Beams in Atmospheric Turbulence

Ji Xiaoling Chen Senhui Li Xiaoqing

(Department of Physics, Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan 610068, China)

**Abstract** Based on the unified theory of coherence and polarization, the expression for the degree of polarization of partially coherent electromagnetic Hermite-Gaussian (EHG) beams in atmospheric turbulence is derived, and the conditions for keeping polarization invariance are also given. It is shown that the degree of polarization of partially coherent EHG beams in atmospheric turbulence at the observation point  $(x, y, z)$  depends on refraction index structure constant of turbulence, coherence length of the source, order numbers of Hermite polynomial, and constant associated with the degree of polarization of the source. However, after a long-propagation distance, the degree of polarization in turbulence tends to the value at the source plane. The result is independent of coherent length and order number of Hermite polynomial, and the strength of turbulence. The change in the polarization of electromagnetic Gaussian Schell-model (EGSM) beams is just a special case of the obtained results.

**Key words** atmospheric optics; polarization property; unified theory of coherence and polarization; atmospheric turbulence; partially coherent electromagnetic Hermite-Gaussian beam

### 1 引言

由于大气湍流会引起完全相干光迅速扩展而使得完全相干光在遥感、跟踪和远距离光通信等应用中受到限制。近 20 年来, 人们对部分相干光通过湍流大气的传输做了大量的研究<sup>[1~6]</sup>。近来潘留占<sup>[7]</sup>采用光束相干-偏振矩阵方法研究了被光阑衍射部分偏振高斯-谢尔模型(GSM)光束的远场特性。然而, 主要工作限于用标量近似理论研究部分相干光在湍流大气中的传输特性。近来, Emil Wlof 教授

提出了相干性和偏振性统一的理论<sup>[8]</sup>, 该理论使统一研究光束的光谱、相干性和偏振性变化成为可能。最近, 蒲继雄<sup>[9]</sup>基于相干性和偏振性统一理论研究了电磁高斯-谢尔模型(EGSM)光束通过自由空间传输光谱和偏振的不变性。Hema Roychowdhury 等<sup>[10~12]</sup>还采用相干性和偏振性统一理论研究了 EGSM 光束通过湍流大气传输光束偏振度的变化。另一方面, 实际激光束存在多模情况, 因此研究部分相干电磁高阶高斯光束通过湍流大气传输光束偏振

收稿日期: 2007-03-27; 收到修改稿日期: 2007-06-12

基金项目: 国家自然科学基金(60778048)资助项目。

作者简介: 季小玲(1963—), 女, 教授, 博士, 主要从事激光束的传输与光束质量控制研究。E-mail: jiXL100@163.com

度的变化是十分重要的。本文以广义惠更斯-菲涅耳原理为基础,并采用相干性和偏振性统一理论,研究部分相干电磁厄米-高斯(EHG)光束通过湍流大气的偏振特性,得到一些有意义的结果。

## 2 理论模型

### 2.1 电磁交叉谱密度矩阵

考虑在湍流大气中近  $z$  轴传输的部分相干电磁

厄米-高斯光束,其相干和偏振特性可由二阶电磁交叉谱密度矩阵描述<sup>[13]</sup>,即

$$\mathbf{W} \equiv W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z, \omega) = \langle E_i^*(\mathbf{r}_1, z, \omega) E_j(\mathbf{r}_2, z, \omega) \rangle, \quad (i = x, y; j = x, y) \quad (1)$$

式中  $\omega$  为圆频率,  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$  为位置矢量,  $E_x, E_y$  为两正交并与  $z$  轴方向相垂直的场分量,  $*$  表示共轭量,  $\langle \rangle$  表示系综平均。

根据广义惠更斯-菲涅耳原理,(1)式表征的电磁交叉谱密度矩阵元素通过湍流大气传输应满足<sup>[14]</sup>

$$W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z, \omega) = \left( \frac{k}{2\pi z} \right)^2 \iint d\mathbf{r}'_1 d\mathbf{r}'_2 W_{ij}^{(0)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) \times \exp \left\{ - \left( \frac{ik}{2z} \right) [(\mathbf{r}'_1{}^2 - \mathbf{r}'_2{}^2) - 2(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}'_2) + (\mathbf{r}_1^2 - \mathbf{r}_2^2)] \right\} \langle \exp[\psi(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_1) + \psi^*(\mathbf{r}'_2, \mathbf{r}_2)] \rangle, \quad (2)$$

式中波数  $k = \omega/c$  ( $c$  为真空中的光速),  $W_{ij}^{(0)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega)$  为  $z = 0$  平面处的电磁交叉谱密度矩阵元素,  $\psi(\mathbf{r}', \mathbf{r})$  表示大气湍流对球面波影响的随机相位因子。采用 Rytov 相位结构函数,并进行二次近似,当  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$  时有<sup>[15]</sup>

$$\langle \exp[\psi(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}) + \psi^*(\mathbf{r}'_2, \mathbf{r})] \rangle \cong \exp \left[ - \frac{(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2)^2}{\rho_0^2} \right], \quad (3)$$

式中  $\rho_0$  为球面波通过湍流介质的相干长度

$$\rho_0 = (0.545 C_n^2 k^2 z)^{-3/5}, \quad (4)$$

式中  $C_n^2$  为折射率结构常数<sup>[14]</sup>, 它表征湍流的强弱。

当  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$  时,在直角坐标系下(2)式可以写为

$$W_{ij}(x, y, z, \omega) = \left( \frac{k}{2\pi z} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx'_1 dx'_2 dy'_1 dy'_2 W_{ij}^{(0)}(x'_1, x'_2, y'_1, y'_2, \omega) \times \exp \left\{ \frac{ik}{2z} [(x'_1{}^2 - 2x'_1 x - x'_2{}^2 + 2x'_2 x)] \right\} \exp \left[ - \frac{(x'_1{}^2 - 2x'_1 x'_2 + x'_2{}^2)}{\rho_0^2} \right] \times \exp \left\{ \frac{ik}{2z} [(y'_1{}^2 - 2y'_1 y - y'_2{}^2 + 2y'_2 y)] \right\} \exp \left[ - \frac{(y'_1{}^2 - 2y'_1 y'_2 + y'_2{}^2)}{\rho_0^2} \right]。 \quad (5)$$

根据文献[16]引入高斯型的谱相干度函数,完全相干光可以拓展为部分空间相干光,并且可以由完全相干光束通过随机相位板或液晶产生。在直角坐标系下,设  $z = 0$  平面处部分相干电磁厄米-高斯光束的电磁交叉谱密度矩阵对角元素为

$$W_{ii}^{(0)}(x'_1, x'_2, y'_1, y'_2, \omega) = I_i H_m \left( \frac{\sqrt{2}x'_1}{\omega_{0i}} \right) H_m \left( \frac{\sqrt{2}x'_2}{\omega_{0i}} \right) \exp \left( - \frac{x'_1{}^2 + x'_2{}^2}{\omega_{0i}^2} \right) \exp \left[ - \frac{(x'_1 - x'_2)^2}{2\sigma_{0i}^2} \right] \times H_n \left( \frac{\sqrt{2}y'_1}{\omega_{0i}} \right) H_n \left( \frac{\sqrt{2}y'_2}{\omega_{0i}} \right) \exp \left( - \frac{y'_1{}^2 + y'_2{}^2}{\omega_{0i}^2} \right) \exp \left[ - \frac{(y'_1 - y'_2)^2}{2\sigma_{0i}^2} \right], \quad (6)$$

式中  $I_i$  为与光束初始偏振度相关的一常数,  $\omega_{0i}$  为对应高斯光束束腰宽度,  $H_m$  和  $H_n$  分别为  $m$  阶和  $n$  阶厄米多项式,  $\sigma_{0i}$  为光束的相关长度。一般来讲,  $I_i, \omega_{0i}$  和  $\sigma_{0i}$  与位置无关,而与频率有关。

为简便起见,令

$$W_{ij}^{(0)}(x'_1, x'_2, y'_1, y'_2, \omega) = W_{ji}^{(0)}(x'_1, x'_2, y'_1, y'_2, \omega) = 0, \quad (i \neq j) \quad (7)$$

$$\omega_{0x} = \omega_{0y} = \omega_0, \quad (8)$$

将(6)式代入(5)式,并利用积分公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n \exp(-px^2 + 2qx) dx = n! \sqrt{\frac{\pi}{p}} \left( \frac{q}{p} \right)^n \exp \left( \frac{q^2}{p} \right) \sum_{k=0}^{[n/2]} \frac{1}{(n-2k)! k!} \left( \frac{p}{4q^2} \right)^k, \quad (9)$$

和

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(x-y)^2] H_n(\alpha x) dx = \sqrt{\pi}(1-\alpha^2)^{n/2} H_n\left[\frac{\alpha y}{(1-\alpha^2)^{1/2}}\right], \quad (10)$$

经过积分运算后得到

$$W_{ii}(x, y, z, \omega) = I_i b^2 d_i^{-1} \rho'_{0i}{}^4 Q_{1i} Q_{2i} \exp\left[-\frac{a^2 b^2 \rho'_{0i}{}^4}{d_i} (x^2 + y^2)\right], \quad (11)$$

$$\text{式中 } a = \sqrt{2}/\omega_0, \quad (12)$$

$$b = k/(2z), \quad (13)$$

$$\rho'_{0i}{}^2 = \frac{2\rho_0^2 \sigma_{0i}^2}{\rho_0^2 + 2\sigma_{0i}^2}, \quad (14)$$

$$Q_{1i} = \sum_{l_{x2}=0}^{[m/2]} \sum_{l_{x1}=0}^{[m/2]} \sum_{l_n=0}^{m-2l_{x1}} \sum_{k_1=0}^{(m-2l_{x2}+l_n)/2} (-1)^{l_{x2}+l_{x1}} 2^{l_{x2}+l_{x1}} T_{l_{x2}} T_{l_{x1}} \binom{m}{2l_{x2}} \binom{m}{2l_{x1}} \binom{m-2l_{x1}}{l_n} \times$$

$$\frac{(m-2l_{x2}+l_n)!}{(m-2l_{x2}+l_n-2k_1)! k_1!} (c_i - ib)^{-m+l_{x1}+k_1} (c_i - a^2 - ib)^{l_{x1}} (-2ibx)^{m-2l_{x1}-l_n} d_i^{-m+2l_{x2}-l_n+k_1} \times$$

$$[\rho'_{0i}{}^2 (2ibx)(c_i - ib) - 2ibx]^{m-2l_{x2}+l_n-2k_1} \rho'_{0i}{}^{2m-4l_{x2}} a^{2m-2l_{x2}-2l_{x1}}, \quad (15)$$

$$c_i = 1/\omega_0^2 + 1/\rho'_{0i}{}^2, \quad (16)$$

$$d_i = \rho'_{0i}{}^4 (b^2 + c_i^2) - 1, \quad (17)$$

将(15)式  $Q_{1i}$  中  $x$  换成  $y$ ,  $m$  换成  $n$  即得到  $Q_{2i}$ , 其中

$$T_{l_{xj}} = 1 \times 3 \times \dots \times (2l_{xj} - 1), \quad (l_j \neq 0, j = 1, 2) \quad (18)$$

$$\binom{m}{2l_{xj}} = m! / [(m - 2l_{xj})! (2l_{xj})!], \quad (19)$$

$$\binom{m-2l_{x1}}{l_n} = (m - 2l_{x1})! / [(m - 2l_{x1} - l_n)! (l_n)!]. \quad (20)$$

## 2.2 偏振度

$z$  平面处光束的偏振度可表示为<sup>[8,9]</sup>

$$P(x, y, z, \omega) = \sqrt{1 - \frac{4\text{Det}\mathbf{W}(x, y, z, \omega)}{[\text{Tr}\mathbf{W}(x, y, z, \omega)]^2}} = \frac{|W_{xx}(x, y, z, \omega) - W_{yy}(x, y, z, \omega)|}{W_{xx}(x, y, z, \omega) + W_{yy}(x, y, z, \omega)}, \quad (21)$$

式中 Det 表示行列式, Tr 表示矩阵的迹。

将(6)式代入(21)式, 得到  $z = 0$  平面处部分相干电磁厄米 - 高斯光束的偏振度

$$P_0 = P(x, y, 0, \omega) = \frac{|I_y - I_x|}{I_y + I_x}, \quad (22)$$

可以看出, 部分相干电磁厄米 - 高斯光束在  $z = 0$  平面处各点的偏振度相同, 即为均匀偏振。

将(11)式代入(21)式, 得到  $z$  平面处部分相干电磁厄米 - 高斯光束在湍流大气中的偏振度

$$P(x, y, z, \omega) = \frac{\left| I_y d_y^{-1} \rho'_{0y}{}^4 Q_{1y} Q_{2y} \exp\left[-\frac{a^2 b^2 \rho'_{0y}{}^4}{d_y} (x^2 + y^2)\right] - I_x d_x^{-1} \rho'_{0x}{}^4 Q_{1x} Q_{2x} \exp\left[-\frac{a^2 b^2 \rho'_{0x}{}^4}{d_x} (x^2 + y^2)\right] \right|}{I_y d_y^{-1} \rho'_{0y}{}^4 Q_{1y} Q_{2y} \exp\left[-\frac{a^2 b^2 \rho'_{0y}{}^4}{d_y} (x^2 + y^2)\right] + I_x d_x^{-1} \rho'_{0x}{}^4 Q_{1x} Q_{2x} \exp\left[-\frac{a^2 b^2 \rho'_{0x}{}^4}{d_x} (x^2 + y^2)\right]}, \quad (23)$$

(23)式表明, 部分相干电磁厄米 - 高斯光束的偏振度由大气折射率结构常数  $C_n^2$ , 光束的相关长度  $\sigma_{0i}$ , 厄米多项式的阶数  $m$  和  $n$ , 光束初始偏振度相关常数  $I_i$  和观察点位置  $(x, y, z)$  共同决定。

对(23)式讨论如下:

1) 当  $m = n = 0$  时, 由(15)式知  $Q_{1i} = Q_{2i} = 1$ , 此时(23)式简化为 EGSM 光束在湍流大气中偏振度的传输方程, 即

$$P(x, y, z, \omega) = \frac{\left| I_y d_y^{-1} \rho'_{0y}{}^4 \exp\left[-\frac{a^2 b^2 \rho'_{0y}{}^4}{d_y} (x^2 + y^2)\right] - I_x d_x^{-1} \rho'_{0x}{}^4 \exp\left[-\frac{a^2 b^2 \rho'_{0x}{}^4}{d_x} (x^2 + y^2)\right] \right|}{I_y d_y^{-1} \rho'_{0y}{}^4 \exp\left[-\frac{a^2 b^2 \rho'_{0y}{}^4}{d_y} (x^2 + y^2)\right] + I_x d_x^{-1} \rho'_{0x}{}^4 \exp\left[-\frac{a^2 b^2 \rho'_{0x}{}^4}{d_x} (x^2 + y^2)\right]}. \quad (24)$$

当  $x = y = 0$  时, (24) 式简化为

$$P(0,0,z,\omega) = \frac{|I_y d_y^{-1} \rho'_{0y}{}^4 - I_x d_x^{-1} \rho'_{0x}{}^4|}{I_y d_y^{-1} \rho'_{0y}{}^4 + I_x d_x^{-1} \rho'_{0x}{}^4}, \quad (25)$$

实质上, (25) 式与文献[12]中的(3.10)式是一致的。

由(25)式知, 要使  $P(0,0,z,\omega) = 0$ , 必须满足

$$I_y d_y^{-1} \rho'_{0y}{}^4 - I_x d_x^{-1} \rho'_{0x}{}^4 = 0, \quad (26)$$

利用(13), (16)和(17)式, 由(26)式得到

$$z_0 = \frac{k\omega_0^2 \rho'_{0x} \rho'_{0y}}{2} \times \sqrt{\frac{I_y - I_x}{I_x \rho'_{0x}{}^2 (\rho'_{0y}{}^2 + 2\omega_0^2) - I_y \rho'_{0y}{}^2 (\rho'_{0x}{}^2 + 2\omega_0^2)}}, \quad (27)$$

$z_0$  为 EGSM 光束在湍流大气中传输轴上偏振度为零(即完全非偏振)点的位置坐标。

2) 当  $C_n^2 = 0$  时, 在(2)式中不考虑由于湍流引起的相位因子, 此时(23)式简化为部分相干电磁厄米-高斯光束在自由空间中偏振度的传输方程, 其中  $\rho'_{0i}$  用  $\rho'_{0i}|_{\text{free}}$  代替, 并且

$$\rho'_{0i}|_{\text{free}} = \sqrt{2}\sigma_{0i}. \quad (28)$$

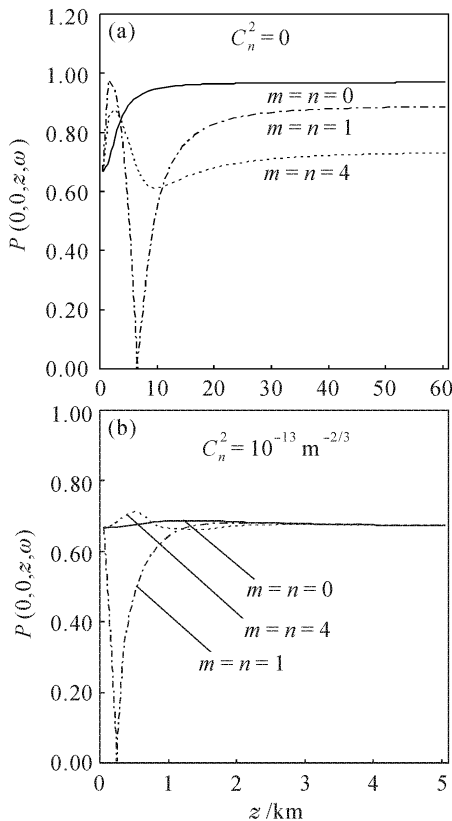


图1 偏振度  $P(0,0,z,\omega)$  随传输距离  $z$  的变化曲线

计算参数  $\sigma_{0x} = 0.01 \text{ m}$ ,  $\sigma_{0y} = 0.05 \text{ m}$ ,  $P_0 = 2/3$

Fig.1 Degree of polarization  $P(0,0,z,\omega)$  versus propagation distance  $z$  with calculation parameters of  $\sigma_{0x} = 0.01 \text{ m}$ ,  $\sigma_{0y} = 0.05 \text{ m}$  and  $P_0 = 2/3$

3) 当  $\sigma_{0x} = \sigma_{0y}$  时, (23) 式简化为

$$P(x,y,z,\omega) = \frac{|I_y - I_x|}{I_y + I_x} = P_0, \quad (29)$$

(29) 式表明, 当  $\sigma_{0x} = \sigma_{0y}$  时, 部分相干电磁厄米-高斯光束不论在湍流大气还是自由空间中传输其偏振度均保持不变, 且为均匀偏振。众所周知, 完全空间相干光通过湍流大气传输其偏振度不变。显然, 这一结论仅是本文研究的当  $\sigma_{0x} = \sigma_{0y} \rightarrow \infty$  时的一个特例。

### 3 数值计算结果以及分析

数值计算中取参数  $\omega_0 = 0.05 \text{ m}$ ,  $\omega = 3 \times 10^{15} \text{ rad/s}$ 。利用(23)式就湍流对部分相干电磁厄米-高斯光束偏振度的影响作数值计算和分析。图1~3(a)和(b)分别为在有、无湍流情况下轴上点偏振度随传输距离  $z$  的变化曲线。图1表明, 偏振度随传输距离  $z$  和光束厄米多项式的阶数  $m, n$  而变化, 但经过足够长的传输距离后, 对于  $C_n^2 = 0$  (自由空间) 情况, 不同  $m$  和  $n$  光束的偏振度各达到其各自不同的极限值  $P_\infty$ 。例如, 当  $m = n = 0, 1$  和  $4$  时, 有

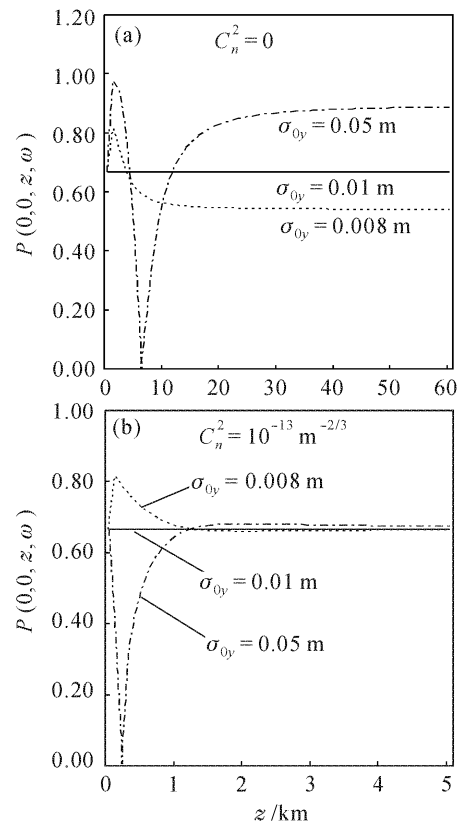


图2 偏振度  $P(0,0,z,\omega)$  随传输距离  $z$  的变化曲线

计算参数  $\sigma_{0x} = 0.01 \text{ m}$ ,  $P_0 = 2/3$ ,  $m = n = 1$

Fig.2 Degree of polarization  $P(0,0,z,\omega)$  versus propagation distance  $z$  with calculation parameters of  $\sigma_{0x} = 0.01 \text{ m}$ ,  $P_0 = 2/3$  and  $m = n = 1$

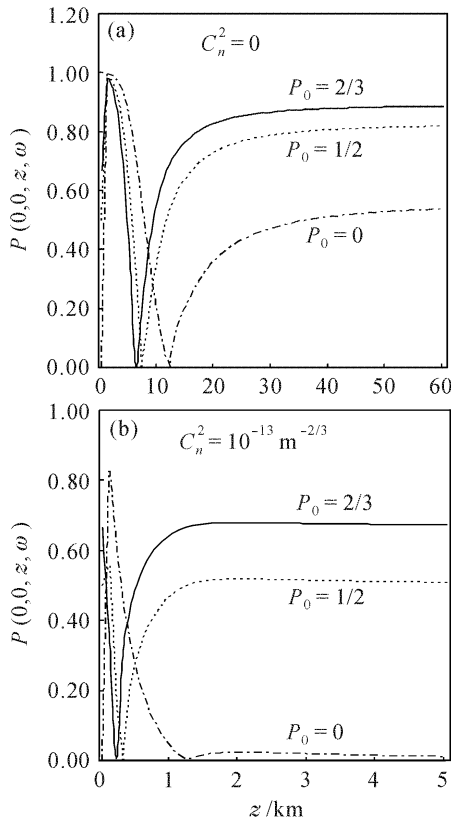


图3 偏振度  $P(0,0,z,\omega)$  随传输距离  $z$  的变化曲线

计算参数  $\sigma_{0x} = 0.01 \text{ m}$ ,  $\sigma_{0y} = 0.05 \text{ m}$ ,  $m = n = 1$

Fig. 3 Degree of polarization  $P(0,0,z,\omega)$  versus propagation distance  $z$  with calculation parameters

of  $\sigma_{0x} = 0.01 \text{ m}$ ,  $\sigma_{0y} = 0.05 \text{ m}$  and  $m = n = 1$

$P_\infty = 0.97, 0.89$  和  $0.73$ ; 而对于  $C_n^2 = 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$  (湍流大气) 情况, 不同  $m$  和  $n$  光束的偏振度均趋于  $z = 0$  平面处的初始值  $P_\infty = P_0 = 0.67$ , 这与在自由空间中传输的情况非常不同。值得注意的是, 在自由空间中传输光束偏振度达到极限值  $P_\infty$  比在湍流大气中的传输距离要长得多。由图 1 还可以知道, 部分相干电磁厄米-高斯光束在自由空间和湍流大气中传输轴上点可能会出现偏振度为零的情况(完全非偏振), 例如, 当  $m = n = 1$  时, 有  $z_0 = 6.25 \text{ km}$  ( $C_n^2 = 0$ ) 和  $z_0 = 0.17 \text{ km}$  ( $C_n^2 = 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ )。由图 2 可知, 偏振度随光束的相关长度  $\sigma_{0y}$  而变化, 但经过足够长的传输距离后, 对于  $C_n^2 = 0$  情况, 不同  $\sigma_{0y}$  光束的偏振度达到其各自不同的极限值  $P_\infty$ , 例如, 当  $\sigma_{0y} = 0.05 \text{ m}, 0.01 \text{ m}$  和  $0.008 \text{ m}$  时,  $P_\infty = 0.89, 0.67$  和  $0.54$ ; 而对于  $C_n^2 = 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$  情况, 不同  $\sigma_{0y}$  光束的偏振度均相等  $P_\infty = P_0 = 0.67$ 。此外, 当  $\sigma_{0x} = \sigma_{0y} = 0.01 \text{ m}$  时, 不论在湍流大气还是自由空间中传输, 其偏振度均保持不变,  $P(0,0,z,\omega) = P_0 = 0.67$ , 此结论与(29)式一致。图 3 表明, 偏振度随  $P_0$  而变化, 但经过足够长的传输距离后, 其偏振度分别

达到其极限值  $P_\infty$ , 并且不论在自由空间还是湍流大气中传输,  $P_\infty$  均与  $P_0$  有关。特别地, 当  $P_0 = 0$  时, 在自由空间中传输, 偏振度由  $P_0 = 0$  (完全非偏振) 经过足够长的传输距离后变为  $P_\infty = 0.54$  (部分偏振), 而在湍流大气中 ( $C_n^2 = 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ ) 传输, 经过足够长的传输距离后仍为完全非偏振  $P_\infty = P_0 = 0$ 。

图 4 为部分相干电磁厄米-高斯光束离轴点偏

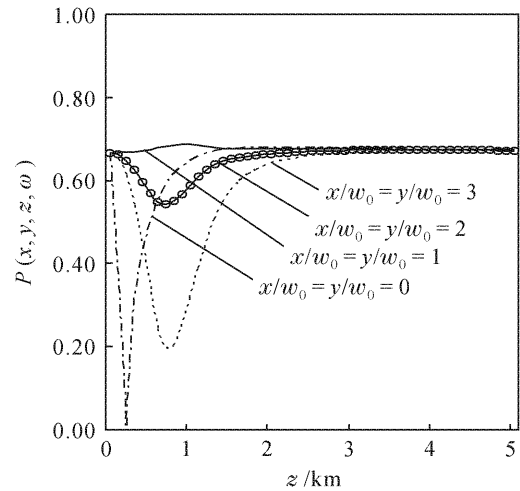


图 4 偏振度  $P(x,y,z,\omega)$  随传输距离  $z$  的变化曲线。计

算参数  $\sigma_{0x} = 0.01 \text{ m}$ ,  $\sigma_{0y} = 0.05 \text{ m}$ ,  $P_0 = 2/3, m = n = 1, C_n^2 = 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$

Fig. 4 Degree of polarization  $P(x,y,z,\omega)$  versus propagation distance  $z$  with calculation parameters

of  $\sigma_{0x} = 0.01 \text{ m}$ ,  $\sigma_{0y} = 0.05 \text{ m}$ ,  $P_0 = 2/3, m = n = 1$  and  $C_n^2 = 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$

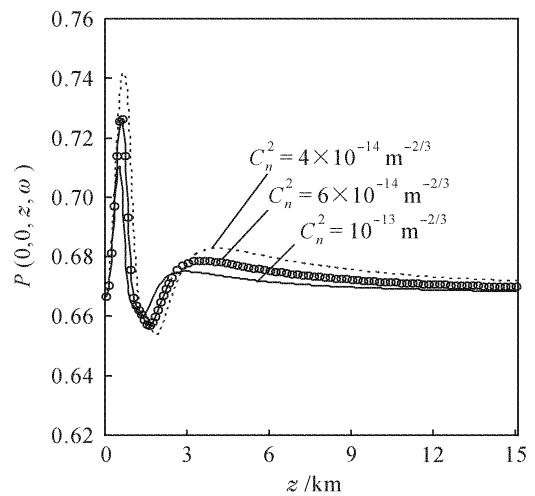


图 5 偏振度  $P(0,0,z,\omega)$  随传输距离  $z$  的变化曲线。计算

参数  $\sigma_{0x} = 0.01 \text{ m}$ ,  $\sigma_{0y} = 0.05 \text{ m}$ ,  $P_0 = 2/3, m = n = 4$

Fig. 5 Degree of polarization  $P(0,0,z,\omega)$  versus propagation distance  $z$  with calculation parameters

of  $\sigma_{0x} = 0.01 \text{ m}$ ,  $\sigma_{0y} = 0.05 \text{ m}$ ,  $P_0 = 2/3$  and  $m = n = 4$

振度随传输距离 $z$ 的变化曲线。由图4可知,虽然光束在 $z=0$ 平面处为均匀偏振,但是不同离轴点的偏振度随 $z$ 变化不同,光束变为非均匀偏振。经过足够长的传输距离后,不同离轴点的偏振度又都达到 $z=0$ 平面处的初始值 $P_\infty = P_0 = 0.67$ ,即又成为均匀偏振。

图5为不同湍流强度下部分相干电磁厄米-高斯光束的偏振度随传输距离的变化曲线。图5表明,偏振度随大气折射率结构常数 $C_n^2$ 而变化,但经过足够长的传输距离后,不同 $C_n^2$ 的偏振度均趋于 $z=0$ 平面处的初始值 $P_\infty = P_0 = 0.67$ ,并且 $C_n^2$ 越小达到 $P_\infty = P_0$ 所需传输距离越长。

## 4 结 论

采用相干性和偏振性统一理论,推导了部分相干电磁厄米-高斯光束在湍流大气中传输偏振度的解析公式,研究了其偏振度特性。研究表明,部分相干电磁厄米-高斯光束的偏振度由 $C_n^2, \sigma_{0i}, m, n, I_i$ 和观察点位置共同决定。经过足够长的传输距离后,光束的偏振度将达到其极限值 $P_\infty$ ,在自由空间中传输光束偏振度达到极限值 $P_\infty$ 比在湍流大气中的传输距离要长得多。在自由空间中, $P_\infty$ 由 $\sigma_{0i}, m, n$ 和 $I_i$ 共同确定。然而,在湍流大气中 $P_\infty$ 趋于 $z=0$ 平面处的初始值,并与 $\sigma_{0i}, m, n$ 以及湍流的强弱均无关系。因此,当 $m=n=0$ (电磁高斯-谢尔模型光束)时,仍然有 $P_\infty = P_0$ ,而这正是文献[10~12]的主要结论,它仅为本文研究情况的一个特例。当 $\sigma_{0x} = \sigma_{0y}$ 时,部分相干电磁厄米-高斯光束不论在湍流大气还是在自由空间中传输,其偏振度均保持不变。这一结论的一个特例是,完全空间相干光( $\sigma_{0x} = \sigma_{0y} \rightarrow \infty$ )通过湍流大气传输时其偏振度不变。本文所得结果对部分相干光的大气传输在激光雷达成像以及远距离相干测量和光通信等领域有实用意义。

## 参 考 文 献

- 1 Wu Jian. Propagation of a Gaussian-Schell beam through turbulent media [J]. *J. Mod. Opt.*, 1990, **37**(4):671~684
- 2 Tomohiro Shirai, Aristide Dogariu, Emil Wolf. Mode analysis of spreading of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2003, **20**(6):1094~1102
- 3 Xiaoling Ji, Baida Lü. Turbulence-induced quality degradation of partially coherent beams [J]. *Opt. Commun.*, 2005, **251**(4-6):231~236
- 4 X. Ji, E. Zhang, B. Lü. Spreading of partially coherent flattened Gaussian beams propagating through turbulent media [J]. *J. Mod. Opt.*, 2006, **53**(12):1753~1763
- 5 Ji Xiaoling, Lü Baida. Effect of turbulence on the spectral shift of partially coherent light [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(4):506~510  
季小玲,吕百达. 湍流对部分相干光光谱移动的影响 [J]. *中国激光*, 2005, **32**(4):506~510
- 6 Wang Hua, Wang Xiangzhao, Zeng Aijun *et al.*. Effect of atmospheric turbulence on temporal coherence of Gaussian Schell-model beams propagating in slant path [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(9):1548~1552  
王 华,王向朝,曾爱军等. 大气湍流对斜程传输单色高斯-谢尔光束时间相干性的影响 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(9):1548~1552
- 7 Pan Liuzhan. Far-field behavior of partially polarized Gaussian Schell-model beams diffracted through an aperture [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(8):1250~1255  
潘留占. 被光阑衍射部分偏振高斯-谢尔模型光束的远场特性 [J]. *光学学报*, 2006, **26**(8):1250~1255
- 8 Emil Wolf. Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams [J]. *Phys. Lett. A*, 2003, **312**:263~267
- 9 Jixiong Pu. Invariance of spectrum and polarization of electromagnetic Gaussian Schell-model beams propagating in free space [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2006, **4**(4):196~198
- 10 Hema Roychowdhury, Sergey A. Ponomarenko, Emil Wolf. Change of polarization of partially coherent electromagnetic beams propagating through the turbulent atmosphere [J]. *J. Mod. Opt.*, 2005, **52**(11):1611~1618
- 11 Olga Korotkova, Mohamed Salem, Emil Wolf. The far-zone behavior of the degree of polarization of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *Opt. Commun.*, 2004, **233**:225~230
- 12 Mohamed Salem, Olga Korotkova, Aristide Dogariu *et al.*. Polarization changes in partially coherent electromagnetic beams propagating through turbulent atmosphere [J]. *Waves in Random Media*, 2004, **14**:513~523
- 13 Leonard Mandel, Emil Wolf. *Optical Coherence and Quantum Optics* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995
- 14 Larry C. Andrews, Ronald L. Phillips. *Laser Beam Propagation through Random Media* [M]. Bellingham, Washington: SPIE Press, 1998
- 15 H. T. Yura. Mutual coherence function of a finite cross section; optical beam propagating in turbulent medium [J]. *Appl. Opt.*, 1972, **11**(6):1399~1406
- 16 Yunli Qiu, Hong Guo, Zhaoxi Chen. Paraxial propagation of partially coherent Hermite-Gauss beams [J]. *Opt. Commun.*, 2005, **245**:21~26