

文章编号: 0258-7025(2007)09-1255-05

# 一种使用双棱镜的动态小角度测量方法

郑德锋<sup>1,2</sup>, 王向朝<sup>1</sup>, 李中梁<sup>1,2</sup>, 唐 锋<sup>1</sup>, 步 扬<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学实验室, 上海 201800; <sup>2</sup> 中国科学院研究生院, 北京 100039)

**摘要** 提出一种基于正切关系和相位调制技术的动态小角度测量方法。使用双棱镜组成干涉测量臂引导两束平行光至分束棱镜处干涉, 通过提取携带被测信息的干涉信号的相位实现动态的小角度测量。由于采用位置探测器 (PSD) 对测量臂中两平行光束的间距进行测量, 简化了测量方程, 消除了装置中双棱镜必须对称放置的要求。通过正弦地改变半导体激光器的注入电流在时域内实现对干涉信号的相位调制, 形成准外差干涉测量模式, 提高了光程差的测量精度。实验验证了该方法的可行性, 并讨论了影响小角度测量精度的误差因素。研究结果表明, 基于该方法的动态小角度的重复测量精度可达到  $10^{-8}$  rad 数量级。

**关键词** 测量; 干涉; 直角棱镜; 相位调制

**中图分类号** TH 741.2<sup>+</sup>3 **文献标识码** A

## Dynamic Measurement of Small Angle with Two Prisms

ZHENG De-feng<sup>1,2</sup>, WANG Xiang-zhao<sup>1</sup>, LI Zhong-liang<sup>1,2</sup>, TANG Feng<sup>1</sup>, BU Yang<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratory for Information Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,  
The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China  
<sup>2</sup>Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China

**Abstract** A method is presented based on tangent relationship and phase modulation technique for dynamic small angle measurement. Two parallel beams reflected by a measurement arm composed of two prisms are directed into a beam splitter to form an interference signal which is analysed to obtain the measurement result of small angle. A position sensitive device (PSD) is used to measure the separations between the two parallel beams, the measurement equation is simplified and the symmetry requirement of the two prisms in the optical configuration is eliminated. The phase of interference signal is modulated in time domain by sinusoidally changing the injection current of a laser diode. This results in a quasi-heterodyne measurement mode, which increases the measurement accuracy of optical path difference. The method is experimentally demonstrated and the factors affecting measurement accuracy are discussed. The experimental results show the dynamic small angle can be measured with a repeatability of  $10^{-8}$  rad order of magnitude.

**Key words** measurement; interference; right-angle prism; phase modulation

## 1 引 言

微角度测量在机械系统的装调、位置校准以及精密控制中有着广泛的应用。如在集成电路的生产制造过程中, 仅依靠对生产制造平台的位移控制并不能满足半导体工业生产的要求, 还必须辅以精密的角位移测量与控制才能实现超精细的线宽加工。

常用的微角度光学测量方法有自准直法<sup>[1,2]</sup>、全内反射法<sup>[3,4]</sup>、环形激光法<sup>[5]</sup>、莫尔条纹法<sup>[6]</sup>以及干涉测量法<sup>[7~9]</sup>等。其中光学干涉法具有精度高、非接触、动态范围大等优点, 在精密检测中应用较为广泛。

P. Shi 等<sup>[10]</sup>提出一种小角度干涉测量方法, 在其光程差和角度的表达式中, 包含了棱镜的直角边

收稿日期: 2006-12-18; 收到修改稿日期: 2007-03-28

基金项目: 国家自然科学基金(60578051)和上海市科委国际合作计划项目(051107085)资助课题。

作者简介: 郑德锋(1978—), 男, 辽宁人, 博士研究生, 目前主要从事光学检测技术的研究。

E-mail: defeng2003@mail.siom.ac.cn

导师简介: 王向朝(1957—), 男, 辽宁人, 研究员, 博士生导师, 研究领域为信息光电子技术。E-mail: wxz26267@siom.ac.cn

边长以及两棱镜顶点间的距离两个被测量,并且要求双棱镜相对两平行光束初始正入射点的位置严格对称。实际上由于双棱镜可能存在着难以避免的缺陷,棱镜的直角边长以及顶点间距不容易实现精确测量,并且双棱镜的对称性实际上难以保证。此外,条纹计数法并不能满足光程差的高精度测量要求。为了消除双棱镜必须对称放置的限制以及提高光程差的测量精度,本文提出一种改进的方法,使得光程差与角度的表达式中包含两平行光束间的间距,使得两棱镜的放置位置不必严格对称。两光束之间的间距可通过一维位置探测器(PSD)测量。另外,使用半导体激光器作光源,通过正弦地改变激光器的注入电流,形成一种相位调制型准外差干涉仪。由于被调制的信号时域连续,此方法可高精度实现动态的小角度测量。

## 2 测量原理

动态小角度干涉测量原理如图 1 所示。相同的直角棱镜 1,2 组成测量臂,随被测物体一起转动。被准直的激光束在分束棱镜处分成两束,经测量臂和反射镜的折射、反射后重回到分束棱镜处发生双光束干涉。当测量臂绕旋转中心转过  $\theta$  角时,两测量光束光程差的变化量为

$$\Delta l = 2(\overline{GH} + \overline{HI} + \overline{IJ} + \overline{JK} + \overline{KL}) - 2(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EF}). \quad (1)$$

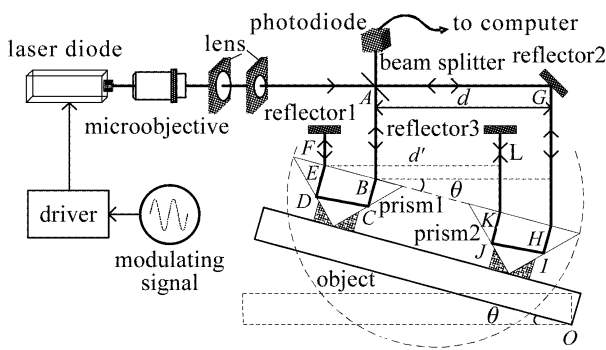


图 1 动态小角度干涉测量原理示意图

Fig. 1 Measurement principle of dynamic small angle

设光束在直角棱镜斜边发生折射时,折射角为  $\gamma$ ,棱镜折射率为  $n$ ,直角棱镜直角边长为  $\rho$ 。如图 2 所示,其中  $\rho = q_1 + q_2$ ,则光在棱镜中的光程为

$$\overline{HI} + \overline{IJ} + \overline{JK} = \frac{nq_1 \sin 45^\circ}{\sin(90^\circ - \gamma)} + \frac{nq_2}{\sin(45^\circ - \gamma)} + \frac{n[\rho - q_2 / \tan(45^\circ - \gamma)] \sin 45^\circ}{\sin(90^\circ + \gamma)} = \frac{\sqrt{2}\rho n}{\cos \gamma}, \quad (2)$$

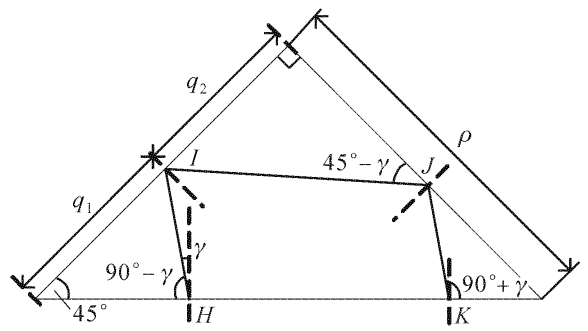


图 2 棱镜中的光程

Fig. 2 Optical path in the prism

由(2)式可见棱镜中的光程与光束入射到棱镜的位置无关。由于入射到棱镜中的两光束保持平行,所以(1)式中  $\overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} = \sqrt{2}\rho n / \cos \gamma$ 。令光束  $\overline{AB}$  与  $\overline{GH}, \overline{EF}$  与  $\overline{KL}$  之间的距离分别为  $d$  和  $d'$ ,根据直角三角形中的正切关系式

$$\overline{GH} - \overline{AB} = d \tan[\theta(t)], \quad (3)$$

$$\overline{KL} - \overline{EF} = d' \tan[\theta(t)], \quad (4)$$

所以(1)式简化为

$$\Delta l(t) = 2(d + d') \tan[\theta(t)]. \quad (5)$$

由于引入两光束之间的测量量  $d$  与  $d'$ ,使得  $\Delta l(t)$  与  $\theta(t)$  之间的关系得到简化。 $d$  与  $d'$  可通过在棱镜前方插入一维位置探测器测量。两束光同时入射到位置探测器的光敏面上,挡住其中一束光,记录另一束光在位置探测器光敏面上的位置。被遮挡的那束光在位置探测器光敏面上的位置同理可测。 $d$  与  $d'$  的数值由对应的两光束位置之差计算得出之后便成了仪器常数。根据干涉信号的相位变化量  $\alpha(t) = 2\pi \Delta l(t) / \lambda_0$  ( $\lambda_0$  为半导体激光器的中心波长),计算被测角度

$$\theta(t) = \arctan \left[ \frac{\alpha(t) \lambda_0}{4\pi(d + d')} \right]. \quad (6)$$

干涉仪的光源为半导体激光器,正弦调制半导体激光器的注入电流,则输出的激光波长为

$$\lambda = \lambda_0 + \eta \cos(2\pi f_m t + \phi), \quad (7)$$

式中  $\eta = b\beta$  为调制幅度, $b$  为注入电流的幅度, $\beta$  为波长调制系数, $f_m$  为调制频率, $\phi$  为调制信号的初相位。由光电二极管探测到的干涉信号的交流分量<sup>[11,12]</sup>

$$A(t) = \cos[z \cos(2\pi f_m t + \phi) + \alpha(t)], \quad (8)$$

式中  $z = 2\pi \eta L / \lambda_0^2$  为调制深度, $L = 2d + \Delta l$  为参与干涉的两光束之间的光程差。采用该调制技术比较合适的调制深度  $z$  在 2.35 附近<sup>[13]</sup>。为避免因较大的调制幅度而导致半导体激光器的输出光强被调

制,  $\eta$  值不能过大,这就要求参与干涉的两束光之间存在足够大的光程差  $L$  来补偿调制深度。而本干涉仪的结构恰好提供了较大的光程差,并且在小角度测量情况下,  $L$  近似为一个常数,这在理论上为实现高精度的相位测量提供了保证。通过对(8)式进行傅里叶变换解得此干涉信号的基频  $F(f_m)$  和二倍频  $F(2f_m)$  的频谱分量分别为

$$F(f_m) = -J_1(z)(\cos\phi + i\sin\phi)\mathcal{F}\{\sin[\alpha(t)]\}, \quad (9)$$

$$F(2f_m) = -J_2(z)(\cos 2\phi + i\sin 2\phi)\mathcal{F}\{\cos[\alpha(t)]\}, \quad (10)$$

式中  $J_1(z), J_2(z)$  分别为一阶、二阶贝塞耳函数。由(9)和(10)式可以求解出相位  $\alpha(t)$  的表达式为

$$\alpha(t) = \arctan \left\{ \frac{\mathcal{F}^{-1} \left[ \frac{-F(f_m)}{J_1(z)(\cos\phi + i\sin\phi)} \right]}{\mathcal{F}^{-1} \left[ \frac{-F(2f_m)}{J_2(z)(\cos 2\phi + i\sin 2\phi)} \right]} \right\}, \quad (11)$$

从(11)式可见,在干涉信号的频谱成分中,相位  $\alpha(t)$  的解调与干涉信号的基频和二倍频有关,而其他频率成分则没有贡献。因此基于这种数据处理方法的测量技术抗干扰能力较强,叠加在其他频率成分上的干扰不会对测量结果造成影响。

### 3 实验

实验中所选用的直角棱镜的边长公差为 0.02 mm,角度偏差为  $5''$ 。双直角棱镜按照图 1 中所示的方式固定,固定精度要求高于  $50''$ 。由图 3 所示的装置产生一个动态的小角度变化,然后由图 1 所示的干涉测量装置测出这个角度变化。一刚性梁被加工成 U 形状,其开口端固定有压电陶瓷(PZT)。U 型梁的一侧固定在支架上,另一侧由支

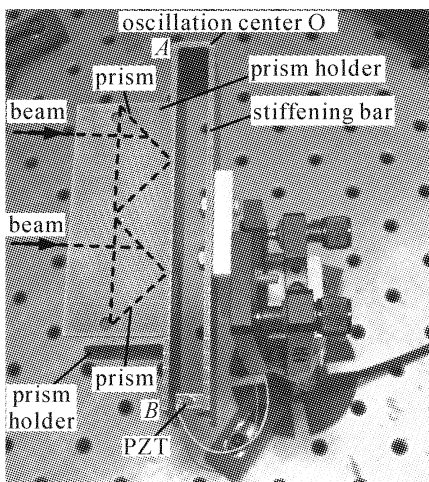


图 3 被测目标实物图

Fig. 3 Target to be measured

撑板固定有两个相同的直角棱镜。压电陶瓷被一正弦信号驱动使刚性梁绕中心  $O$  产生一动态的小角度振荡。经标定压电陶瓷的步进量为  $85 \text{ nm/V}$ 。正弦信号的振幅为  $2.95 \text{ V}$ ,振动频率  $200 \text{ Hz}$ ,刚性梁  $AB$  长为  $115.27 \text{ mm}$ 。经计算被测的动态角度的振幅为  $2.17 \times 10^{-6} \text{ rad}$ 。

图 1 中半导体激光器的中心波长为  $660 \text{ nm}$ 。由半导体激光器发出的光经显微物镜准直再经缩束系统缩束后由分束棱镜分成两束光:其反射光束与直角棱镜 1 和反射镜 1 作用后沿原路返回至分束棱镜,另一束透射光束与反射镜 2,直角棱镜 2 和反射镜 3 作用后沿原路返回至分束棱镜并与前一束光发生干涉。光路中由分束棱镜分束的反射光束与透射光束经反射镜 2 反射后的出射光束保持平行。由位置探测器测量两光束的间距分别为  $d = 24.96 \text{ mm}$ ,  $d' = 24.10 \text{ mm}$ 。调整光路以及电路使正弦相位调制深度  $z = 2.35, \phi = 0$ 。激光器的正弦调制频率为  $1 \text{ kHz}$ 。干涉信号由光电二极管接收,然后经过模数转换后送入计算机进行数据处理。干涉信号的傅里叶变换频谱分布如图 4 所示。

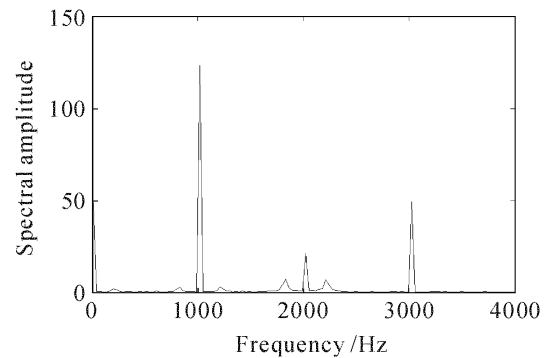


图 4 干涉信号的频谱分布

Fig. 4 Spectral distribution of the interference signal

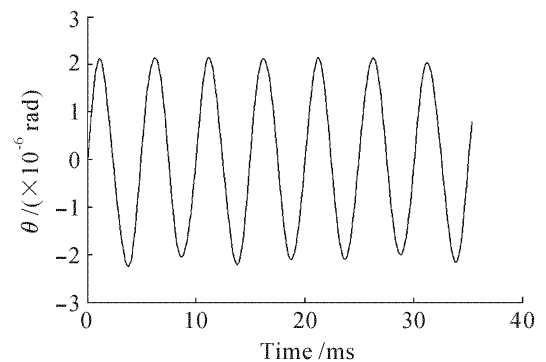


图 5 角位移测量曲线

Fig. 5 Measurement curve of the small angular displacement

角位移随时间变化的曲线如图 5 所示,该曲线

是一条平均振幅为  $2.19 \times 10^{-6}$  rad, 频率为 200 Hz 的正弦振动曲线。在相同的实验条件下, 在几分钟内连续 20 次测量被测物体的角位移, 计算每一条角位移曲线的振幅平均值, 则 20 组振幅平均值的平均值为  $2.10 \times 10^{-6}$  rad。测得的连续 20 组振幅平均值的分布情况如图 6 所示, 物体角位移变化幅度的重复性标准差为  $4.6 \times 10^{-8}$  rad。对比由压电陶瓷步进量计算出的角位移值  $2.17 \times 10^{-6}$  rad, 可以认定该实验结果给出了被测物体的实际角位移运动情况。

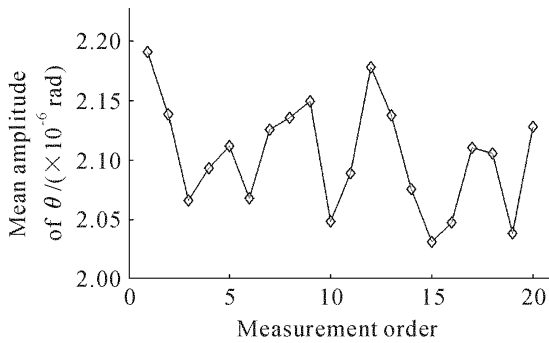


图 6 几分钟内实测的 20 组角位移振幅平均值

Fig. 6 Mean amplitudes of the angular displacements measured twenty times within several minutes

## 4 讨 论

根据(11)式可知由反正切函数求解相位, 在不考虑相位展开的情况下, 相位的解相区间为  $[0, 2\pi]$ , 所以当  $d = 24.96$  mm,  $d' = 24.10$  mm,  $\lambda = 660$  nm,  $\alpha = 2\pi$  rad 时, 按照(6)式计算最大的测量角度可达到  $6.73 \times 10^{-6}$  rad。

干涉信号的相位  $\alpha$  的提取精度以及两平行光束间距  $d$  与  $d'$  的测量精度直接影响着动态小角度的测量精度。根据(6)式得动态小角度测量误差的表达式

$$\Delta\theta = \left[ \left( \frac{\partial\theta}{\partial\alpha} \right)^2 (\Delta\alpha)^2 + \left( \frac{\partial\theta}{\partial d} \right)^2 (\Delta d)^2 + \left( \frac{\partial\theta}{\partial d'} \right)^2 (\Delta d')^2 \right]^{1/2}, \quad (12)$$

式中  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta d$  和  $\Delta d'$  分别为相位  $\alpha$ , 间距  $d$  和  $d'$  的测量误差。对于同一个位置探测器,  $\Delta d = \Delta d'$ 。根据(6), (12) 式可整理得

$$\Delta\theta = \frac{8\pi k\lambda}{\alpha^2 \lambda^2 + 64k^2 \pi^2} \left[ (\Delta\alpha)^2 + \frac{\alpha^2}{2k^2} (\Delta d)^2 \right]^{1/2}, \quad (13)$$

式中  $k = (d + d')/2$ 。实验中  $k = 24.53$  mm。所用位置探测器的位置分辨率为  $2.1 \mu\text{m}$ , 典型探测误差  $\Delta d = 125 \mu\text{m}$ 。基于相位调制技术的相位提取误差

$\Delta\alpha = 0.01$  rad<sup>[14]</sup>, 经计算角位移  $\theta = 2.19 \times 10^{-6}$  rad 时对应的相位  $\alpha = 2.05$  rad, 在这种情况下, 将  $\lambda = 660$  nm 以及其他对应参数代入(13)式计算得到角度的测量误差  $\Delta\theta = 1.4 \times 10^{-8}$  rad。

图 7 给出了测量误差  $\Delta\theta$  与  $k$  之间的关系曲线。从图可见,  $\alpha$  减小, 测量误差  $\Delta\theta$  也相应减小。对应相同的相位值  $\alpha$ ,  $k$  越大, 测量误差  $\Delta\theta$  越小。由于  $d$  与  $d'$  的差值很小, 所以  $k \approx L/2$ 。由于  $L \approx 2d$ , 适当增大  $d$  值以增大  $k$  值是提高角度测量精度的一条有效途径。本实验中波长调制系数  $\beta = 0.0016$  nm/mA。根据调制深度表达式可得  $L = (102/b)$  mm。一般地, 半导体激光器调制电流  $b$  的范围为  $1 \sim 10$  mA, 超过 10 mA 会出现模式跳变。所以初始光程差  $L$  应控制在  $10.2 \sim 102$  mm 内。如果  $k = 51$  mm, 则  $\Delta\theta = 5.5 \times 10^{-9}$  rad。另外, 较大的初始光程差的取值范围也为测量装置的安装提供了方便。

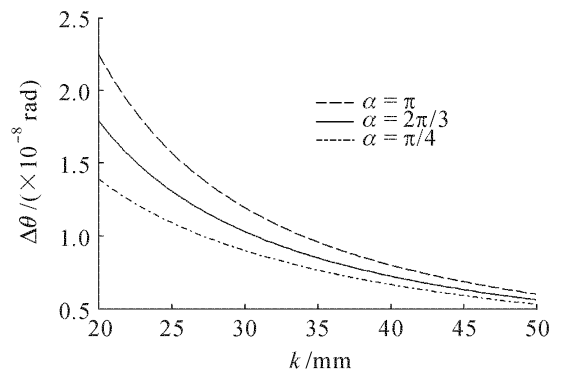


图 7 不同相位情况下测量误差  $\Delta\theta$  与  $k$  之间的关系曲线

Fig. 7 Relationship between measurement error  $\Delta\theta$  and  $k$  for different phase  $\alpha$

## 5 结 论

在小角度测量范围内, 基于正切关系和相位调制技术的动态角度测量方法可以应用在有高灵敏度测量要求的场合。在原有的基于正弦测角原理的基础上发展起来的角速度测量方法, 消除了测量装置中双棱镜必须对称放置的要求, 并且使测量方程与旋转中心的选取无关。正弦相位调制技术的引入提高了光程差的测量精度。通过对干涉信号进行傅里叶变换, 提取有用频谱成分求解角度的数据处理方法增强了测量的抗干扰能力。该方法与条纹计数法相比, 不仅省去了复杂的信号处理电路, 而且降低了测量装置的成本。实验结果表明, 在  $k = 24.53$  mm 的情况下, 动态小角度测量的重复精度可达  $10^{-8}$  rad 数量级。若适当地增大  $k$  值, 角度测量精度可进一步提高。

## 参 考 文 献

- 1 P. R. Yoder, J. E. Schlesinger, J. L. Chickvary. Active annular-beam laser autocollimator system [J]. *Appl. Opt.*, 1975, **14**(8):1890~1895
- 2 I. K. Ilev. Fiber-optic autocollimation refractometer [J]. *Opt. Commun.*, 1995, **119**(5-6):513~516
- 3 P. S. Huang, S. Kiyono, O. Kamada. Angle measurement based on the internal reflection effect; a new method [J]. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(28):6047~6055
- 4 Ma Junshan, Wang Xiangzhao, Fang Zujie *et al.*. Precision angle sensor and its calibration techniques [J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(2):232~235  
马军山,王向朝,方祖捷等.精密角度传感器及其标定技术的研究[J].*光学学报*, 2001, **21**(2):232~235
- 5 Yu. V. Filatov, D. P. Loukianov, R. Probst. Dynamic angle measurement by means of a ring laser [J]. *Metrologia*, 1997, **34**(4):343~351
- 6 R. Torroba, A. A. Tagliaferri. Precision small angle measurements with a digital Moiré technique [J]. *Opt. Commun.*, 1998, **149**(4-6):213~216
- 7 M. Ikram, G. Hussain. Michelson interferometer for precision angle measurement [J]. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(1):113~120
- 8 J. H. Zhang, C. H. Meng. A linear/angular interferometer capable of measuring large angular motion [J]. *Meas. Sci. Technol.*, 1999, **10**(12):1247~1253
- 9 Zhang Caini, Wang Xiangzhao. Sinusoidal phase-modulating laser diode interferometer for measuring angular displacement [J]. *Opt. Eng.*, 2004, **43**(12):3008~3013
- 10 P. Shi, E. Stijns. New optical method for measuring small-angle rotations [J]. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(20):4342~4344
- 11 Yingming Liu, Xiangzhao Wang, Xuefeng Wang. Study on silicon micro-resonators by using a novel optical excitation and detection apparatus [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2006, **4**(5):309~310
- 12 Wang Xuefeng, Wang Xiangzhao, Qian Feng *et al.*. Laser diode interferometer used to measure displacements in large range with a nanometer accuracy [J]. *Chinese J. Lasers*, 2001, **A28**(5):455~458  
王学锋,王向朝,钱锋等.用于纳米精度大范围位移测量的半导体激光干涉仪[J].*中国激光*, 2001, **A28**(5):455~458
- 13 O. Sasaki, T. Okamura, T. Nakamura. Sinusoidal phase modulating Fizeau interferometer [J]. *Appl. Opt.*, 1990, **29**(4):512~515
- 14 O. Sasaki, H. Okazaki. Analysis of measurement accuracy in sinusoidal phase modulating interferometry [J]. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(18):3152~3158