

文章编号: 0258-7025(2007)08-1125-05

# 一种基于平板横向剪切干涉的角位移测量方法

郑德锋<sup>1,2</sup>, 王向朝<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学实验室, 上海 201800; <sup>2</sup> 中国科学院研究生院, 北京 100039)

**摘要** 在一种已有的角位移干涉测量技术的基础上, 提出一种改进的角位移测量方法。通过选择合适的初始入射角, 使从平板前后表面反射的两光束实现剪切干涉。采用一维位置探测器测量光束经透镜会聚后在探测器光敏面上的光点偏移量。根据干涉信号的相位和光点偏移量可以计算出被测物体的角位移。在该测量方案中, 引入的一平面反射镜与被测物体的反射面形成光程差放大系统, 提高了角位移测量灵敏度。分析了初始入射角对剪切比的影响, 并讨论了基于该方案的角位移测量精度。实验结果表明, 基于该技术的角位移重复测量精度达到 $10^{-8}$  rad数量级。

**关键词** 激光技术; 角位移测量; 剪切干涉; 平行平板

**中图分类号** TH 741.2<sup>+</sup>3 **文献标识码** A

## Angular Displacement Measurement Based on Lateral Shearing Interferometer Using Plane-Parallel Plate

ZHENG De-feng<sup>1,2</sup>, WANG Xiang-zhao<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratory of Information Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,  
The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China  
<sup>2</sup>Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China

**Abstract** An improved method for measuring angular displacement is proposed based on an existent measurement technique. The choice of proper initial angle of incidence makes a lateral shearing interference easy to realize between the two beams reflected from the front and back surfaces of a plane-parallel plate. One-dimensional position sensitive detector is used to measure the offset of the light spot focused upon the photo sensitive surface of the detector by a lens. According to the interference signal's phase and light spot's offset, the angular displacement is measured. In this optical configuration, the use of a reflecting mirror increases the optical path difference in the plane-parallel plate, which improves the sensitivity of angular displacement measurement. Finally, the influence of the initial angle of incidence on the ratio of shear is analyzed and the measurement accuracy based on this method is discussed. The experimental results show the improved parallel plate interferometer can achieve a measurement repeatability of  $10^{-8}$  rad order of magnitude.

**Key words** laser technique; angular displacement measurement; shearing interference; plane-parallel plate

### 1 引言

精密角位移测量在工业校准、装调以及精密控制中有着广泛的应用。随着激光测量技术的发展, 角位移测量方法也越来越多样化<sup>[1~3]</sup>。一般地, 光学测量方法中自准直法<sup>[4,5]</sup>和激光干涉法<sup>[6,7]</sup>应用较多。由于生产自动化程度的提高和精密控制的高

效性要求, 角位移测量要求高稳定性和高精度。本课题组已提出一种基于平板干涉仪的角位移测量技术<sup>[8,9]</sup>, 将角位移的测量转化为干涉信号的相位测量, 测量无需标准参考面, 测量装置结构紧凑。在平板干涉仪中, 入射到平板上的光束初始角的数值是一个关键参数。在文献[8]中, 由于采用图像传感器

收稿日期: 2006-12-14; 收到修改稿日期: 2007-04-11

基金项目: 国家自然科学基金(60578051)和上海市科委国际合作计划(051107085)资助项目。

作者简介: 郑德锋(1978—), 男, 辽宁人, 博士研究生, 主要从事光学检测技术的研究。E-mail: defeng2003@mail.siom.ac.cn

导师简介: 王向朝(1957—), 男, 辽宁人, 研究员, 博士生导师, 研究领域为信息光电子技术。E-mail: wxz26267@siom.ac.cn

测量两平行光束横截面上两个光强最大点的位置,再根据两点间距计算初始入射角的数值,因此从平板前后表面反射的两束平行光应避免发生横向剪切,并且该测量应在暗室中进行。该初始角测量方法实际上限制了横向剪切干涉的应用。剪切干涉是一种自比较干涉,它的一个显著特点就是抗干扰能力强。为了增强抗干扰性,提高测量精度,本文提出一种基于平板横向剪切干涉的角位移测量方法。采用位置探测器测量从平板透射的光束传播方向,再根据几何关系计算初始入射角。为了提高测量分辨率,在光路中引入一平面反射镜与被测物体上的反射镜组成光程差放大系统,并通过误差分析和实验来证明改进后的干涉仪可以高精度地进行角位移测量。

## 2 测量原理

测量装置如图 1 所示。由激光二极管(LD)发出的光经准直器准直后入射到被测物体上,在被测物体和反射镜组成的光程差放大系统中多次反射后入射到平行平板上。从平板透射的光束被一透镜聚焦,入射到位置探测器(PSD)的光敏面上。在平板的前表面和后表面反射的两束光发生干涉,干涉信号由狭缝、透镜和光电二极管(PD)组成的系统探测。

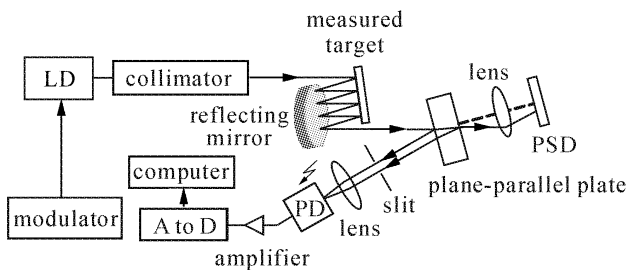


图 1 平板横向剪切干涉角位移测量仪装置图  
Fig. 1 Lateral shearing interferometer for angular displacement measurement using a plane-parallel plate

当准直光束以一定的初始入射角入射到平板上时,光束发生横向剪切,如图 2 所示,剪切量的大小与初始入射角  $i$  有关。从平板前后表面反射的两束光  $b$  与  $b'$  之间的光程差  $L = 2nh \cos i_1$ ,其中  $n, h$  分别为平板的折射率和厚度,  $i_1$  为初始角  $i$  对应的折射角。在如图 3 所示的光程差放大系统中,当被测物体发生一微小角位移  $\theta(t)$  时,无论平面反射镜是否平行于被测物体的反射面,初始入射角  $i' = i + 2m\theta(t)$ ,其中  $m$  为反射次数。如果平面反射镜不平

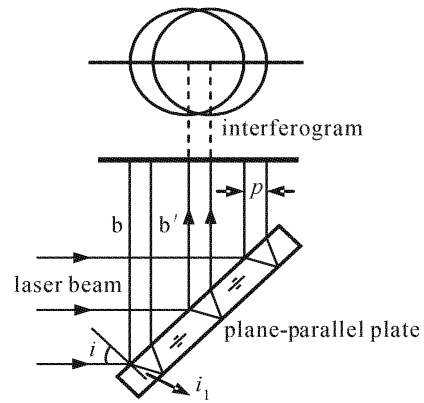


图 2 平板横向剪切干涉  
Fig. 2 Lateral shearing interference of plane-parallel plate

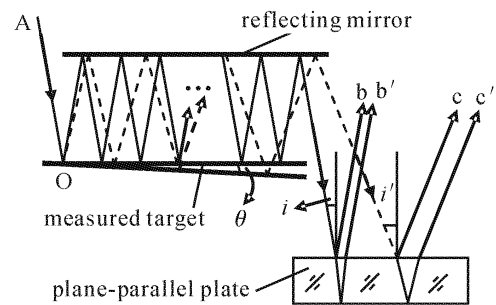


图 3 光程差放大原理图  
Fig. 3 Principle of amplification of optical path difference

行于被测物体的反射面,在  $m$  一定时,放大系统的尺寸将变大,但对角位移测量精度没有影响。光程差放大后,光束  $c$  与  $c'$  之间的光程差为

$$L' = 2nh \cos(i_1 + i'_1), \quad (1)$$

式中  $i'_1$  为折射角  $i_1$  的改变量。在发生角位移  $\theta(t)$  后,光程差的变化量为

$$\Delta L(t) = L - L' = 2hn[\cos i_1 - \cos(i_1 + i'_1)], \quad (2)$$

根据折射定律  $\sin i = n \sin i_1$ ,  $\sin[i + 2m\theta(t)] = n \sin(i_1 + i'_1)$ 。在  $2m\theta(t) < 5^\circ$  的情况下,  $\sin[2m\theta(t)] \approx 2m\theta(t)$ ,  $\cos[2m\theta(t)] \approx 1$ 。对(2)式进行展开得

$$\Delta L(t) = 2hi'_1 \sin i_1. \quad (3)$$

由上述两个折射定律表达式推导得

$$i'_1 = 2m\theta(t)(1 - \sin^2 i)^{1/2} / (n^2 - \sin^2 i)^{1/2}, \quad (4)$$

将(4)式代入(3)式有

$$\Delta L(t) = 4mh\theta(t) \sin i (1 - \sin^2 i)^{1/2} / (n^2 - \sin^2 i)^{1/2}, \quad (5)$$

从(5)式可见,由角位移引起的光程差的变化量被放大了  $m$  倍。已知干涉信号的相位  $\alpha(t) = 2\pi\Delta L(t)/\lambda$ ,  $\lambda$  为输出激光的中心波长。由(5)式可推导出

$$\alpha(t) = \frac{8\pi m h \theta(t)}{\lambda} \frac{\sin i (1 - \sin^2 i)^{1/2}}{(n^2 - \sin^2 i)^{1/2}}, \quad (6)$$

由(6)式可知,放大倍数越大,相位测量的灵敏度越高。

半导体激光器由直流电流驱动,通过正弦地改变半导体激光器的注入电流实现对输出波长的调制,其调制电流

$$I_m(t) = a_m \cos(\omega_c t + \varphi), \quad (7)$$

式中  $a_m$  为调制电流的幅度,  $\omega_c$  为调制频率,  $\varphi$  为调制信号的初相位。由光电二极管探测到的干涉信号<sup>[10,11]</sup>

$$s(t) = s_0 \cos[z \cos(\omega_c t + \varphi) + \alpha(t)], \quad (8)$$

式中  $s_0$  为干涉信号的幅度,调制深度  $z = 2\pi a_m \beta L / \lambda^2$ ,  $\beta$  为波长调制系数。在本干涉仪中,相位  $\alpha(t)$  是一个待测量,它的提取可通过对干涉信号进行傅里叶变换求得<sup>[12]</sup>,更加灵敏地进行相位提取将相应地提高角位移测量的灵敏度。

从(6)式可见,初始入射角  $i$  是另外一个待测量。图1中从平板透射的光束入射到位置探测器的光敏面上,聚焦点偏离位置探测器光敏面中心的距离为  $d$ 。初始入射角  $i$  是偏移量  $d$  和透镜焦距  $f$  的函数,如图4所示。偏移量  $d$  可根据位置探测器的输出光电流计算得到。由几何关系得到初始入射角的正弦为

$$\sin i = d / (d^2 + f^2)^{1/2} = 1 / [1 + (f^2 / d^2)]^{1/2}. \quad (9)$$

由于聚焦光点的光强较强,这种基于位置探测器的初始角测量方法增强了对杂散光的抗干扰能力,且实验中只探测一束透射光的出射方向,因此取消了文献[8]中对初始入射角的限制,使横向剪切干涉的测量方法变得可行。

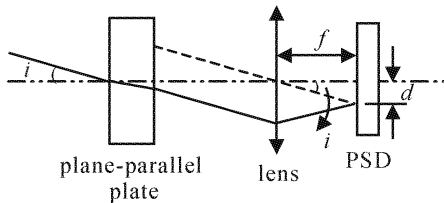


图4 初始入射角测量原理图

Fig. 4 Measurement of the initial angle of incidence

由此根据(6),(9)式,可得角位移的测量公式

$$\theta(t) = \frac{\alpha(t)\lambda}{8m\pi h} \left[ \left( \frac{nd}{f} + \frac{nf}{d} \right)^2 - \frac{d^2}{f^2} - 1 \right]^{1/2}, \quad (10)$$

从(10)式可见,角位移测量被转化为干涉信号的相位  $\alpha(t)$  和偏移量  $d$  的测量。

### 3 初始入射角及测量精度的讨论

横向剪切干涉的产生与初始入射角的大小有关。设从平板前后表面反射的两平行光束的剪切量为  $p$ ,如图2所示。光束的截面直径为  $\phi$ ,令  $k = p - \phi$ ,发生横向剪切干涉的条件是  $k < 0$ 。 $k$  的表达式为

$$k = h \sin 2i / [n^2 - (\sin i)^2]^{1/2} - \phi. \quad (11)$$

实验中平板厚度  $h = 12$  mm,折射率  $n = 1.5163$ ,光束截面直径  $\phi = 8$  mm,则  $k$  随初始角  $i$  变化的关系曲线如图5所示。经计算发生剪切干涉的初始角的入射范围为  $0^\circ < i < 34.7^\circ$  或  $62.5^\circ < i < 90^\circ$ 。由于实验中采用的位置探测器的光敏区有效长度为34 mm,所以可测量的  $d$  值最大偏移量为17 mm。由(9)式可知,在  $d$  的大小受限的情况下,初始入射角越大,要求透镜的焦距  $f$  越小。若  $i = 62.5^\circ$ ,  $d = 17$  mm,则  $f = 8.8$  mm。这将给系统设计带来不便,因此应用该技术进行角位移测量的初始角入射范围应在  $0^\circ \sim 34.7^\circ$  之间选取。

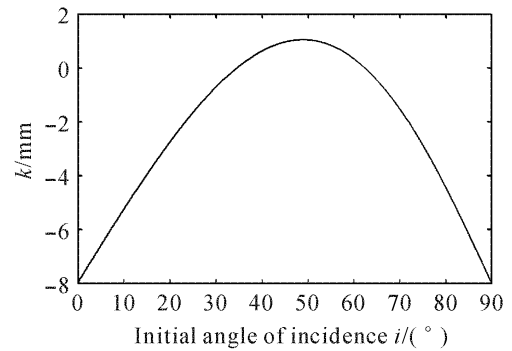


图5 参数  $k$  与初始入射角  $i$  之间的关系

Fig. 5 Relationship between parameter  $k$  and initial angle of incidence  $i$

一般地,在干涉测量中,测量精度主要受波长及环境的稳定性、电子噪声以及测量的非线性等因素影响。这里仅从理论上讨论角位移的测量精度。从(10)式可见角位移的测量精度主要与干涉信号的相位  $\alpha(t)$  测量精度及偏移量  $d$  的测量精度有关。根据(10)式,角位移的测量误差为

$$\Delta\theta = \left[ \left( \frac{\partial\theta}{\partial\alpha} \right)^2 (\Delta\alpha)^2 + \left( \frac{\partial\theta}{\partial d} \right)^2 (\Delta d)^2 \right]^{1/2}, \quad (12)$$

式中  $\Delta\alpha, \Delta d$  分别为相位  $\alpha(t)$  和偏移量  $d$  的测量误差;  $\partial\theta/\partial\alpha, \partial\theta/\partial d$  分别为  $\alpha(t)$  及  $d$  的误差传递系数。在正弦相位调制干涉仪中,相位的提取精度  $\Delta\alpha$  可以达到  $0.01$  rad<sup>[13]</sup>。实验所用的位置探测器的光点位置分辨率为  $2.1 \mu\text{m}$ ,在34 mm有效长度内探测误差  $\Delta d$  小于  $125 \mu\text{m}$ 。图6给出了不同初始入射角情况

下,角位移测量误差  $\Delta\theta$  与相位  $\alpha(t)$  之间的关系曲线。相位在  $[-\pi, 0)$  区间的曲线关系与  $[0, \pi]$  区间的情况相同。从图 6 可见,选择较大的初始入射角  $i$  可以提高测量精度,这在理论上要求剪切量越大越好。然而为了获得较好的干涉信号,剪切量不能太大,若取剪切比  $p/\phi = 5/8$ ,则  $i = 19.0^\circ$ 。而在满足此剪切条件下,图 4 中采用  $f = 30 \text{ mm}$  焦距的透镜即可满足设计要求。若  $d = 10 \text{ mm}$ ,  $f = 30 \text{ mm}$ ,在  $\alpha = \pi/2$  时,经计算  $\partial\theta/\partial\alpha = 3.61 \times 10^{-6}$ ,  $\partial\theta/\partial d = 4.76 \times 10^{-4}$ 。由于  $\Delta\alpha = 0.01 \text{ rad}$ ,  $\Delta d = 125 \mu\text{m}$ ,可见  $(\partial\theta/\partial\alpha)(\Delta\alpha)$  和  $(\partial\theta/\partial d)(\Delta d)$  的结果均为  $10^{-8} \text{ rad}$  数量级,即相位  $\alpha(t)$  和偏移量  $d$  的测量误差对测量结果的影响基本相同。模拟计算,当上述参数不变,  $m = 3$  时,  $\Delta\theta = 7.0 \times 10^{-8} \text{ rad}$ ;而  $m = 6$  时,  $\Delta\theta = 3.5 \times 10^{-8} \text{ rad}$ 。可见适当增大放大系数  $m$  是提高角位移测量精度的一条有效途径。

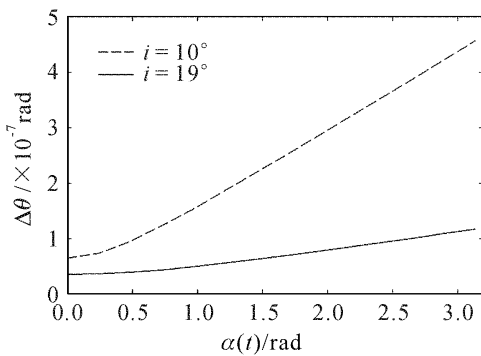


图 6 不同初始角数值情况下测量误差  $\Delta\theta$  与相位  $\alpha(t)$  之间的关系

Fig. 6 Measurement error  $\Delta\theta$  versus phase  $\alpha(t)$  for different initial angle of incidence  $i$

## 4 实 验

实验装置如图 1 所示。按照图 4 所示的初始角测量原理图将平行平板、透镜和位置探测器设计成一同轴系统,如图 7 所示。该机械设计方案可以确保在装调时使平行平板与透镜的光轴保持垂直。装调时可利用准直光源并借助光具座先标定出图 7 所示系统中位置探测器的零点位置,然后固定好位置探测器。实验中以固定在刚性梁 AB 上的反射镜作为被测物体,如图 8 所示。刚性梁的 A 端被固定在支架上,在刚性梁的另一端 B 和支架之间固定有压电陶瓷(PZT)。对压电陶瓷施加一正弦电压信号使反射镜产生微小的角位移,电压的幅度和频率分别为  $3.45 \text{ V}$  和  $200 \text{ Hz}$ 。梁 AB 的长度为  $147.2 \text{ mm}$ ,压电陶瓷的位移量为  $85 \text{ nm/V}$ ,所以对应的反射镜的

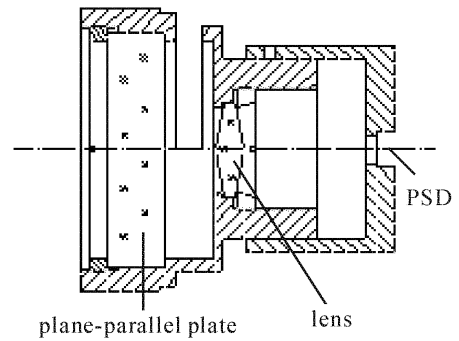


图 7 初始角探测系统装配图

Fig. 7 Assembly diagram of the system for initial angle measurement

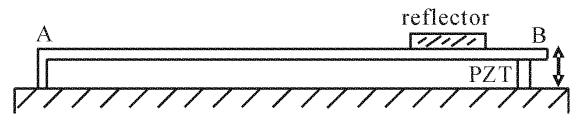


图 8 被测目标结构示意图

Fig. 8 Configuration of the target to be measured

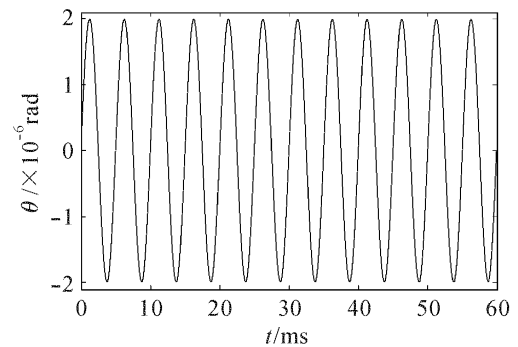


图 9 待测的角位移信号

Fig. 9 Signal of angular displacement to be measured

角位移为  $1.992 \times 10^{-6} \text{ rad}$ 。该待测的角位移信号如图 9 所示。激光器输出激光的中心波长为  $660 \text{ nm}$ 。准直光束在被测物体和反射镜之间反射三次,如图 3 所示,反射次数可通过观察反射镜上的光斑数目来确定。透射光束在位置探测器的光敏面上被聚焦成直径小于  $200 \mu\text{m}$  的一个光点。当驱动压电陶瓷的电压为零时,位置探测器的输出电压为  $4.90 \text{ mV}$ 。位置探测器的标定结果是  $0.5 \text{ mV}$  输出电压对应  $1 \text{ mm}$  的偏移量,因此  $4.90 \text{ mV}$  对应的偏移量为  $9.80 \text{ mm}$ 。根据焦距  $f = 30 \text{ mm}$ ,得到初始入射角  $i = 18.09^\circ$ 。调整光程差以及激光器的注入电流满足调制深度  $z = 2.33 \text{ rad}$ ,调制信号的初相位  $\varphi = 0$ 。正弦相位调制频率为  $1000 \text{ Hz}$ 。对由光电二极管探测到的干涉信号进行傅里叶变换计算相位  $\alpha(t)$ ,再根据相位  $\alpha(t)$  和偏移量  $d$  的值即可计算出角位移的测量值。图 10 是测量得到的一组角位移运动曲线,其频率和振幅平均值分别为  $200 \text{ Hz}$  和

$1.923 \times 10^{-6}$  rad。测得的振幅平均值相比理论计算值  $1.992 \times 10^{-6}$  rad, 相对测量误差为 3.46%, 可以认定该实验结果给出了被测物体的实际角位移运动情况。

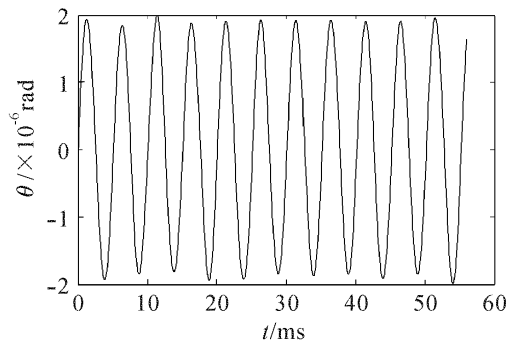


图 10 角位移测量曲线

Fig. 10 Measurement curve of angular displacement

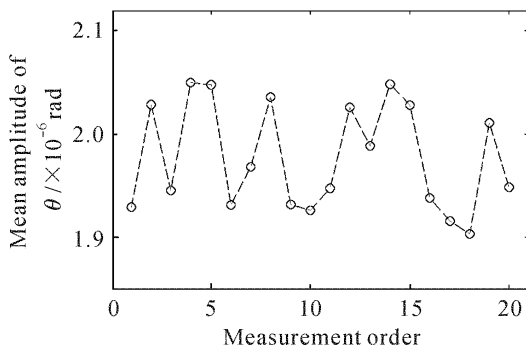


图 11 在几分钟内依次测得的 20 个角位移振幅平均值  
Fig. 11 Mean amplitudes of the angular displacements measured 20 times at intervals of several minutes

在相同的实验条件下,在几分钟时间内连续进行 20 次重复测量,计算每一条角位移曲线的振幅平均值,依次得到 20 个平均值数据,由这 20 个数据连成的曲线如图 11 所示。这 20 个数据的平均值为  $1.977 \times 10^{-6}$  rad,其标准差和峰谷值(PV)分别为  $5.2 \times 10^{-8}$  rad 和  $1.36 \times 10^{-7}$  rad。考虑到实验中存在的随机误差因素,使用多次测量的振幅平均值来评价该系统的测量误差更具有参考价值。

## 5 结 论

在使用平板干涉仪进行角位移测量时,通过控制入射到平板上的光束初始角度的大小可以实现横向剪切干涉,使得测量的抗干扰能力增强。在该测

量方案中,基于位置探测器的初始入射角的测量方法简便、可行。理论上初始角越大,角位移测量精度越高,在剪切比  $p/\phi = 5/8$ ,  $f = 30$  mm 时,最佳初始入射角为  $19.0^\circ$ 。此外,光程差放大系统的引入使得角位移测量的灵敏度得到提高。实验结果表明,基于该平板横向剪切干涉的角位移测量技术可实现高精度的角位移测量,在放大系数  $m = 3$  的情况下,角位移的重复测量精度可以达到  $10^{-8}$  rad 数量级。

## 参 考 文 献

- 1 P. S. Huang, S. Kiyono, O. Kamada. Angle measurement based on the internal reflection effect; a new method [J]. *Appt. Opt.*, 1992, **31**(28):6047~6055
- 2 Yu V. Filatov, D. P. Loukianov, R. Probst. Dynamic angle measurement by means of a ring laser [J]. *Metrologia*, 1997, **34**(4):343~351
- 3 R. Torroba, A. A. Tagliaferri. Precision small angle measurements with a digital Moiré technique [J]. *Opt. Commun.*, 1998, **149**(1):213~216
- 4 P. R. Yoder, J. E. Schlesinger, J. L. Chickvary. Active annular-beam laser autocollimator system [J]. *Appl. Opt.*, 1975, **14**(8):1890~1895
- 5 I. K. Ilev. Fiber-optic autocollimation refractometer [J]. *Opt. Commun.*, 1995, **119**:513~516
- 6 M. Ikram, G. Hussain. Michelson interferometer for precision angle measurement [J]. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(1):113~120
- 7 J. H. Zhang, C. H. Meng. A linear/angular interferometer capable of measuring large angular motion [J]. *Meas. Sci. Technol.*, 1999, **10**:1247~1253
- 8 Zhang Caini, Wang Xiangzhao. Sinusoidal phase-modulating laser diode interferometer for measuring angular displacement [J]. *Opt. Eng.*, 2004, **43**(12):3008~3013
- 9 Zheng Defeng, Wang Xiangzhao. Optimum design of parallel plate interferometer for angular displacement measurement [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(3):422~426  
郑德锋,王向朝. 平行平板角位移干涉测量仪的优化设计[J]. *中国激光*, 2007, **34**(3):422~426
- 10 Yingming Liu, Xiangzhao Wang, Xuefeng Wang. Study on silicon micro-resonators by using a novel optical excitation and detection apparatus [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2006, **4**(5):309~310
- 11 Wang Xuefeng, Wang Xiangzhao, Qian Feng *et al.*. Laser diode interferometer used to measure displacements in large range with a nanometer accuracy [J]. *Chinese J. Lasers*, 2001, **A28**(5):455~458  
王学锋,王向朝,钱锋等. 用于纳米精度大范围位移测量的半导体激光干涉仪[J]. *中国激光*, 2001, **A28**(5):455~458
- 12 O. Sasaki, K. Takahashi. Sinusoidal phase modulating interferometer using optical fibers for displacement measurement [J]. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(19):4139~4142
- 13 O. Sasaki, H. Okazaki. Analysis of measurement accuracy in sinusoidal phase modulating interferometry [J]. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(18):3152~3158